les acides hydratés; on n'a aucune preuve qu'il en soit ainsi, même pour l'eau de cristallisation qui se dégage le plus facilement. Si nous continuons à parler d'eau dans une combinaison, c'est que nous n'avons le plus souvent pas d'autre moyen de nous exprimer intelligiblement.

C'est dans les éléments qu'il faut chercher la raison des propriétés des composés, par conséquent aussi de la propriété de s'unir à l'eau. Aucun métal ne jouit de cette propriété, et parmi les métalloides, les halogènes seuls la possèdent. Dans les corps composés qui peuvent entrer en combinaison chimique avec l'eau, et qui renferment, soit de l'oxygène, soit de l'hydrogène, soit un corps halogène, c'est à ces éléments qu'il faut rapporter essentiellement la cause de la propriété en question. Ainsi, tandis que les métaux ne se combinent pas avec l'eau, beaucoup d'oxydes métalliques fournissent des hydrates; l'eau s'unit à l'acide cyanhydrique, mais non au cyanogène, etc.

L'auteur insiste sur les modifications profondes que l'état de dissolution, analogue à l'état de liquéfaction par la chaleur, apporte aux propriétés des corps; il ne pense pas que ce changement puisse être attribué uniquement à la plus grande mobilité des molécules; il rappelle l'influence de la nature des dissolvants sur les réactions des corps.

Les propriétés des corps sont dans une dépendance si étroite de la chaleur, sous toutes ses formes diverses de chaleur latente, spécifique et libre, qu'on peut appeler, en quelque sorte, un corps de la *matière plus de la chaleur*. Nous avons déjà vu, dans la première partie, que tous les sels, à l'exception du sel marin et peut-être de quelques autres, éprouvent probablement des transformations isomériques, — ou plutôt polymériques, — quand la température s'élève; que ces transformations se manifestent par une diminution dans la faculté des sels de maintenir de l'eau en combinaison chimique; qu'elles sont tantôt brusques, comme dans le sulfate de soude, tantôt graduelles, comme dans le carbonate de potasse.

Quand deux sels s'unissent pour former un sel double, le

nombre d'équivalents d'eau augmente ordinairement. Ainsi le chlorure de potassium et l'iodate de potasse, qui sont anhydres quand ils cristallisent séparément, prennent 1 équivalent d'eau lorsqu'ils sont réunis.

L'eau dite de cristallisation concourt à édifier la forme cristalline.

Tous les sels solubles dans l'eau sont déliquescents. Le degré de déliquescence d'un sel quelconque dépend: 1°. du sel lui-même; 2°. de la température de l'air et 3°. de l'état hygrométrique de l'air.

Toutes les dissolutions salines qui laissent déposer des cristaux par le refroidissement, peuvent offrir le phénomène de la sursaturation.

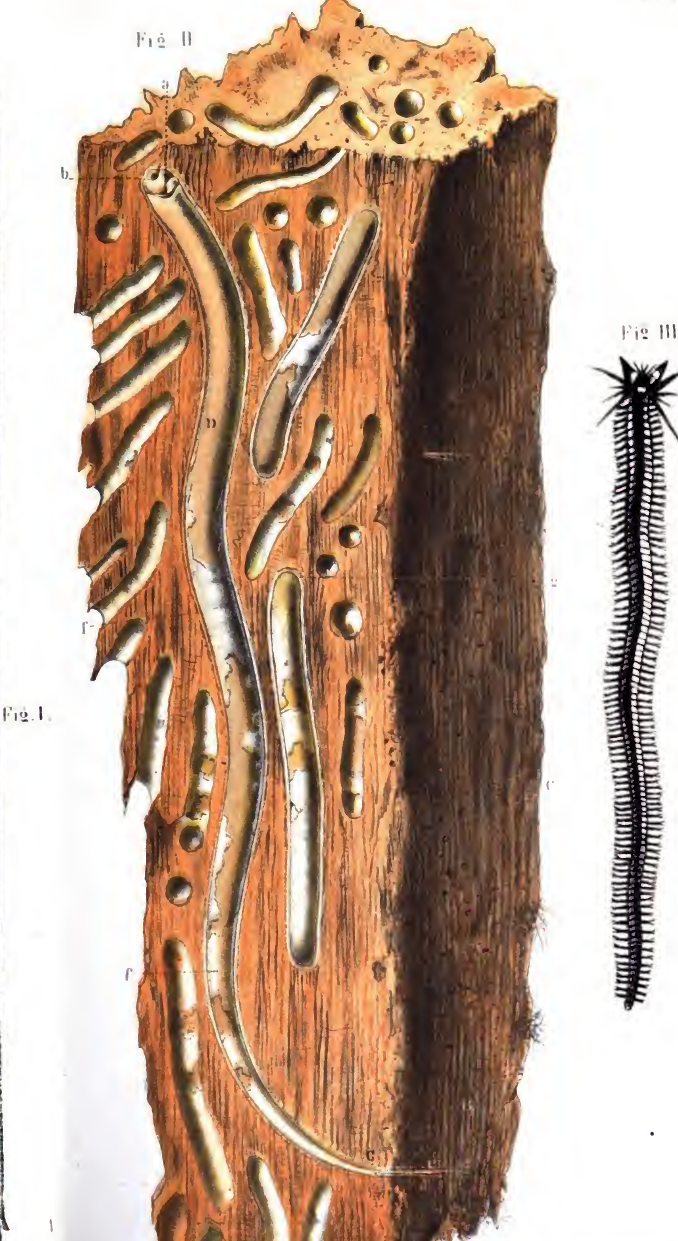
Lorsqu'un corps peut fixer chimiquement plus d'un équivalent d'eau, la chaleur qui se dégage dans la combinaison de chaque équivalent successif, diminue, en général, à mesure que le nombre d'équivalents augmente; c'est ce que font voir, entre autres, les expériences de Favre, Silbermann et Gaillard.

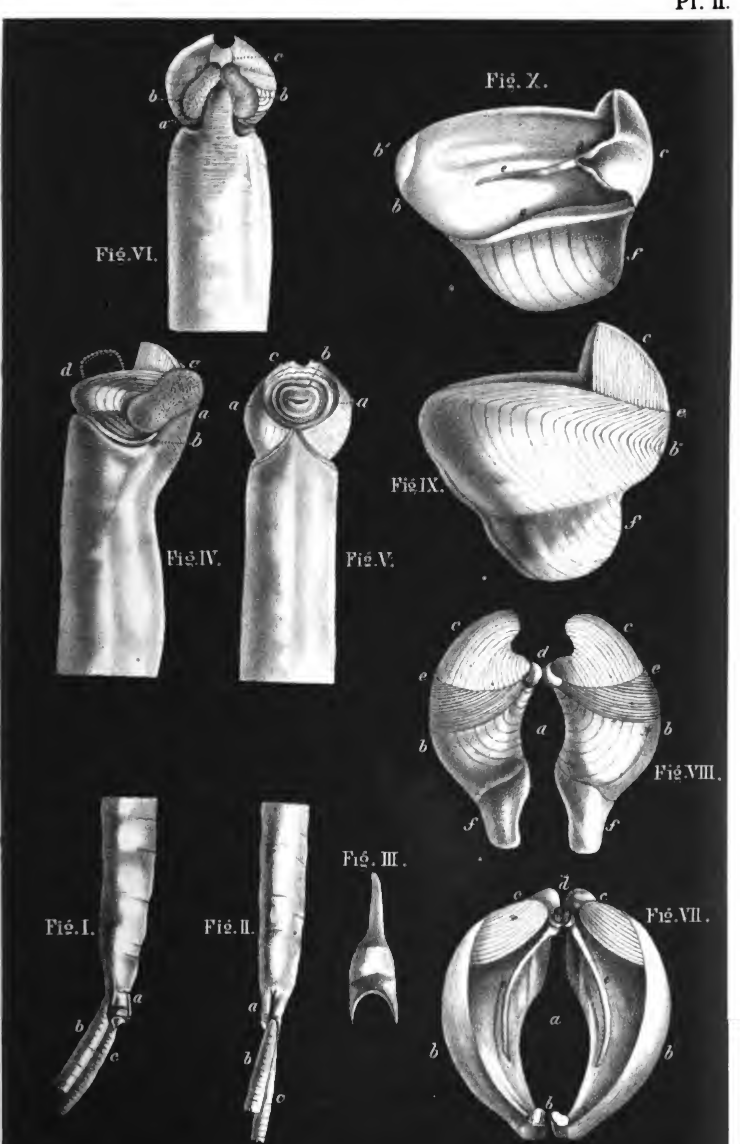
Il y a une certaine relation entre la solubilité des corps solides et leur poids spécifique. Cette règle, déjà énoncée par Berthollet, a été confirmée, dans beaucoup de cas, par Kremers. En général, la solubilité diminue à mesure que la densité augmente. Il est bien entendu, d'ailleurs, que la règle dont il s'agit ne s'applique pas à l'ensemble de tous les corps, mais seulement dans les limites de certains groupes.

Quand un corps solide se dissout dans l'eau, il y a ordinairement condensation.

La pression augmente la solubilité.

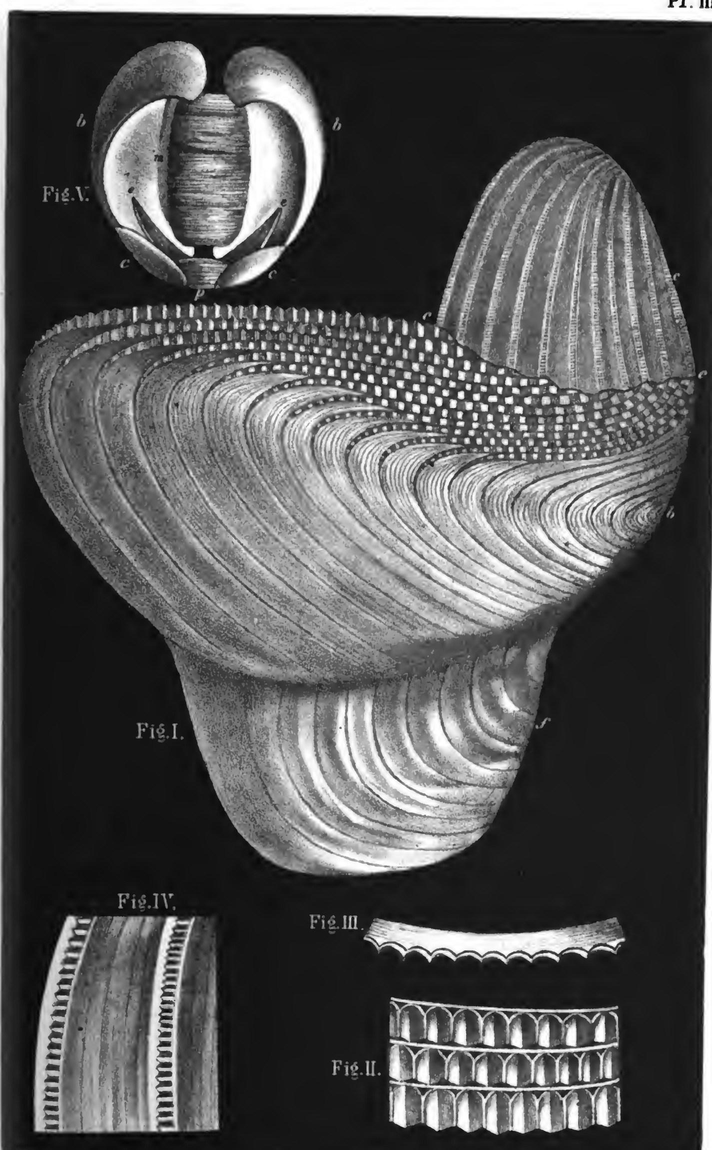
L'auteur traite encore de l'influence des sels sur le point d'ébullition de l'eau, de la température de la vapeur des dissolutions bouillantes, et de beaucoup d'autres particularités intéressantes, dans lesquelles nous ne pouvons le suivre.


Fig. I.
Fig II
Fig III



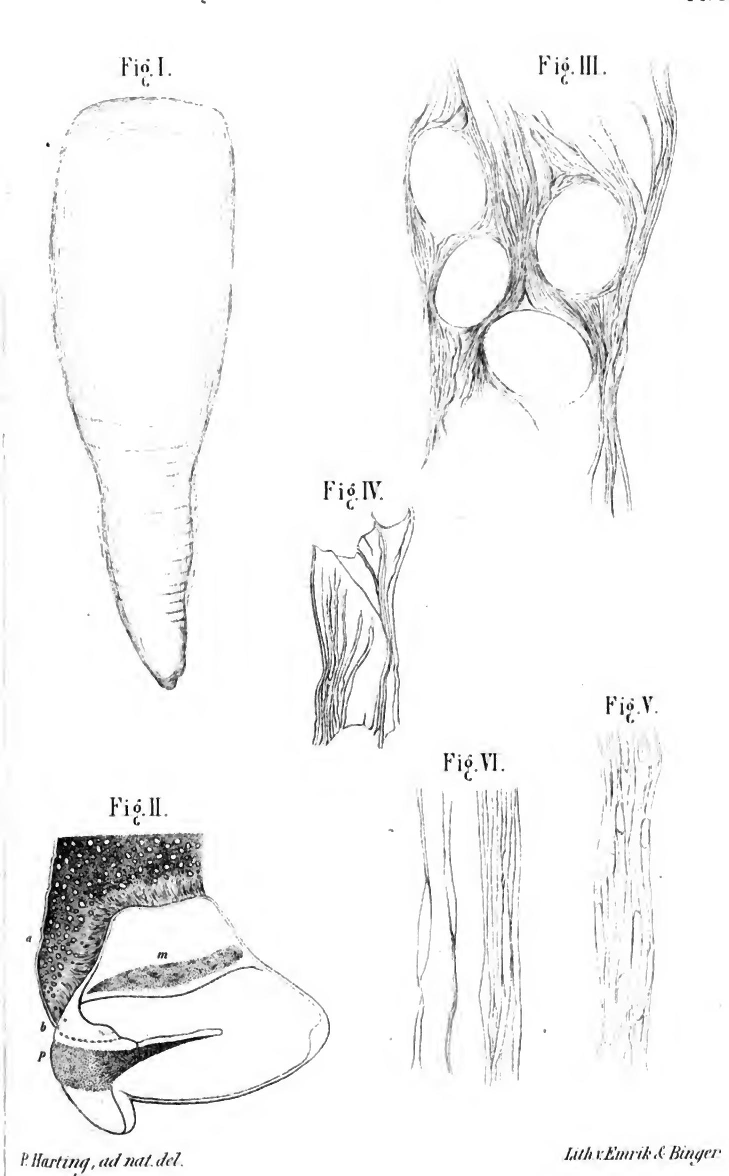
P. Harting ad nat. del.

Lith. v. Emrik & Binger



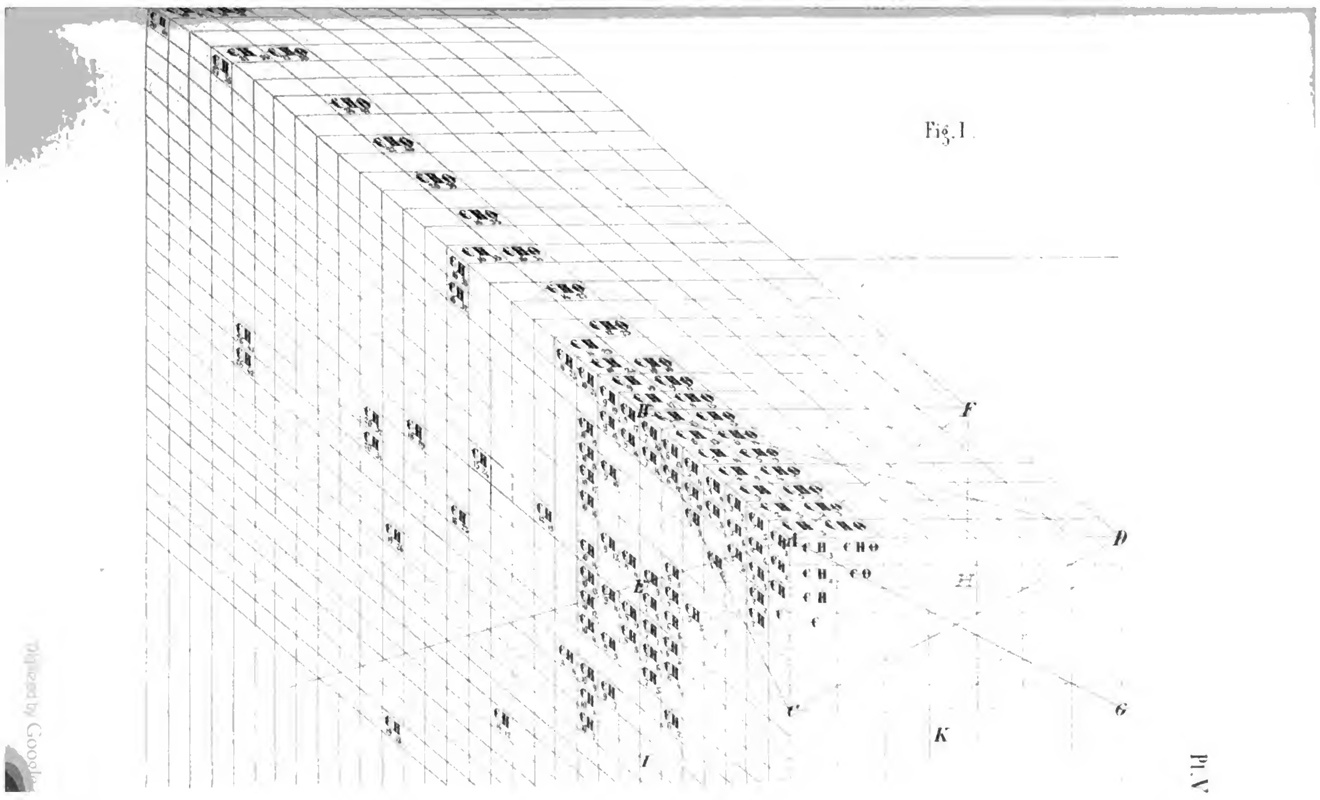
P. Harting ad nat. del.

Lith. v. Emrik & Binger.



P. Harting, ad nat. del.

Lith. v. Emrik & Binger


Fig. 1
F
D
H
E
C
G
K
I
Pl. V

Pl. VI.

II

C_2H_5	C_2H_3O	
C_2H_4	C_2H_2O	C_2O_2
C_2H_3		
C_2H_2		

III

C_3H_7	C_3H_5O	
C_3H_6	C_3H_4O	$C_3H_2O_2$
C_3H_5	C_3H_3O	

IV.

C_4H_9	C_4H_7O	
C_4H_8	C_4H_6O	$C_4H_4O_2$
	C_4H_5O	$C_4H_3O_2$
C_4H_6		$C_4H_2O_2$
		C_4O_2

V.

C_5H_{11}	C_5H_9O		
C_5H_{10}		$C_5H_6O_2$	
C_5H_9	C_5H_7O		
		$C_5H_4O_2$	
		$C_5H_3O_2$	
	C_5H_4O	$C_6H_2O_2$	C_6O_3
C H [illegible]			

VI

C_6H_{13}	$C_6H_{11}O$		
C_6H_{12}	$C_6H_{10}O$	$C_6H_8O_2$	
	C_6H_9O		
			$C_6H_4O_3$
	C_6H_7O	$C_6H_5O_2$	$C_6H_3O_3$
C_6H_8			$C_6H_4O_3$
C_6H_7			
C_6H_6	C_6H_4O	$C_6H_2O_2$	
C_6H_5			
C_6H_4			

VII

C_7H_{15}	$C_7H_{13}O$			
C_7H_{14}		$C_2H_{10}O_2$		
	$C_7H_{11}O$			
		$C_7H_8O_2$		
C_7H_9		$C_7H_5O_2$		C_7HO_4
C_7H_8				
C_7H_7	C_7H_5O	$C_7H_3O_2$	C_7HO_3	
C_7H_6	C_7H_4O	$C_7H_2O_2$		
C_7H_5				

VIII

C_8H_{17}	$C_8H_{15}O$			
C_8H_{16}		$C_8H_{12}O_2$		
			$C_8H_8O_3$	$C_8H_6O_4$
			$C_8H_7O_3$	
C_8H_{11}		$C_8H_7O_2$		
C_8H_9	C_8H_7O			
C H [illegible]	C H O [illegible]	C H O [illegible]		

IX.

C_9H_{19}	$C_9H_{17}O$			
C_9H_{18}		$C_9H_{14}O_2$		
				$C_9H_9O_4$
C_9H_{16}				
			$C_9H_9O_3$	
C_9H_{13}				
C_9H_{11}		$C_9H_7O_2$	$C_9H_5O_3$	
	C_9H_8O	$C_9H_6O_2$		
C_9H_9	C_9H_7O	$C_9H_5O_2$		
	C_9H_6O	$C_9H_4O_2$		
C_9H_7	C_9H_5O			
	C_9H_4O			

X.

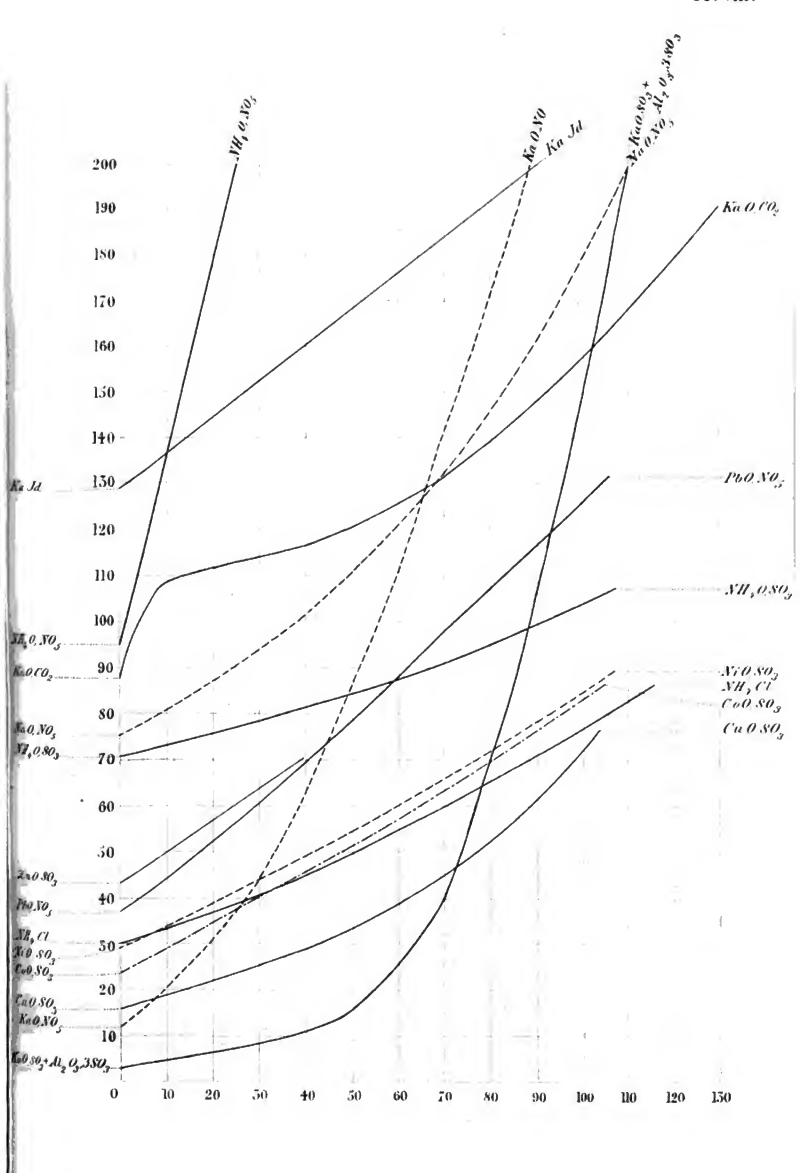
$C_{10}H_{21}$	$C_{10}H_{19}O$			
		$C_{10}H_{16}O_2$		
$C_{10}H_{19}$	$C_{10}H_{17}O$			
$C_{10}H_{18}$		$C_{10}H_{14}O_2$		
$C_{10}H_{17}$	$C_{10}H_{15}O$			$C_{10}H_9O_4$
$C_{10}H_{16}$				$C_{10}H_9O_4$
$C_{10}H_{14}$				
$C_{10}H_{13}$	$C_{10}H_{11}O$		$C_{10}H_7O_3$	
$C_{10}H_{12}$		$C_{10}H_8O_2$	$C_{10}H_6O_3$	
$C_{10}H_{11}$				
$C_{10}H_9$		$C_{10}H_8O_2$		
$C_{10}H_8$				
C H [illegible]				

PL. VII.





BOLETUS PARASITICUS BULLIARD.



NH4 O.NO5
Ka O.NO
Ka Jd
Na O.NO5
KaO.SO3 + Al2 O3 3SO3
Ka O.CO2
PbO.NO5
NH4 O.SO3
NiO SO3
NH4 Cl
CoO SO3
Cu O SO3
Ka Jd
NH4 O.NO5
KaO.CO2
NaO.NO5
NH4 O.SO3
ZnO SO3
PbO.NO5
NH4 Cl
NiO SO3
CoO SO3
CuO SO3
KaO.NO5
KaO.SO3+Al2 O3 3SO3
200
190
180
170
160
150
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130

150
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0

MnO,SO3
CaCl
SrCl
SrO,NO5
NaO,SO3
2NaO,HO,PO5

CaCl
SrCl
SrO,NO5
2NaO,HO,PO5
MnO,SO3
NaO,SO3

10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120

90
80
70
60
50
40
30
20
10

NaCl
BaCl
KaCl
MgO,SO3
KaO,SO3
FeO,SO3
NaO,CO2
BaO,NO5

MgO,SO3
BaCl
KaCl
NaO,CO2
NaCl
FeO,SO3
BaO,NO5
KaO,SO3

0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120

ARCHIVES NÉERLANDAISES

DES

Sciences exactes et naturelles.

FORMATION ET DISCUSSION DES ÉQUATIONS

POUR

LE CÔTÉ ET LES DIAGONALES DU POLYGONE RÉGULIER.

PAR

C. H. D. BUIJS BALLOT.

Extrait des: Verslagen en Mededeelingen de l'Academie Royale des Sciences d'Amsterdam, Tome XVI, pag. 293—326.)

1. En géométrie élémentaire on rencontre nécessairement la formule pour le côté du polygone régulier à n côtés en fonction de celui du polygone à $2n$ côtés, ou, si l'on veut, pour la corde d'un arc en fonction de celle de l'arc double. Or, cette formule donne les diagonales des polygones en question, et même toutes les diagonales, en doublant toujours l'arc. Finalement, dans le cas d'un polygone à un nombre impair de côtés, on se trouve constamment ramené à la corde simple, puisque pour un arc $\frac{2\pi}{2n+1}$, il y a toujours une valeur de m, telle que

$$2^{m+1} = \pm 1 \pmod{2n+1}.$$

C'est ainsi qu'on trouve pour:

$n =$	1,	2,	3,	4,
$m =$	0, 1, 2, ...	1, 3, 5, ...	2, 5, 8, ...	2, 5, 8,
$n =$	5,	6,	7,	8,
$m =$	4, 9, 14, ...	5, 11, 17, ...	3, 7, 11, ...	3, 7, 11.

En outre, on s'aperçoit bientôt qu'un tel redoublement successif nous donne deux sortes de propriétés; dont l'une est commune à un ou plusieurs autres polygones déterminés, tandis que l'autre a lieu exclusivement pour le polygone en question; c'est cette dernière propriété, qui en constitue le caractère essentiel. De cette manière, on devra se trouver ramené à une définition algébrique de cet assemblage de polygones, à une équation dont les côtés de ces polygones soient les racines.

Mais, comme aux côtés on peut substituer les diagonales, et que celles-ci ramènent tout de même, par un redoublement successif de l'arc sous-tendu, à la diagonale primitive, ce qu'on vient de dire les regarde tout aussi bien que les côtés: donc, chaque diagonale doit être de même une racine de l'équation mentionnée.

Quant à cette équation, elle ne contiendra que des puissances paires de x; il faut qu'on puisse la réduire en autant de facteurs, qu'il y a de polygones à caractère commun: or, pour chacun de ces derniers il y a une équation caractéristique, qui doit se retrouver dans l'équation générale et qui, par suite, doit y entrer comme facteur. De plus, aussitôt que le nombre des côtés n'est pas premier, il faut qu'à chacun des diviseurs il corresponde un facteur spécifique. [1])

2. Soit x, y, z, u, v, successivement la corde de l'arc simple, double, quadruple, octuple, et seize fois plus grand, on a

$$y^2 = x^2\,(4-x^2) \quad (1), \qquad z^2 = y^2\,(4-y^2) \quad (2),$$
$$u^2 = z^2\,(4-z^2) \quad (3), \qquad v^2 = u^2\,(4-u^2) \quad (4).$$

Maintenant, si l'on fait $y = x$, on exprime que la corde de l'arc double est égale à celle de l'arc simple; ce qui est le caractère du triangle. La formule (1) donne, après avoir divisé par x^2,

$$1 = 4-x^2 \quad \text{ou} \quad x^2-3 = 0 \quad (5).$$

Si l'on fait $z = x$, l'on exprime que la corde de l'arc quadruple équivaut à celle de l'arc simple; caractère du triangle et du pentagone. Les équations (1) et (2) donnent $1 = (4-x^2)\,(4-4\,x^2+x^4)$, ou bien

---

[1]) Voyez sur la méthode pour trouver ces facteurs une Note de l'auteur, *Versl. en Meded.* Tome XIII, p. 430.

$$0 = x^6 - 8x^4 + 20x^2 - 15 = (x^2-3)(x^4-5x^2+5). \quad (6).$$

De même, dans la supposition $u = x$, les équations (1), (2) et (3) donnent

$$0 = x^{14} - 16x^{12} + 104x^{10} - 352x^8 + 660x^6 - 672x^4 + 336x^2 - 63$$
$$= (x^2-3)(x^6-7x^4+14x^2-7)(x^6-6x^4+9x^2-3), \quad (7)$$

pour le caractère du triangle, de l'heptagone et de l'ennéagone.

Enfin, des formules (1), (2), (3) et (4) on déduit, en y faisant $v = x$,

$$0 = x^{30} - 32x^{28} + 464x^{26} - 4032x^{24} + 23400x^{22} - 95680x^{20} +$$
$$+ 283360x^{18} - 615296x^{16} + 980628x^{14} - 1136960x^{12} +$$
$$+ 940576x^{10} - 537472x^8 + 201552x^6 - 45696x^4 + 5440x^2 - 255$$
$$= (x^2-3)(x^4-5x^2+5)(x^8-7x^6+14x^4-8x^2+1)$$
$$(x^{16} - 17x^{14} + 119x^{12} - 442x^{10} + 935x^8 - 1122x^6 +$$
$$+ 714x^4 - 204x^2 + 17) = 0; \quad (8).$$

contenant les caractères du triangle et du pentagone et des polygones à 15 et à 17 côtés.

En continuant de la même manière, on obtiendrait pour l' hendécagone et le polygone à trente et un côtés une équation du 64me degré.

3. Lorsque la corde d'un arc φ équivaut à celle de l'arc $2^n \varphi$, on voit que le degré de l'équation est $2^{n+1} - 2$; puisque cette équation est de la forme $x(4-x)$, et que l'on divise après par x^n. Chaque équation contient les facteurs caractéristiques pour les deux polygones à $2p-1$ et à $2p+1$ côtés: le degré de chaque facteur est moindre d'une unité que le nombre des côtés; donc, les degrés des deux facteurs sont $2p-2$ et $2p$, et le degré de l'équation elle-même est $4p-2$.

Mais, quelquefois ces facteurs se subdivisent en d'autres, comme on a déjà pu le voir plus haut. Pour les trouver, remarquons que pour $2p+1$ premier, on a une équation complète $C(2p+1)$, de degré $2p$, qui donne tous les côtés et diagonales de valeurs différentes. Si, au contraire, $2p+1$ n'est pas premier, l'équation correspondante spécifique $S(2p+1)$ ne contiendra pas toutes les diagonales; spécialement pas celles qui forment un système, où les diagonales se retrouvent avant qu'on ait parcouru toutes les $2p+1$ circonférences, c'est-à-dire, dans le cas d'un arc $q\varphi$, où q est diviseur de $2p+1$.

Pour le polygone à 15 côtés p. ex. les cordes de 5φ, et de 10φ, sont celles du triangle et exigent ainsi le facteur C (3); les cordes de 3φ, de 6φ, de 9φ, de 12φ, coïncident avec le côté et les diagonales du pentagone, et exigent par suite le facteur C (5). Pour les cordes qui restent, de φ, de 2φ, de 4φ, de 7φ, de 8φ, de 11φ, de 13φ et de 14φ, il faut recourir au facteur spécifique S (15) du 8[e] degré.

Ainsi les équations 5) à 8) doivent avoir la forme

$C(3) = 0;\ C(3) \times C(5) = 0;\ C(3) \times S(9) \times C(7) = 0,$
donc $C(9) = C(3) \times S(9);$

$C(3) \times C(5) \times S(15) \times C(17) = 0,$
donc $C(15) = C(3) \times C(5) \times S(15).$

C'est-à-dire

$$\left.\begin{aligned}
&C(3) = x^2 - 3 = 0;\\
&C(5) = x^4 - 5x^2 - 5 = 0;\\
&C(7) = x^6 - 7x^4 + 14x^2 - 7 = 0;\\
&C(9) = x^8 - 9x^6 + 27x^4 - 30x^2 + 9 = 0,\\
&\quad E(9) = x^6 - 6x^4 + 9x^2 - 3;\\
&C(15) = x^{14} - 15x^{12} + 90x^{10} - 275x^8 + 450x^6 -\\
&\quad - 378x^4 + 140x^2 - 15 = 0,\\
&\quad E(15) = x^8 - 7x^6 + 14x^4 - 8x^2 + 1;\\
&C(17) = x^{16} - 17x^{14} + 119x^{12} - 442x^{10} + 935x^8 -\\
&\quad - 1122x^6 + 714x^4 - 204x^2 + 17 = 0.
\end{aligned}\right\} \quad (9)$$

4. Remarquons que la circonférence étant divisée en parties égales aux points A, B, C, D, E, F, G ... L, M, N, on obtient le polygone dit régulier en joignant les points dans le même ordre. Mais, lorsqu'on passe chaque fois un point, ou deux points etc., et qu'on joint ainsi A, C, E, G, ... M, A, ou A, D, G, ... L, A, les polygones sont dits étoilés. Il va sans dire que tout ce que nous avons trouvé pour la première catégorie subsiste également pour la seconde.

Lorsque $2n + 1$ est premier, il y aura autant de polygones, en général, qu'on pourra tirer de lignes diverses entre les sommets; $2n + 1$ étant un nombre divisible, il y a autant de sortes de polygones qu'il y a de facteurs, et chaque sorte a un

nombre complet d'individus, qui pourtant se reproduisent deux à deux. Donc, pour un polygone à $m \times n \times p$ côtés on a

$\frac{m-1}{2}$ . . . . individus de la sorte M,

$\frac{n-1}{2}$ . . . . " " " " N,

$\frac{p-1}{2}$ . . . . " " " " P,

$\frac{mn-1}{2} - \frac{m+n-2}{2}$ . . . . " " " " MN,

$\frac{mp-1}{2} - \frac{m+p-2}{2}$ . . . . " " " " MP,

$\frac{np-1}{2} - \frac{n+p-2}{2}$ . . . . " " " " NP,

$\frac{mnp-1}{2} - \frac{mn-1}{2} - \frac{mp-1}{2} - \frac{np-1}{2}$ " " " " MNP.

5. On peut parvenir aux mêmes résultats par d'autres voies encore. Par exemple, le théorème de Ptolemée est d'un usage fort utile, pourvu que les côtés et les diagonales du quadrilatère inscrit soient des cordes de $2^m \varphi$.

Il est préférable de l'appliquer à un trapéze, la figure ayant alors deux, quelquefois même trois côtés égaux, et étant de la plus grande simplicité.

Pour l'heptagone A, B, ... G, on prendra le trapèze ABCG, dont les côtés AB, BC, GA soustendent un arc φ, le côté CG un arc 4φ, et l'on a

$$AB \times CG + AG \times CB = AC \times BG \quad \text{ou}$$

$$x \times x(2 - x^2)\sqrt{4 - x^2} + x \times x = (x\sqrt{4 - x^2})^2,$$

d'où l'on déduit, comme on avait déjà trouvé dans la formule (7)

$$x^6 - 7x^4 + 14x^2 - 7 = 0.$$

Pour l'hendécagone A, B, ... L, prenons le trapèze ABCL, dont les côtés AB, BC, LA soustendent un arc φ, et CL un arc 8φ; on trouve par le théorème mentionné

$$x \times x(2 - x^2)\sqrt{4 - x^2}\sqrt{4 - x^2(4 - x^2)(2 - x^2)^2} +$$
$$+ x \times x = (x\sqrt{4 - x^2})^2,$$

ou, après réduction,

$$0 = x^{14} - 16\,x^{12} + 104\,x^{10} - 352\,x^{8} + 660\,x^{6} - 671\,x^{4} + \\ + 330\,x^{2} - 55 \\ = (x^{10} - 11\,x^{8} + 44\,x^{6} - 77\,x^{4} + 55\,x^{2} - 11)(x^{4} - 5\,x^{2} + 5). \quad (11)$$

Pour le polygone à treize côtés on prendrait comme côtés du trapèze les cordes de φ, $4\,\varphi$, $4\,\varphi$ et $4\,\varphi$.

Cette méthode, on le voit, n'élève pas autant le degré de l'équation finale, que celle du N°. 2; mais, en revanche, il n'est pas si évident ici quels sont les facteurs non-caractéristiques.

6. Dans un cas spécial le trapèze donne lieu à une formule pour la corde d d'un arc triple: lorsque les trois autres côtés du trapèze sont égaux à la corde a de l'arc simple. Alors le théorème fournit

$$ad = a^2\,(4 - a^2) - a^2 = a^2\,(3 - a^2), \text{ d'où } d = a\,(3 - a^2). \quad (12)$$

La supposition de $d = a$ donne le côté du carré $a^2 = 2$. (13)

En répétant la même opération, on obtient

$$e = d\,(3 - d^2) = a\,(9 - 30\,a^2 + 27\,a^4 - 9\,a^6 + a^8);$$

et, suivant qu'on prend $e = +\,a$, ou $= -\,a$, on trouve les équations

$$(a^2 - 4)\,(a^2 - 2)\,(a^4 - 3\,a^2 + 1) = 0, \quad (14)$$

$$(a^4 - 5\,a^2 + 5)\,(a^4 - 4\,a^2 + 2) = 0; \quad (15)$$

dont l'une contient C (2), C (4) et S (10), l'autre C (5) et S (8). Il est nécessaire qu'on rencontre ici tous ces polygones, comme ayant la propriété commune que la corde de $9\,\varphi$ est égale à celle de φ; mais il n'en résulte pas clairement pourquoi on les trouve ainsi distribués.

On pourrait encore chercher la corde de $5\,\varphi$, et supposer égales les cordes de φ et de $5\,\varphi$, ou bien celles de $3\,\varphi$ et de $5\,\varphi$; de même encore celles de $k\varphi$ et de $l\varphi$, enfin en général les cordes de $n\varphi$ et de $(n+1)\,\varphi$ dans un polygone à $2\,n+1$ côtés.

7. Cette dernière méthode, à laquelle on est conduit en commencant par la première, est naturellement tout aussi rigoureuse et bien définie; elle exprime le caractère du polygone de $(2\,n+1)$ côtés; elle a l'avantage de ne pas introduire des facteurs étrangers, de ne pas élever le degré de l'équation finale plus qu'il

n'est nécessaire et de donner immédiatement cette équation, lorsque $2n+1$ est premier.

Ainsi la substitution de $x\sqrt{4-x^2}$ pour x dans la valeur de la corde de $\frac{n}{2}\varphi$ ou de $\frac{n+1}{2}\varphi$, selon que n est pair ou impair, donne, après la réduction du radical $\sqrt{4-x^2}$, une équation de degré $2n$, précisément tel qu'il est nécessaire pour trouver les n côtés des n polygones divers à n côtés.

Pour les polygones à un nombre pair de côtés $2m = 2(2n+1)$, il faut de nouveau mettre $x^2(4-x^2)$ au lieu de x^2; donc ces équations seront toujours des fonctions symétriques par rapport à x^2 et $4-x^2$; mais elles ne donneront que $S(2m)$, puisque les facteurs correspondants à des polygones moins élevés, y manquent nécessairement. On trouve ainsi

$$\left.\begin{array}{l}
C(2) = x^2 - 4 = 0;\\
C(3) = x^2 - 3 = 0;\\
C(4) = (x^2 - 2)\,C(2) = 0,\\
\qquad S(4) = x^2 - 2 = 0;\\
C(5) = x^4 - 5x^2 + 5 = 0;\\
C(6) = (x^2 - 1)\,C(3)\,C(2) = 0,\\
\qquad S(6) = x^2 - 1 = 0;\\
C(7) = x^6 - 7x^4 + 14x^2 - 7 = 0;\\
C(8) = (x^4 - 4x^2 + 2)\,S(4)\,C(2) = 0,\\
\qquad S(8) = x^4 - 4x^2 + 2 = 0;\\
C(9) = (x^6 - 6x^4 + 9x^2 - 3)\,C(3) = 0,\\
\qquad S(9) = x^6 - 6x^4 + 9x^2 - 3 = 0;\\
C(10) = (x^4 - 3x^2 + 1)\,C(5)\,C(2) = 0,\\
\qquad S(10) = x^4 - 3x^2 + 1 = 0;\\
C(11) = x^{10} - 11x^8 + 44x^6 - 77x^4 + 55x^2 - 11 = 0;\\
C(12) = (x^4 - 4x^2 + 1)\,S(6)\,S(4)\,C(3)\,C(2) = 0,\\
\qquad S(12) = x^4 - 4x^2 + 1 = 0;\\
C(13) = x^{12} - 13x^{10} + 65x^8 - 156x^6 + 182x^4 -\\
\qquad - 91x^2 + 13 = 0;\\
C(14) = (x^6 - 5x^4 + 6x^2 - 1)\,C(7)\,C(2) = 0,\\
\qquad S(14) = x^6 - 5x^4 + 6x^2 - 1 = 0;
\end{array}\right\}\quad(16)$$

$$\left.\begin{array}{l}
C(15) = (x^8 - 7x^6 + 14x^4 - 8x^2 + 1)\,C(5)\,C(3) = 0, \\
\qquad S(15) = x^8 - 7x^6 + 14x^4 - 8x^2 + 1 = 0; \\
C(16) = (x^8 - 8x^6 + 20x^4 - 16x^2 + 2)\,S(8)\,S(4)\,C(2) = 0, \\
\qquad S(16) = x^8 - 8x^6 + 20x^4 - 16x^2 + 2 = 0; \\
C(17) = x^{16} - 17x^{14} + 119x^{12} - 442x^{10} + 935x^8 - 1122x^6 + \\
\qquad + 714x^4 - 204x^2 + 17 = 0; \\
C(18) = (x^6 - 6x^4 + 9x^2 - 1)\,S(9)\,S(6)\,C(3)\,C(2) = 0, \\
\qquad S(18) = x^6 - 6x^4 + 9x^2 - 1 = 0; \\
C(19) = x^{18} - 19x^{16} + 152x^{14} - 665x^{12} + 1729x^{10} - 2717x^8 + \\
\qquad + 2508x^6 - 1254x^4 + 285x^2 - 19 = 0; \\
C(20) = (x^8 - 8x^6 + 19x^4 - 12x^2 + 1)\,S(10)\,S(5)\,C(4) \\
\qquad C(2) = 0, \\
\qquad S(20) = x^8 - 8x^6 + 19x^4 - 12x^2 + 1 = 0; \\
C(21) = (x^{12} - 11x^{10} + 44x^8 - 78x^6 + 60x^4 - 16x^2 + 1) \\
\qquad C(7)\,C(3) = 0, \\
\qquad S(21) = x^{12} - 11x^{10} + 44x^8 - 78x^6 + 60x^4 - \\
\qquad - 16x^2 + 1 = 0; \\
C(22) = (x^{10} - 9x^8 + 28x^6 - 35x^4 + 15x^2 - 1)\,C(11) \\
\qquad C(2) = 0, \\
\qquad S(22) = x^{10} - 9x^8 + 28x^6 - 35x^4 + 15x^2 - 1 = 0.
\end{array}\right\} (16)$$

8. Pour chercher les propriétés de ces équations et de leurs coefficients, il vaudra mieux avoir recours à des formules de goniométrie.

Celles qui donnent $\frac{\text{Sin } n\varphi}{\text{Cos } \varphi}$, pour n pair, et Sin $n\varphi$ pour n impair, en fonction de Sin φ de degré $n-1$ et n,

$$\left.\begin{array}{l}
\text{Sin } n\varphi = \text{Cos } \varphi . \Big[n \text{ Sin } \varphi - \frac{n\,(n^2-4)}{1.\ 2.\ 3} \text{Sin}^3 \varphi + \ldots + \\
+(-1)^{\frac{n-2}{2}} \frac{n\,(n^2-2^2)\,(n^2-4^2)\ldots\{n^2-(n-2)^2\}}{1.\ 2.\ 3\ \ldots\ (n-2)\ (n-1)} \text{Sin}^{n-1} \varphi \Big], \\
\qquad\qquad\qquad [n \text{ pair}]
\end{array}\right\} (17)$$

$$\left.\begin{array}{l}\mathrm{Sin}\, n\varphi = n\,\mathrm{Sin}\,\varphi - \dfrac{n\,(n^2-1)}{1.\ 2.\ 3}\,\mathrm{Sin}^3\,\varphi + \ldots + \\ +(-1)^{\frac{n-1}{2}}\dfrac{n(n^2-1^2)(n^2-3^2)\ldots\{n^2-(n-2)^2\}}{1.\ 2.\ 3\ \ldots\ (n-1)\ n}\,\mathrm{Sin}^n\varphi,\end{array}\right\}(17)$$

[n impair],

nous donnent les équations requises, lorsqu'on prend $\mathrm{Sin}\, n\varphi = 0$. Les racines en sont alors $\mathrm{Sin}\,\frac{\pi}{2\,n}$, en général $\mathrm{Sin}\,\frac{p\,\pi}{2\,n}$, et celles-ci, en les multipliant par 2, deviennent les cordes de $\frac{\pi}{n}$, $\frac{p\,\pi}{n}$, que l'on cherche. On voit immédiatement que pour $2\,n+1$ premier, tous les coefficients ont $2\,n+1$ pour diviseur; pour les autres $2\,n+1$, ces derniers pourront se perdre en entier ou en partie.

Or, les racines de notre équation pour un polygone à $2\,n+1$ côtés, étant $2\,\mathrm{Sin}\,\psi$, en général $2\,\mathrm{Sin}\,p\,\psi$, où $\psi = \frac{\pi}{2\,n+1}$, les facteurs en sont $x^2 - 4\,\mathrm{Sin}^2\,\psi$, en général $x^2 - 4\,\mathrm{Sin}^2\,p\,\psi$, jusqu'à $x^2 - 4\,\mathrm{Sin}^2\,n\,\psi$. Soient les coefficients de l'équation 1, A, B, C, D,.... alors on a

$$A = 4\sum_1^n \mathrm{Sin}^2\,p\,\psi = 2\sum_1^n(1-\mathrm{Cos}\,2\,p\,\psi) = 2\,(n+\tfrac{1}{2}) = 2\,n+1. \quad (18)$$

Pour trouver les autres coefficients, nommons les racines en général a, et employons les relations de Girard

$$\Sigma\, a^n = A\,\Sigma\, a^{n-1} - B\,\Sigma\, a^{n-2} + C\,\Sigma\, a^{n-3} - \ldots. \pm M\,\Sigma\, a \mp N.$$

Ainsi l'on a $\Sigma\, a^2 = A\,\Sigma\, a - 2\,B$, et, d'un autre côté,

$$\Sigma\, a^2 = 16\,\Sigma\,\mathrm{Sin}^4\,p\,\psi = 4\,\Sigma\,(1-\mathrm{Cos}\,2\,p\,\psi)^2 =$$
$$= 4\,\Sigma\,(1-2\,\mathrm{Cos}\,2\,p\,\psi) + 2\,\Sigma\,(1+\mathrm{Cos}\,4\,p\,\psi) =$$
$$= 4\,(n+1) + 2\,(n-\tfrac{1}{2}) = 6\,n+3 = 3\,(2\,n+1);$$

donc $2\,B = (2\,n+1)^2 - 3\,(2\,n+1) = (n-1)\,(2\,n+1)$. (19)

De même $\Sigma\, a^3 = A\,\Sigma\, a^2 - B\,\Sigma\, a + 3\,C$, et encore $\Sigma\, a^3 = 64\,\Sigma\,\mathrm{Sin}^6\,p\,\psi = 8\,\Sigma\,(1-\mathrm{Cos}\,p\,\psi)^3 = 10\,(2\,n+1)$, donc $20\,(2\,n+1) = 3\,(2\,n+1)^2 - (n-1)\,(2\,n+1)^2 + 3\,C$, d'où

$$C = \frac{(n-2)\,(2\,n-3)}{3}\,(2\,n+1). \quad (20)$$

On trouve encore ainsi

$$D = \frac{n\,(n+1)}{6}\,(2\,n+1). \quad (21)$$

9. On voit que tous ces coefficients ont $2n+1$ pour diviseur, comme il résulte aussi des formules (16). Seulement, lorsque $2n+1$ n'est pas premier, le facteur de $2n+1$ peut être, et est quelquefois, fractionnaire, et ôte un diviseur de ce nombre $2n+1$.

Mais cette propriété est générale.

Car on a $2^p \operatorname{Sin}^p mx = 2^p (\sqrt{-1})^p \Big\{ \operatorname{Cos} pmx -$

$$- \binom{p}{1} \operatorname{Cos} [(p-2)mx] + \binom{p}{2} \operatorname{Cos} [(p-4)mx] - \ldots \Big\};$$

d'où, pour p pair,

$$\sum_1^n 2^p \operatorname{Sin}^p mx = 2^p (\sqrt{-1})^p \Big\{ \sum_1^n \operatorname{Cos} pmx - \binom{p}{1} \sum_1^n \operatorname{Cos} [(p-2)mx] +$$

$$+ \binom{p}{2} \sum_1^n \operatorname{Cos} [(p-4)mx] - \ldots \Big\}. \text{ [1]} \qquad (22)$$

Tout facteur Σ dans les termes du second membre est $\frac{1}{2}$, sauf le terme du milieu, qui est n, puisque $\operatorname{Cos} [(p-p)n] = \operatorname{Cos} 0 = 1$; donc ce terme acquiert la valeur $n \frac{p(p-1)\ldots(\frac{1}{2}p+1)}{1.\ 2 \ldots \frac{1}{2}p}$.

De plus, la somme des autres termes, lesquels forment une série de coefficients du binôme, est $\frac{1}{2}.\ 2^p$, et celle des termes d' ordre pair ou impair, chacune la moitié, donc 2^{p-2}. La dernière somme contient le terme maximum, si on l'en soustrait, il reste

$$2^{p-2} - \frac{1}{2} \frac{p(p-1)\ldots(\frac{1}{2}p+1)}{1.\ 2 \ldots \frac{1}{2}p}:$$

mais ces termes sont de signe contraire à celui des autres termes. Leur somme est donc $\frac{1}{2} \frac{p(p-1)\ldots(\frac{1}{2}p+1)}{1.\ 2 \ldots \frac{1}{2}p}$ et celle-ci ajoutée au terme antérieurement déterminé, donne

$$\frac{1}{2} \frac{p(p-1)\ldots(\frac{1}{2}p+1)}{1.\ 2 \ldots \frac{1}{2}p} (2n+1). \qquad (23)$$

10. Au lieu de déterminer ces coefficients l'un après l'autre,

---

[1]) La notation $\binom{p}{q}$ est celle du coefficient du binôme d'ordre q pour l'exposant p.

comme précédemment, cherchons à trouver la loi qu'ils suivent. Divisons ces coefficients, hors le premier, par $2n+1$, et écrivons les quotients, à la manière du triangle de Pascal, en ligne inclinée; ces quotients formeront des progressions arithmétiques d'ordre supérieur. (Propriété commune aux coefficients du binôme.) Dans chaque polygone suivant à $2n+1$ côtés on rencontre un terme de plus, et le dernier terme est l'unité, tout comme pour ces coefficients.

En outre, les avant-derniers coefficients du binôme forment une progression arithmétique du premier ordre; la troisième, en remontant à partir du dernier, une progression du deuxième ordre; ceux qui se trouvent les $2q+1$ mes en avant du dernier une progression du $2q^{\text{me}}$ ordre. La même chose a lieu pour nos quotients. Reprenons la seconde des formules (17), posons $\operatorname{Sin} n\varphi = 0$, changeons n et m en divisons par $m \operatorname{Sin} \varphi$, il vient

$$0 = 1 - \frac{m^2-1}{1.2.3} \operatorname{Sin}^2 \varphi + \frac{(m^2-1)(m^2-3^2)}{1.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5} \operatorname{Sin}^4 \varphi - \\ - \frac{(m^2-1)(m^2-3^2)(m^2-5^2)}{1.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6.\ 7} \operatorname{Sin}^6 \varphi + \ldots.$$

Le coefficient avant-dernier, qui est $\frac{m^2-1}{1.2.3}$, est un facteur du second degré, le suivant un facteur du quatrième degré, tout comme dans la suite des coefficients du binôme. Ecrivons maintenant $2n+1$ au lieu de m, cette équation devient

$$0 = 1 - \frac{n(n+1)}{1.2.3} 2^2 \operatorname{Sin}^2 \varphi + \frac{(n-1)n(n+1)(n+2)}{1.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5} 2^4 \operatorname{Sin}^4 \varphi - \ldots,$$

ou, en introduisant les cordes au lieu des sinus, $x = 2 \operatorname{Sin} \varphi$,

$$0 = 1 - \frac{n(n+1)}{1.\ 2} \frac{1}{3} x^2 + \frac{(n-1)n(n+1)(n+2)}{1.\ 2.\ 3.\ 4} \frac{1}{5} x^4 - \\ - \frac{(n-2)(n-1)n(n+1)(n+2)(n+3)}{1.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6} \frac{1}{7} x^6 + \ldots$$

$$= 1 - \binom{n+1}{2}\frac{1}{3}x^2 + \binom{n+2}{4}\frac{1}{5}x^4 - \binom{n+3}{6}\frac{1}{7}x^6 + \ldots \quad (24)$$

de sorte que ces coefficients ne diffèrent des coefficients du binôme que par des diviseurs bien déterminés $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$. Cette propriété est pour nous de grande valeur, puisqu'il n'est besoin maintenant que de connaître le diviseur qui doit transformer les derniers coefficients. A cet effet, il faut prendre les diagonales inclinées qui occupent un rang d'ordre impair, en remontant de la dernière, et diviser tous ces nombres par $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$.... Le premier terme donne toujours pour quotient l'unité.

Ainsi, du système de coefficients du binôme

1	1												
1	2	1											
1	3	3	1										
1	4	6	4	1									
1	5	10	10	5	1								
1	6	15	20	15	6	1							
1	7	21	35	35	21	7	1						(25)
1	8	28	56	70	56	28	8	1					
1	9	36	84	126	126	84	36	9	1				
1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1			
1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1		
1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1	
1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286	78	13	1

on déduit le système suivant de nos quotients

$\frac{1}{3}$	1										
$\frac{1}{5}$	1	1									
$\frac{1}{7}$	1	2	1								
$\frac{1}{9}$	1	3	$3\frac{1}{3}$	1							
$\frac{1}{11}$	1	4	7	5	1						
$\frac{1}{13}$	1	5	12	14	7	1					
$\frac{1}{15}$	1	6	$18\frac{1}{3}$	30	$25\frac{1}{5}$	$9\frac{1}{3}$	1				
$\frac{1}{17}$	1	7	26	55	66	42	12	1			
$\frac{1}{19}$	1	8	35	91	143	132	66	15	1		
$\frac{1}{21}$	1	9	$45\frac{1}{3}$	140	273	$333\frac{2}{3}$	$245\frac{1}{7}$	99	$18\frac{1}{3}$	1	
$\frac{1}{23}$	1	10	57	204	476	728	715	429	143	22	1.

(26)

D'où, en multipliant chaque ligne horizontale par le dénominateur de la fraction qui est à la tête, le système des coefficients eux-mêmes

1	3										
1	5	5									
1	7	14	7								
1	9	27	30	9							
1	11	44	77	55	11						
1	13	65	156	182	91	13					
1	15	90	275	450	378	230	15				
1	17	119	442	935	1122	714	204	17			
1	19	152	665	1729	2717	2508	1254	285	19		
1	21	189	952	2940	5733	7007	5148	2079	385	21	
1	23	230	1311	4692	10948	16744	16445	9867	3289	506	23.

(27)

Dans le système (26) les diagonales inclinées à droite ont pour différence 2 $(q-1)$ ème (où q est le nombre d'ordre de la diagonale en comptant de la dernière) la fraction qui y est à la tête. Quant aux diagonales inclinées à gauche, elles ont pour différence q ième les produits $\frac{1}{2}\,2^1$, $\frac{1}{3}\,2^2$, $\frac{1}{4}\,2^3$, $\frac{1}{5}\,2^4$ ....

11. A la propriété des coefficients du binôme qui s'exprime ainsi $(1+x)^m\,(1+x)^n = (1+x)^{m+n}$, il correspond une propriété analogue, un peu moins simple. Ainsi les coefficients de

l'équation du degré $2\ (m+n)$, ne diffèrent que très peu du produit des deux équations du degré $2m$ et $2n$. La plus simple différence résulte, soit de la multiplication de $C(2m+1) \times C(2q+1)$ et $C\ (2n+1) \times C\ (2p+1)$, lorsque $m+n=p+q$; soit même de la comparaison de $\{C(2m+1)\}^2$ et de $C(2p+1) \times C(2q+1)$, lorsque $2m=p+q$ et que la différence $(2m+1)^2 - (2p+1)$ $(2q+1)$ est très-faible.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Ainsi } \{C\ (5)\}^2 = x^8 - 10\,x^6 + 35\,x^4 - 50\,x^2 + 35 = \\ = C\,(3) \times C\,(7) - (x^2 - 4) = C\ (3) \times C\ (7) - C\ (2); \\ C\ (5) \times C\ (11) = x^{14} - 16\,x^{12} + 104\ x^{10} - 352\ x^8 + \\ \quad + 660\,x^6 - 671\ x^4 + 330\ x^2 - 55 = C\ (7) \times C(9) + x^4 - \\ \quad - 6\ x^2 + 8 = C\ (7) \times C\ (9) + C\ (4).\end{array}\right\} \quad (28)$$

12. Nous avons vu aux N°s. 5 et 6 que l'équation exprimant l'égalité de deux cordes de multiples différents de l'arc simple menait tantôt à des *C* tantôt à des *S*. Prenons $\operatorname{Sin}(2n+1)\frac{\varphi}{2} = \pm \operatorname{Sin}\frac{\varphi}{2}$ — il faudra dans le premier membre de la dernière équation (17) mettre ± 1 pour $\operatorname{Sin}[(2n+1)\frac{\varphi}{2}]$ — alors on a

$$0 = \operatorname{Sin}\ [(2n+1)\frac{\varphi}{2}] - \operatorname{Sin}\frac{\varphi}{2} = \operatorname{Sin}\frac{n\varphi}{2}.\ \operatorname{Cos}\ [(n+1)\ \frac{\varphi}{2}], \quad (29)$$

$$0 = \operatorname{Sin}\ [(2n+1)\frac{\varphi}{2}] + \operatorname{Sin}\frac{\varphi}{2} = \operatorname{Cos}\frac{n\varphi}{2}.\ \operatorname{Sin}\ [(n+1)\ \frac{\varphi}{2}]. \quad (30)$$

Tous les polygones correspondants à (29) seront des facteurs de $C\,(2n+1) = +1$; ceux qui correspondent à (30), se trouveront parmi les facteurs de $C\ (2n+1) = -1$. Parmi les facteurs de (29) et (30) il faut qu'il se trouve les côtés et les diagonales des polygones à $2n+2$ et à $2n$ côtés; et comme dans ces polygones à un nombre pair de côtés, les diagonales sont ou des côtés ou des diagonales de polygones à un nombre moindre de côtés, nous pourrons remplacer ici C par S. Afin de parvenir à ces équations, il faut chercher d'abord quelles valeurs de $\frac{1}{2}\varphi = \frac{\pi}{2(n+1)}, = \frac{\pi}{2n}, = \frac{\pi}{n+1} = \frac{\pi}{n}$ satisfont à (29)

et à (30): ensuite on observera si $\varphi^1 = \frac{1}{2}\varphi$ donne pour $(n+1)\varphi^1$ la valeur Sin φ^1, ou bien — Sin φ^1.

Lorsqu'on veut que la corde de 9φ soit égale à celle de φ, sauf le signe, on a Sin $9\varphi^1 =$ Sin φ^1, d'où $\varphi^1 = 18°, = 45°, = 90°$, ou Sin $9\varphi^1 = -$ Sin φ^1, d'où $\varphi^1 = 36°, = 22\frac{1}{2}°$.

Dans le premier cas, $\varphi = 36, = 90, = 180$, donne le décagone et l'octogone (si l'on veut le carré); dans le dernier cas, $\varphi = 72, = 45$, donne le décagone (si l'on veut le pentagone) et l'octogone. Par suite

$C(9) = +1 \equiv S(10)\,S(4)\,C(2) = 0$ et $C(9) = -1 \equiv S(8)\,C(5)$.

Naturellement, on peut réunir les résultats $C(2n+1) = 1$ et $C(2n+1) = -1$ dans la seule équation $\{C(2n+1)\}^2 - 1 = 0$, comme dans les formules suivantes, où le signe $\times$ sépare les deux facteurs

$$\left.\begin{array}{l}
\{C(3)\}^2 - 1 = S(4) \times C(2) = 0;\\
\{C(5)\}^2 - 1 = S(4)\,C(3) \times S(6)\,C(2) = 0;\\
\{C(7)\}^2 - 1 = S(8)\,C(3) \times S(6)\,S(4)\,C(2) = 0;\\
\{C(9)\}^2 - 1 = S(8)\,C(5) \times S(10)\,S(4)\,C(2) = 0;\\
\{C(11)\}^2 - 1 = S(12)\,C(5)\,S(4) \times S(10)\,S(6)\,C(3)\,C(2) = 0;\\
\{C(13)\}^2 - 1 = S(12)\,C(7)\,S(4) \times S(14)\,S(6)\,C(3)\,C(2) = 0;\\
\{C(15)\}^2 - 1 = S(16)\,C(7) \times S(14)\,S(8)\,S(4)\,C(2) = 0;\\
\{C(17)\}^2 - 1 = S(16)\,S(9)\,C(3) \times S(18)\,S(8)\,S(6)\,S(4)\\
\qquad S(2) = 0;\\
\{C(19)\}^2 - 1 = S(20)\,S(9)\,S(4)\,C(3) \times S(18)\,S(10)\,S(6)\\
\qquad C(5)\,C(2) = 0;\\
\{C(21)\}^2 - 1 = S(20)\,C(11)\,S(4) \times S(22)\,S(10)\,C(5)\,C(2) = 0;\\
\{C(23)\}^2 - 1 = S(24)\,C(11)\,S(8) \times S(22)\,S(12)\,S(6)\,S(4)\\
\qquad C(3)\,C(2) = 0.
\end{array}\right\}(31)$$

Pour les polygones à un nombre pair $2n$ de côtés, on a toujours $\{C(2n)\}^2 - 1 = C(2n-1)\,C(2n+1)\,C(2)$. (32)

13. On pourrait encore prendre égales les cordes de $k\varphi$ et de $l\varphi$, ce qui donne Sin $\frac{k\varphi}{2} = \pm$ Sin $\frac{l\varphi}{2}$, ou en réduisant

$$\text{Sin}\left(\frac{k-l}{2}\frac{\varphi}{2}\right).\ \text{Cos}\left(\frac{k+l}{2}\frac{\varphi}{2}\right)=0, \tag{33}$$

$$\text{ou Sin}\left(\frac{k+l}{2}\frac{\varphi}{2}\right).\ \text{Cos}\left(\frac{k-l}{2}\frac{\varphi}{2}\right)=0. \tag{34}$$

En cherchant quelles sont les valeurs de φ qui correspondent à ces conditions, on se trouve ramené aux polygones de $k+l$ et de $k-l$ côtés: mais on en emploie seulement quelques diagonales. Donc, on ne retombera pas sur C $(k+l)$ ou C $(k-l)$ mais au contraire sur S $(k+l)$, S $(k-l)$: néanmoins leur produit contiendra tous les facteurs tant de C $(k+l)$ que de C $(k-l)$.

Pour $k=5$, $l=3$, on a $x(5-5x^2+x^4)=\pm x(3-x^2)$,

$$\left.\begin{array}{l}\text{d'où } x^4-4x^2+2=\text{S}(8)=0,\\ x^4-6x^2+8=\text{S}(4)\,\text{C}(2)=0.\end{array}\right\} \tag{36}$$

Pour $k=7$, $l=3$ on a $x(7-14x^2+7x^4-x^6)=\pm x(3-x^2)$,

$$\left.\begin{array}{l}\text{d'où } x^6-7x^4+13x^2-4=\text{S}(10)\,\text{C}(2)=0,\\ x^6-7x^4+15x^2-10=\text{C}(5)\,\text{S}(4)=0.\end{array}\right\} \tag{37}$$

Lorsqu'on élève les équations au carré, on trouve dans ces deux cas,

$$9-6x^2+x^4=25-50x^2+35x^4-10x^6+x^8,$$

$$\text{d'où S}(8).\ \text{S}(4)\ \text{C}(2)=0 \tag{38}$$

et $9-6x^2+x^4=49-196x^2+294x^4-210x^6+77x^8-$
$-14x^{10}+x^{12}$,

$$\text{d'ou S}(10)\ \text{C}(5)\ \text{S}(4)\ \text{C}(2)=0, \tag{39}$$

le même résultat que donnerait la multiplication des équations (36) ou (37.)

14. Lorsqu'on désire des équations pour les cosinus des angles du polygone eux-mêmes, il faut observer que chaque côté est égal à la somme des projections de tous les autres côtés sur celui-ci; donc, en prenant l'unité pour chaque côté

$$1=\text{Cos}\frac{2\pi}{n}+\text{Cos}\frac{4\pi}{n}+\text{Cos}\frac{6\pi}{n}+\ldots+\text{Cos}\frac{2(n-1)\pi}{n}. \tag{40}$$

De ce caractère on déduit la nouvelle propriété que le carré d'un côté est égal à la somme des carrés des autres côtés, augmenteé du double produit de ces côtés deux à deux, multiplié par le cosinus de l'angle intercepté, c'est-à-dire

$$1 = n-1+2\left\{(n-2)\operatorname{Cos}\frac{2\pi}{n}+(n-3)\operatorname{Cos}\frac{4\pi}{n}+(n-4)\operatorname{Cos}\frac{6\pi}{n}+\ldots\right.$$

$$\left.\ldots+\operatorname{Cos}\frac{2(n-1)\pi}{n}\right\}; \qquad (41)$$

ou bien, en passant au polygone de $n-1$ côtés

$$0 = n-1+2\left\{(n-2)\operatorname{Cos}\frac{2\pi}{n-1}+(n-3)\operatorname{Cos}\frac{4\pi}{n-1}+\ldots\right.$$

$$\left.\ldots+\operatorname{Cos}\frac{2(n-2)\pi}{n-1}\right\};$$

ou, lorsqu'on réduit par la formule $\operatorname{Cos}\varphi = \operatorname{Cos}(2\pi-\varphi)$,

$$0 = 1+2\left\{\operatorname{Cos}\frac{2\pi}{n}+\operatorname{Cos}\frac{4\pi}{n}+\ldots+\operatorname{Cos}\frac{2(n-1)\pi}{n}\right\}, \qquad (42)$$

ou, pour n impair, en prenant $(2n+1)\varphi = 2\pi$

$$0 = 1+2(\operatorname{Cos}\varphi+\operatorname{Cos}2\varphi+\operatorname{Cos}3\varphi+\ldots+\operatorname{Cos}n\varphi); \qquad (43)$$

où l'on déduit les $\operatorname{Cos} n\varphi$ à l'aide des formules

$$(-1)^{\frac{n}{2}}\operatorname{Cos}n\varphi = 1-\frac{n^2}{1.\,2}\operatorname{Cos}^2\varphi+\frac{n^2(n^2-2^2)}{1.\,2.\,3.\,4}\operatorname{Cos}^4\varphi+\ldots$$

$$\ldots+(-1)^{\frac{n}{2}}\frac{n^2(n^2-2^2)\ldots\{n^2-(n-1)^2\}}{1.\,2.\,3\,\ldots\,(n-1).\,n}\operatorname{Cos}^n\varphi, \qquad (44)$$

[n pair]

$$(-1)^{\frac{n+1}{2}}\operatorname{Cos}n\varphi = n\operatorname{Cos}\varphi-\frac{n(n^2-1)}{1.\,2.\,3}\operatorname{Cos}^3\varphi+\frac{n(n^2-1)(n^2-3^2)}{1.\,2.\,3.\,4.\,5}\operatorname{Cos}^5\varphi+$$

$$+\ldots+(-1)^{\frac{n-1}{2}}\frac{n(n^2-1)(n^2-3^2)\ldots\{n^2-(n-1)^2\}}{1.\,2.\,3\,\ldots\,n}\operatorname{Cos}^n\varphi, \qquad (44)$$

[n impair]

les analogues des équations (17).

De cette manière, les coefficients deviennent pour $n = 1$ à 9

1	2									
—1	2	4								
—1	—4	4	8							
1	—4	—12	8	16						
1	6	—12	—32	16	32					(45)
—1	6	24	—32	—80	32	64				
—1	8	24	80	—80	—192	64	128			
1	—8	—40	80	240	—192	—448	128	256		
1	10	—40	—160	240	672	—448	—1024	256	512.	

La somme de chaque ligne horizontale est toujours $2n + 1$. Les diagonales inclinées à droite ont deux à deux le signe + et —. Les diagonales inclinées à gauche ont, sauf le signe, un diviseur 2_p, et chaque terme y est répété deux fois; divisons par ce facteur 2^p, alors on a

pour $n =$										
1	1	1								
2	—1	1	1							
3	—1	—2	1	1						
4	1	—2	—3	1	1					
5	1	3	—3	—4	1	1				
6	—1	3	6	—4	—5	1	1			
7	—1	—4	6	10	—5	—6	1	1		
8	1	—4	—10	10	15	—6	—7	1	1	
9	1	5	—10	—20	15	21	—7	—8	1	1

Lorsque maintenant on monte par diagonales, on rencontre les coefficients du binôme, deux fois de suite pour le même exposant. Et il ne faut point s'en étonner, puisque les coefficients de 44 ne sont autre chose que

$$\frac{(n+1)\,n(n-1)}{1.\ 2.\ 3}, \quad \frac{(n+2)\,(n+1)\ n\ (n-1)\,(n-2)}{1.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.}, \ldots$$

NOTE SUR LA FORMATION DES ÉQUATIONS,

QUI FONT CONNAÎTRE LE CÔTÉ ET LES DIAGONALES DES POLYGONES RÉGULIERS

PAR

R. LOBATTO.

Extrait des: Verslagen en Mededeelingen de l'Académie Royale des Sciences d'Amsterdam. 2e Série, Tome 1. pag. 33—63.

---

1. Cette méthode-ci est fondée seulement sur la théorie des fonctions goniométriques: c'est la voie qui semble être la plus propre à obtenir des résultats généraux. Elle se distingue des méthodes que M. Buys-Ballot a données en dernier lieu dans sa note, en ce que les équations complètes sont de puissances $\frac{n-1}{2}$ ou $\frac{n}{2}$, selon que n est impair ou pair. Ces équations ont donc un degré moindre de moitié, et cela résulte de ce qu'elles ne donnent que le côté et les diagonales qui en réalité diffèrent de valeur, et dont le nombre est $\frac{n-1}{2}$ ou $\frac{n}{2}$ respectivement. Les équations de la note citée ne contiennent, il est vrai, que les puissances paires de x; mais il est difficile de comprendre comment on pourrait interpréter ici les racines négatives: car il ne semble pas qu'on puisse les expliquer en comptant les diagona-

les dans un ordre inverse, comme on l'a fait dans la note citée [1]).

2. En premier lieu tâchons de déduire l'équation pour le polygone à n côtés de celle pour le polygone à $n-2$ côtés.

Soit $\alpha = \frac{\pi}{n}$, d'où 2α l'angle au centre du polygone à n côtés, dont le côté sera $2 \operatorname{Sin} \alpha$: alors la corde de l'angle $2(n-1)\alpha$ sera une diagonale égale à la corde de l'angle 2α: on arrive ainsi à notre équation fondamentale

$$\operatorname{Sin} \{(n-1)\alpha\} = \operatorname{Sin} \alpha. \tag{1}$$

Pour la résoudre, employons une des formules pour le sinus du multiple d'un arc

$$\operatorname{Sin} n\alpha = \operatorname{Sin} \alpha. \Big\{ 2^{n-1} \operatorname{Cos}^{n-1} \alpha - (n-2)\, 2^{n-3} \operatorname{Cos}^{n-3} \alpha + \frac{(n-3)(n-4)}{1.\quad 2}\, 2^{n-5} \operatorname{Cos}^{n-5} \alpha - \frac{(n-4)(n-5)(n-6)}{1.\quad 2.\quad 3}\, 2^{n-7} \operatorname{Cos}^{n-7} \alpha + \ldots\ldots \Big\}. \tag{2a}$$

Changeons n en $n-1$, posons $2 \operatorname{Cos} \alpha = x$, et divisons par $\operatorname{Sin} \alpha$, nous aurons:

$$x^{n-2} - (n-3)\, x^{n-4} + \frac{(n-4)(n-5)}{1.\quad 2}\, x^{n-6} - \frac{(n-5)(n-6)(n-7)}{1.\quad 2.\quad 3}\, x^{n-8} + \ldots = 1. \tag{2}$$

Maintenant distinguons les cas de n pair et impair, et commençons par celui où n est impair.

3. I. n impair. — Alors l'équation (2) est de degré impair $n-2$. Mais parmi les $n-3$ diagonales qui aboutissent toutes à un même point, il n'y en a que $\frac{n-3}{2}$ qui soient différentes, puisque la corde de $p.\, 2\alpha$ est égale à celle de $(n-p).\, 2\alpha$. Par suite, l'équation qui comprend le côté et les $\frac{n-3}{2}$ diagonales différen-

[1]) Voyez No. 4 de la note suivante de M. Badon Ghyben.

tes, sera du degré $\frac{n-1}{2}$; nous allons voir comment on peut déterminer ce facteur de l'équation (2).

4. Pour $n = 3$, notre équation donne

$$x - 1 = 0 \quad (3), \qquad \text{et} \qquad \alpha = \frac{\pi}{3}. \tag{4}$$

Pour $n = 5$, on trouve par (2) $x^3 - 2x - 1 = 0; \ldots$ (5)
et par (1) $\text{Sin } 4\alpha = \text{Sin } \alpha$, donc

$$4\alpha = (2k+1)\pi - \alpha, \alpha = \frac{(2k+1)\pi}{5}; \text{ et } 4\alpha = 2k\pi + \alpha, \alpha = \frac{2k\pi}{3};$$

d'où, pour $k = 0$, et $= 1$:

$$\alpha = \frac{\pi}{5}, = \frac{3\pi}{5}, \text{ et } \alpha = 0, = \frac{2\pi}{3}. \tag{5a}$$

Des valeurs plus grandes de k ne donneront pas d'autres valeurs de Cos α ou de x; de plus, les valeurs $\alpha = 0$, ou $\alpha = h\pi$, ne peuvent convenir ici, puisqu'on a chassé le facteur Sin α en établissant l'équation (2). Des trois autres valeurs de α, il n'y a que les deux premières qui regardent le pentagone; la dernière donne le facteur étranger $x + 1$. Donc en divisant (5) par ce facteur, le quotient

$$x^2 - x - 1 = 0 \tag{6}$$

sera l'équation du pentagone, et donnera deux valeurs pour x ou Cos α, qui peuvent servir à la détermination de Sin α, c'est-à-dire du côté et de la diagonale.

Pour $n = 7$, on trouve par (2) $x^5 - 4x^3 + 3x - 1 = 0$; (7)
et par (1) Sin $6\alpha =$ Sin α; donc $\alpha = \frac{(2k+1)\pi}{7}$ et $\alpha = \frac{2k\pi}{5}$: on y satisfait par les valeurs $\alpha = \frac{\pi}{7}, = \frac{3\pi}{7}, = \frac{5\pi}{7}$, et $\alpha = \frac{2\pi}{5}, = \frac{4\pi}{5}$. (7a)

Observons que les deux dernières valeurs sont les suppléments des deux premières de (5a), qu'elles correspondent donc au pentagone et à l'équation (6) pour x négatif. Par suite $x^2 + x - 1$ est le facteur étranger, dont il faut débarrasser l'équation (7) par la division; le quotient $x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$ (8)
sera l'équation de l'heptagone; elle donnera par ses trois racines le côté et les deux diagonales de cette figure.

Lorsque $n=9$, on a $x^7-6\ x^5+10\ x^3-4\ x-1=0$, (9) et $\text{Sin } 8\ \alpha = \text{Sin } \alpha$; d'où $\alpha = \frac{(2\,k+1)\,\pi}{9}$ et $\alpha = \frac{2\,k\,\pi}{7}$, ou les deux systèmes $\alpha = \frac{\pi}{9}, = \frac{3\,\pi}{9}, = \frac{5\,\pi}{9}, = \frac{7\,\pi}{9}$, et $\alpha = \frac{2\,\pi}{7}, = \frac{4\,\pi}{7}, = \frac{6\pi}{7}$. ($9^a$)
Ces trois dernières valeurs sont de nouveau les suppléments des trois premières des valeurs (7^a). Faisons x négatif dans (8) et $x^3+x^2-2\,x-1$ sera le facteur étranger de (9); l'autre facteur
$$x^4-x^3-3\ x^2+2\ x+1=0 \qquad (10)$$
sera donc l'équation de l'ennéagone. Mais cette équation complète a encore le facteur $x-1$, puisque $\alpha = \frac{3\,\pi}{9} = \frac{\pi}{3}$ appartient au triangle: donc on peut l'écrire $(x-1)(x^3-3\,x-1)=0$; (10^a) où le second facteur donne le côté et deux diagonales différentes de l'ennéagone.

Prenons $n=11$, on a $x^9-8\,x^7+21\,x^5-20\,x^3+5\,x-1=0$, (11) et $\text{Sin } 10\ \alpha = \text{Sin } \alpha$; à la seconde de ces équations correspondent les valeurs

$$\alpha = \frac{\pi}{11}, = \frac{3\,\pi}{11}, = \frac{5\,\pi}{11}, = \frac{7\,\pi}{11}, = \frac{9\,\pi}{11}, \text{et } \alpha = \frac{2\,\pi}{9}, = \frac{4\,\pi}{9}, = \frac{6\,\pi}{9}, = \frac{8\,\pi}{9}; \qquad (11^a)$$

dont le dernier système contient les suppléments du premier système (9^a). Changeons x en $-x$ dans (10); $x^4+x^3-3\ x^2-2\ x+1$ sera le facteur étranger qui en résulte; divisons l'équation (11) par ce facteur, le quotient
$$x^5-x^4-4\ x^3+3\ x^2+3\ x-1=0 \qquad (12)$$
sera l'équation de l'endécagone.

Soit $n=13$, alors (2) et (1) deviennent
$$x^{11}-10\,x^9+36\,x^7-56\,x^5+35\,x^3-6\,x-1=0, \qquad (13)$$
et $\text{Sin } 12\ \alpha = \text{Sin } \alpha$; celle-ci donne pour racines
$$\alpha = \frac{\pi}{13}, = \frac{3\,\pi}{13}, = \frac{5\,\pi}{13}, = \frac{7\,\pi}{13}, = \frac{9\,\pi}{13}, = \frac{11\,\pi}{13}, \text{ et}$$
$$\alpha = \frac{2\,\pi}{11}, = \frac{4\,\pi}{11}, = \frac{6\,\pi}{11}, = \frac{8\,\pi}{11}, = \frac{10\,\pi}{11}, \qquad (13^a)$$
dont les cinq dernières sont les suppléments des premières valeurs (11^a). Par suite, en faisant x négatif dans (12), le

polynome $x^5 + x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 3x + 1$ sera le facteur étranger contenu dans (13), dont l'autre facteur

$$x^6 - x^5 - 5x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 3x - 1 = 0 \qquad (14)$$

sera l'équation du polygone à treize côtés.

Enfin pour $n = 15$ on a

$$x^{13} - 12x^{11} + 55x^9 - 120x^7 + 126x^5 - 56x^3 + \\ + 7x - 1 = 0, \qquad (15)$$

et $\sin 14\alpha = \sin \alpha$, où correspondent les valeurs

$$\alpha = \frac{\pi}{15}, = \frac{3\pi}{15}, = \frac{5\pi}{15}, = \frac{7\pi}{15}, = \frac{9\pi}{15}, = \frac{11\pi}{15}, = \frac{13\pi}{15}, \text{ et}$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{13}, = \frac{4\pi}{13}, = \frac{6\pi}{13}, = \frac{8\pi}{13}, = \frac{10\pi}{13}, = \frac{12\pi}{13}; \qquad (15^a)$$

le dernier système contenant les suppléments du premier système (13^a), on en déduit pour le facteur étranger, par le changement de x en $-x$ dans (14),

$$x^6 + x^5 - 5x^4 - 4x^3 + 6x^2 + 3x - 1;$$

et en divisant l'équation (15) par ce facteur, on trouve pour l'autre facteur

$$x^7 - x^6 - 6x^5 + 5x^4 + 10x^3 - 6x^2 - 4x + 1, \qquad (16)$$

équation du polygone à treize côtés.

Mais, dans le premier système (15^a) se trouvent les angles $\alpha = \frac{\pi}{3}$, qui appartient au triangle, $\alpha = \frac{\pi}{5}, = \frac{3\pi}{5}$, qui appartiennent au pentagone; donc l'équation (16) aura les facteurs $x - 1$ et $x^2 - x - 1$, ce qui donne pour le troisième facteur $x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x + 1$; ainsi pour (16) il faut écrire

$$(x-1)(x^2 - x - 1)(x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x + 1) = 0, \qquad (16^a)$$

où le dernier facteur donne le côté du polygone à 15 côtés, et celles des diagonales qui n'appartiennent pas en même temps au triangle ou au pentagone; les diagonales qui font partie de ces deux dernières figures, sont comprises dans le premier et le deuxième facteur.

5. De la même manière, dans le cas général de $2n + 1$, on peut diviser la fonction (2) en deux facteurs, l'un de degré $\frac{n-3}{2}$, l'autre de degré $\frac{n-1}{2}$.

Car l'équation (1) a un système de $\frac{n-1}{2}$ racines $\frac{(2p+1)\pi}{2n+1}$, un autre de $\frac{n-3}{2}$ racines $\frac{2p\pi}{2n-1}$; ces dernières sont les suppléments du premier système analogue pour le polygone à $2n-1$ côtés; donc l'équation de ces polygones, après y avoir changé x en $-x$, sera le facteur étranger de degré $\frac{n-3}{2}$. Quand on divise par ce facteur l'équation (2), de degré $n-2$, on obtient dans l'autre facteur, de degré $\frac{n-1}{2}$, l'équation du polygone à $2n+1$ côtés.

Lorsque $2n+1$ est un nombre composé p. ex. $= p.\ q.\ r$, où p, q, r sont des nombres premiers, les équations des polygones à p, à q, à r côtés seront diviseurs de l'équation obtenue.

6. Passons maintenant à une méthode générale pour obtenir l'équation du polygone à n côtés. L'équation $\operatorname{Sin} n\alpha = 0$ (17) se change par la supposition de $\alpha = \frac{\pi}{2} - \beta$ en $\operatorname{Sin}\left\{n\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)\right\} = \pm \operatorname{Cos} n\beta$, suivant que n est de la forme $4k+1$ ou $4k-1$.

Maintenant employons la formule

$$\operatorname{Cos} n\beta = 2^{n-1}\operatorname{Cos}^n\beta - n.\,2^{n-3}\operatorname{Cos}^{n-2}\beta + \frac{n(n-3)}{2}2^{n-5}\operatorname{Cos}^{n-4}\beta - \\ - \frac{n(n-4)}{2.}\frac{(n-5)}{3}\,2^{n-7}\operatorname{Cos}^{n-6}\beta + \ldots; \qquad (18)$$

posons-y le côté du polygone $2\operatorname{Sin}\alpha = 2\operatorname{Cos}\beta = y$, faisons $\operatorname{Cos} n\beta = 0$, comme il suit de (17), et divisons par y, nous aurons

$$y^{n-1} - n\,y^{n-3} + \frac{n-3}{2}\,n\,y^{n-5} - \frac{(n-4)}{2.}\frac{(n-5)}{3}\,n\,y^{n-7} + \ldots = 0. \qquad (19)$$

Supposons-y $n=3, =5, =7, =9, =11, =13, =15, =17$, et nous retrouverons les équations (9) de la note de M. Buys-Ballot. Elles ne contiennent que des puissances paires de y et ont, par suite, autant de racines négatives que de positives; circonstance dont nous avons cherché à donner l'interprétation dans nos remarques au N°. 1. Notre équation (2^a) a de même des racines

Cos α négatives; mais les valeurs de α, étant $< \pi$, donnent pour les diagonales Sin α toujours des valeurs positives.

L'équation (18) donnant pour $\pm$ 2 Cos $n\,\beta$ la corde de l'arc $2\,n\,\alpha$, il s'ensuit que l'équation (19) multipliée par $+\,y$ ou $-\,y$, selon que n est de la forme $4\,k+1$ ou $4\,k-1$, donnera toujours les cordes de tous les multiples impairs de l'arc $2\,\alpha$ en fonction de la corde y de l'arc simple.

Ainsi l'on trouve

$$\left.\begin{array}{ll}
\text{corde } 3.\,2\alpha = & -\,y\,(y^2-3);\\
\text{corde } 5.\,2\alpha = & y\,(y^4-5\,y^2+5);\\
\text{corde } 7.\,2\alpha = & -\,y\,(y^6-7\,y^4+14\,y^2-7);\\
\text{corde } 9.\,2\alpha = & y\,(y^2-3)\,(y^6-6\,y^4+9\,y^2-3);\\
\text{corde } 11.\,2\alpha = & -\,y\,(y^{10}-11\,y^8+44\,y^6-77\,y^4+\\
& +\,55\,y^2-11);\\
\text{corde } 13.\,2\alpha = & y\,(y^{12}-13\,y^{10}+65\,y^8-156\,y^6+\\
& +\,182\,y^4-91\,y^2+13);\\
\text{corde } 15.\,2\alpha = & -\,y\,(y^2-3)\,(y^4-5\,y^2+5)\,(y^8-\\
& -\,7\,y^6+14\,y^4-8\,y^2+1);\\
\text{corde } 17.\,2\alpha = & y\,(y^{16}-17\,y^{14}+119\,y^{12}-\\
& -\,442\,y^{10}+935\,y^8-1122\,y^6+714\,y^4-\\
& -\,204\,y^2+17).
\end{array}\right\}\quad(20)$$

7. On a remarqué dans la note précédente (N°. 9) que dans quelques-unes de nos équations les coefficients sont divisibles par le nombre des côtés $2\,n+1$. Il suit de la formule (19) que cette propriété a lieu généralement pour tout $2\,n+1$: 5, 7, 11, 13, 17, 19, où les fractions

$$\frac{n-3}{2},\quad \frac{(n-4)\,(n-5)}{2.\quad 3},\quad \frac{(n-5)\,(n-6)\,(n-7)}{2.\quad 3.\quad 4},\ldots$$

sont des nombres entiers.

De plus, ces équations, en négligeant le terme qui renferme la puissance supérieure de x, ont souvent pour diviseur y^2-1. Car l'équation (18), après y avoir substitué 2 Cos $\beta = y$, devient

$$2\,\text{Cos}\,n\,\beta - y^n = -\,n\,y\left\{y^{n-3}-\frac{n-3}{2}\,y^{n-5}+\frac{(n-4)\,(n-5)}{2.\quad 3}\,y^{n-7}-\right.$$
$$\left.-\,\frac{(n-5)\,(n-6)\,(n-7)}{2.\quad 3.\quad 4}\,y^{n-9}+\ldots\pm 1\right\}. \qquad (21)$$

Pour $\beta = \frac{\pi}{3}$, $y = 2 \operatorname{Cos} \beta = 1$, le premier membre devient $2 \operatorname{Cos} \frac{n\pi}{3} - 1$, et puisque pour n de la forme $6k \pm 1$, $\operatorname{Cos} \frac{n\pi}{3} =$ $= \operatorname{Cos}\left(\pm \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$, la valeur du premier membre se réduit dans cette hypothèse à zéro. Dans ce cas, le second membre doit donc s'annuler aussi pour $y^2 = 1$; en d'autres mots, il a le facteur $y^2 - 1$. Cette propriété existe donc pour les polygones à 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, ... côtés, et ainsi pas seulement pour ceux à un nombre premier de côtés.

8. On peut encore déduire une autre équation de la formule (1), qui donne

$$0 = \operatorname{Sin}\{(n-1)\alpha\} - \operatorname{Sin}\alpha = \operatorname{Sin}\left\{\frac{(n-2)\alpha}{2}\right\}. \operatorname{Cos}\frac{n\alpha}{2}. \quad (22)$$

Ces deux facteurs donnent pour α les deux systèmes

$$\left.\begin{array}{l} \alpha = \frac{2\pi}{n-2}, = \frac{4\pi}{n-2}, = \frac{6\pi}{n-2}, = \ldots = \frac{(n-3)\pi}{n-2}; \\ \alpha = \frac{\pi}{n}, = \frac{3\pi}{n}, = \frac{5\pi}{n}, = \ldots = \frac{(n-2)\pi}{n}. \end{array}\right\} (23)$$

Le premier de ces systèmes a $\frac{n-3}{2}$ valeurs, qui sont les suppléments des angles appartenant au polygone à $n-2$ côtés; ce système conduit donc au facteur étranger, tandis que les $\frac{n-1}{2}$ valeurs du second système correspondent au polygone à n côtés.

Employons de nouveau l'équation (18) pour notre facteur $\operatorname{Cos}\frac{n\alpha}{2}$, et posons $2 \operatorname{Cos} \frac{1}{2}\alpha = z$, alors nous obtenons

$$z^n - nz^{n-2} + n\frac{n-3}{2}z^{n-4} - n\frac{(n-4)(n-5)}{2.\ 3}z^{n-6} + \ldots = 0, \quad (24^a)$$

et en négligeant le facteur z, puisque n est impair,

$$z^{n-1} - nz^{n-3} + n\frac{n-3}{2}z^{n-5} - n\frac{(n-4)(n-5)}{2.\ 3}z^{n-7} + \ldots \pm n = 0. \quad (24)$$

Pour en déduire l'équation en x, observons que la relation

$$2 \operatorname{Cos} \alpha = 4 \operatorname{Cos}^2 \tfrac{1}{2} \alpha - 2,$$

donne
$$x = z^2 - 2.$$

Donc, puisque $n - 1$ et les autres exposants dans (24) sont des nombres pairs, on peut prendre $z^2 = v$; ensuite on n'a qu'à diminuer de deux unités, à l'aide de l'algorithme de Horner, toutes les racines de l'équation en v pour en déduire l'équation en x.

Puis qu'on a $x = 2 \operatorname{Cos} \alpha = 2 - 4 \operatorname{Sin}^2 \frac{1}{2} \alpha = 2 - y^2$ (voyez N°. 6), on peut déduire de cette équation en x, par le même algorithme, l'équation en $x + 2 = u$ et remplacer u ensuite par y^2.

Passons maintenant au cas de n pair.

9. II. n pair. En premier lieu, appliquons la méthode des N°s. 3 et 4.

L'équation (1), réduite à la forme (21), comporte ici les deux systèmes de valeurs

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \frac{\pi}{n}, = \frac{3\pi}{n}, = \frac{5\pi}{n}, = \ldots = \frac{(n-1)\pi}{n}; \\ \alpha &= \frac{2\pi}{n-2}, = \frac{4\pi}{n-2}, = \frac{6\pi}{n-2}, = \ldots = \frac{(n-4)\pi}{n-2}; \end{aligned}\right\} \quad (25)$$

correspondant aux valeurs (23). Les $\frac{n}{2} - 2$ dernières valeurs appartiennent au polygone à $n - 2$ côtés, comme suppléments de ses angles primitifs, et conduisent ainsi au facteur étranger. Les $\frac{n}{2}$ premiers angles ont deux à deux une somme égale à π; seulement dans le cas de $n = 4k \pm 2$, l'angle au milieu n'aura pas d'angle supplémentaire, mais aussi sera égal à $\frac{1}{2}\pi$. En tout cas ces valeurs de α donneront le côté et les diagonales pour les multiples impairs de l'arc; et, entre autres, le diamètre pour $\alpha = \frac{\pi}{2}$, donnant la racine $x = 0$. Les diagonales omises seront le côté et les diagonales du polygone à $\frac{n}{2}$ côtés, et devront se déduire de celui-ci.

10. Pour $n=4$, on a par (2) $x^2 - 2 = 0$, (26)

et $\alpha = \frac{\pi}{4}, = \frac{3\pi}{4}$. (27)

Or, ces deux angles, étant supplémentaires, ne font connaître que le côté du carré.

Pour $n = 6$ on a $x^4 - 3x^2 = 0$, (28)

et $\alpha = \frac{\pi}{6}, = \frac{3\pi}{6}, = \frac{5\pi}{6}$, et $= \frac{\pi}{2}$. (28a)

La dernière, comme la troisième, mène à l'équation $x^2 = 0$, le facteur étranger de (28); les deux autres correspondent à l'autre facteur $x^2 - 3 = 0$. (29)

Soit $n = 8$, alors $x^6 - 5x^4 + 6x^2 - 2 = 0$, (30)

et $\alpha = \frac{\pi}{8}, = \frac{3\pi}{8}, = \frac{5\pi}{8}, = \frac{7\pi}{8}$, et $= \frac{\pi}{3}, = \frac{2\pi}{3}$; (30a)

dont les deux dernières, comme appartenant au triangle, donnent le facteur étranger $x^2 - 1$. L'autre facteur

$$x^4 - 4x^2 + 2 = 0 \quad (31)$$

contiendra ainsi le côté de l'octogone et la diagonale de l'arc triple.

Supposons $x = 10$, donc

$$x^8 - 7x^6 + 15x^4 - 10x^2 = 0, \quad (32)$$

$$\alpha = \frac{\pi}{10}, = \frac{3\pi}{10}, = \frac{5\pi}{10}, = \frac{7\pi}{10}, = \frac{9\pi}{10}, \text{ et} = \frac{\pi}{4}, = \frac{2\pi}{4}, = \frac{3\pi}{4}. \quad (32a)$$

Les trois dernières valeurs appartiennent au carré, et mènent par suite au facteur étranger $x^2 - 2$. L'angle $\frac{5\pi}{10} = \frac{\pi}{2}$ correspond au facteur $x^2 = 0$; donc, après la division par ce dernier facteur étranger x^2 et par le premier $x^2 - 2$, on trouve

$$x^4 - 5x^2 + 5 = 0 \quad (33)$$

pour le troisième facteur, déterminant le côté du décagone et la diagonale de l'arc triple.

Pour $n = 12$ on a

$$x^{10} - 9x^8 + 28x^6 - 35x^4 + 15x^2 - 2 = 0, \quad (34)$$

et $\alpha = \frac{\pi}{12}, = \frac{3\ \pi}{12}, = \frac{5\ \pi}{12}, = \frac{7\ \pi}{12}, = \frac{9\ \pi}{12}, = \frac{11\ \pi}{12}$, et

$$\alpha = \frac{\pi}{5}, = \frac{2\ \pi}{5}, = \frac{3\ \pi}{5}, = \frac{4\ \pi}{6}. \qquad (34^a)$$

Les quatres derniers conduisent au pentagone, soit comme angles s'y rapportant directement, soit comme suppléments de ces angles; ils donnent donc les facteurs étrangers $x^2 - x - 1$, et $x^2 + x + 1$. De plus, le deuxième et le cinquième, étant égaux à $\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\ \pi}{4}$, appartiennent au carré et donnent le facteur étranger $x^2 - 2$. Par la suppression de ces trois facteurs, on trouve le quatrième

$$x^4 - 4\ x^2 + 1 = 0 \qquad (35)$$

pour le côté et la diagonale de l'arc quintuple du dodécagone.

Soit $n = 14$; on trouve

$$x^{12} - 11\ x^{10} + 45\ x^8 - 84\ x^6 + 70\ x^4 - 21\ x^2 = 0, \qquad (36)$$

$$\alpha = \frac{\pi}{14}, = \frac{3\ \pi}{14}, = \frac{5\ \pi}{14}, = \frac{7\ \pi}{14}, = \frac{9\ \pi}{14}, = \frac{11\ \pi}{14}, = \frac{13\ \pi}{14}, \text{et}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{6}, = \frac{2\ \pi}{6}, = \frac{3\ \pi}{6}, = \frac{4\ \pi}{6}, = \frac{5\ \pi}{6}. \qquad (36^a)$$

Dans le dernier système, $\frac{\pi}{6}$ et $\frac{5\ \pi}{6}$ appartiennent à l'hexagone et donnent le facteur étranger $x^2 - 3$; $\frac{2\ \pi}{6}$ et $\frac{4\ \pi}{6}$ appartiennent au triangle et donnent le facteur $x^2 - 1$; l'angle $\frac{3\ \pi}{6}$, ainsi que l'angle du milieu du premier système $\frac{7\ \pi}{14}$, donnent le facteur x^2. Divisons (36) par tous ces facteurs, et le quotient

$$x^6 - 7\ x^4 + 14\ x^2 - 7 = 0 \qquad (37)$$

donnera le côté et les diagonales des arcs triples et quintuples du polygone à 14 côtés.

11. Tout comme au N°. 8, on pourrait faire usage ici de l'équation

$$\text{Cos}\ \tfrac{1}{2}\ n\ \alpha = 0,$$

afin d'obtenir pour chaque valeur de n une équation déjà délivrée de tout facteur étranger.

Supposons par exemple $n = 10$; alors (18) nous donne

$$z^{10} - 10\,z^8 + 35\,z^6 - 50\,z^4 + 25\,z^2 - 2 = 0. \quad (38)$$

Après avoir pris $z^2 = v$, on diminue les racines de 2, par l'algorithme de Horner, pour trouver la nouvelle équation en $x = v - 2$

$$x\,(x^4 - 5\,x^2 + 5) = 0,$$

qui, après qu'on a ôté le facteur x, devient la même que (33) pour le décagone.

12. Passons à la recherche de l'équation générale dont les $n - 2$ racines donnent directement le côté et toutes les diagonales.

L'équation fondamentale Sin $n\,\alpha = 0$, devient pour

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \beta, \quad \text{Sin}\; n\,\alpha = \pm\, \text{Sin}\; n\,\beta,$$

suivant que n est impair ou pair. Maintenant posons

$$2\,\text{Cos}\,\beta = 2\,\text{Sin}\,\alpha = y,$$

et l'équation (2^a) devient

$$y^{n-1} - (n-2)\,y^{n-3} + \frac{(n-3)\,(n-4)}{1.\quad 2}\,y^{n-5} -$$
$$- \frac{(n-4)\,(n-5)\,(n-6)}{1.\quad 2.\quad 3}\,y^{n-7} + \ldots = 0.$$

Or, n étant pair, cette équation aura un diviseur y; après l'avoir ôté, nous trouvons

$$y^{n-2} - (n-2)\,y^{n-4} + \frac{(n-3)\,(n-4)}{1.\quad 2}\,y^{n-6} -$$
$$- \frac{(n-4)\,(n-5)\,(n-6)}{1.\quad 2.\quad 3}\,y^{n-8} + \ldots = 0. \quad (39)$$

Pour $n = 4$, elle donne $y^2 - 2 = 0$. (40)

Soit $n = 6$, elle fournit $y^4 - 4\,y^2 + 3 = 0$. (41^a)

Puisque deux des diagonales appartiennent au triangle, il faut que cette équation ait le facteur $y^2 - 3$, et il vient

$$(y^2 - 1)\,(y^2 - 3) = 0. \quad (41)$$

Pour $n = 8$, on a $y^6 - 6\,y^4 + 10\,y^2 - 4 = 0$; ($42^a$)
deux diagonales appartenant au carré, on a le facteur $y^2 - 2$, et par suite $(y^2 - 2)\,(y^4 - 4\,y^2 + 2) = 0$. (42)

$n = 10$ donne $y^8 - 8\,y^6 + 21\,y^4 - 20\,y^2 + 5 = 0$; ($43^a$)

mais quatre des diagonales se retrouvent dans le pentagone, dont l'équation est $y^4 - 5y^2 + 5 = 0$; donc (43^a) devient

$$(y^4 - 5y^2 + 5)(y^4 - 3y^2 + 1) = 0. \qquad (43)$$

Soit $n = 12$: alors la formule (39) nous fournit

$$y^{10} - 10y^8 + 36y^6 - 56y^4 + 35y^2 - 6 = 0; \qquad (44^a)$$

les diagonales appartiennent en partie à l'hexagone, en partie au carré; donc cette équation a les facteurs

$$(y^2 - 1)(y^2 - 3) \text{ et } y^2 - 2;$$

donc $(y^2 - 1)(y^2 - 2)(y^2 - 3)(y^4 - 4y^2 + 1) = 0 \ldots$ (44)

Quand $n = 14$, l'équation (39) devient

$$y^{12} - 12y^{10} + 55y^8 - 120y^6 + 126y^4 - 56y^2 + 7 = 0, \quad (45)$$

tandis qu'entre les diagonales il n'y en a pas qui appartiennent à quelque autre polygone de cette classe d'un degré moindre.

Enfin, pour $n = 16$ on trouve

$$y^{14} - 14y^{12} + 78y^{10} - 220y^8 + 330y^6 - 252y^4 + 84y^2 - 8 = 0. (46^a)$$

Parmi les diagonales on distingue ici le côté et les diagonales de l'octogone, pour lequel on a trouvé l'équation (42). Notre équation devient par l'introduction de ce facteur

$$(y^2 - 2)(y^4 - 4y^2 + 2)(y^8 - 8y^6 + 20y^4 - 16y^2 + 2) = 0. \quad (46)$$

13. La même formule (2^a) peut servir encore à exprimer la corde d'un multiple pair d'un arc en fonction de la corde y de l'arc simple, de la même manière qu'il a été fait pour les multiples impairs à la fin de N°. 7. On n'a besoin que de la formule $2 \operatorname{Sin} n\alpha = \pm 2 \operatorname{Sin} n\beta$ pour la corde de $n.\ 2\alpha$, selon que n est de la forme $4k + 2$ ou $4k$, tandis que $y = 2 \operatorname{Cos} \beta = 2 \operatorname{Sin} \alpha$ est la corde de l'arc simple 2α. Les résultats obtenus nous fournissent donc, puisque $2 \operatorname{Sin} \beta = \sqrt{4 - y^2}$:

$$\left.\begin{aligned}
&\text{Corde } 2.2\alpha = y\sqrt{4 - y^2};\\
&\text{Corde } 4.2\alpha = -y(y^2 - 2)\sqrt{4 - y^2};\\
&\text{Corde } 6.2\alpha = y(y^2 - 1)(y^2 - 3)\sqrt{4 - y^2};\\
&\text{Corde } 8.2\alpha = -y(y^2 - 2)(y^4 - 4y^2 + 2)\sqrt{4 - y^2};\\
&\text{Corde } 10.2\alpha = y(y^4 - 5y^2 + 5)(y^4 - 3y^2 + 1)\sqrt{4 - y^2};\\
&\text{Corde } 12.2\alpha = -y(y^2 - 1)(y^2 - 2)(y^2 - 3)(y^4 - \\
&\qquad -4y^2 + 1)\sqrt{4 - y^2}.
\end{aligned}\right\} (47)$$

14. On doit à M. Buys-Ballot (voyez la note précédente N°. 7) l'observation que les polygones à un nombre de côtés divisible par quatre, ont des équations symétriques par rapport à y^2 et $4-y^2$.

Nous avons vu (N°s. 8 et 11) que l'équation $\operatorname{Cos} \frac{1}{2} n \alpha = 0$ nous sert à trouver l'équation d'un polygone, sans facteur étranger. Faisons $n = 2m$, et m pair, donc n un multiple de 4; alors on a l'équation connue

$$\operatorname{Cos} m\alpha = \operatorname{Cos}^m \alpha - \binom{m}{2} \operatorname{Cos}^{m-2}\alpha . \operatorname{Sin}^2\alpha + \binom{m}{4} \operatorname{Cos}^{m-4}\alpha . \operatorname{Sin}^4\alpha -$$

$$- \ldots \pm \binom{m}{4} \operatorname{Cos}^4 \alpha . \operatorname{Sin}^{m-4}\alpha \mp \binom{m}{2} \operatorname{Cos}^2\alpha . \operatorname{Sin}^{m-2}\alpha \pm \operatorname{Sin}^m \alpha; \quad (48)$$

où le second membre est symétrique par rapport à $\operatorname{Sin}^2 \alpha$ et $\operatorname{Cos}^2 \alpha$, et, puisque $\operatorname{Sin} \alpha = \frac{1}{2} y$ et $\operatorname{Cos} \alpha = \frac{1}{2} \sqrt{4 - y^2}$, symétrique aussi par rapport à y^2 et $4 - y^2$.

Pour $m = 2$, $(n = 4)$, on a pour le carré

$$\operatorname{Cos}^2 \alpha - \operatorname{Sin}^2 \alpha = 0 \text{ d'où } y^2 - (4 - y^2) = 0. \quad (49)$$

Soit $m = 4$, alors $\operatorname{Cos}^4 \alpha - 6 \operatorname{Cos}^2 \alpha . \operatorname{Sin}^2 \alpha + \operatorname{Sin}^4 \alpha = 0$. Mais $1 = (\operatorname{Sin}^2 \alpha + \operatorname{Cos}^2 \alpha)^2$ donne $2 \operatorname{Sin}^2 \alpha . \operatorname{Cos}^2 \alpha =$
$= 1 - \operatorname{Sin}^4 \alpha - \operatorname{Cos}^4 \alpha$; (a)
par la substitution de cette valeur notre équation devient

$$4 \operatorname{Sin}^4 \alpha + 4 \operatorname{Cos}^4 \alpha - 3 = 0 \text{ ou } (y^2)^2 + (4 - y^2)^2 - 12 = 0. \quad (50)$$

Faisons $m = 6$ et la formule (48) devient

$$\operatorname{Cos}^6 \alpha - \operatorname{Sin}^6 \alpha - 15 \operatorname{Sin}^2 \alpha . \operatorname{Cos}^2 \alpha . (\operatorname{Cos}^2 \alpha - \operatorname{Sin}^2 \alpha) = 0;$$

divisons par $\operatorname{Cos}^2 \alpha - \operatorname{Sin}^2 \alpha$, qui correspond au carré, nous obtenons $\operatorname{Cos}^4 \alpha + \operatorname{Sin}^4 \alpha - 14 \operatorname{Sin}^2 \alpha . \operatorname{Cos}^2 \alpha = 0$ ou par (a) $8 \operatorname{Sin}^4 \alpha +$
$+ 8 \operatorname{Cos}^4 \alpha - 7 = 0$, donc $(y^2)^2 + (4 - y^2)^2 - 14 = 0$. (51)

Pour $m = 8$, l'équation (48) donne

$$\operatorname{Cos}^8 \alpha + \operatorname{Sin}^8 \alpha + 70 \operatorname{Sin}^4 \alpha . \operatorname{Cos}^4 \alpha - 28 \operatorname{Sin}^2 \alpha . \operatorname{Cos}^2 \alpha . (\operatorname{Sin}^4 \alpha + \operatorname{Cos}^4 \alpha) = 0.$$

Substituons $\operatorname{Cos}^4 \alpha + \operatorname{Sin}^4 \alpha = 1 - 2 \operatorname{Sin}^2 \alpha . \operatorname{Cos}^2 \alpha$, $\operatorname{Cos}^8 \alpha + \operatorname{Sin}^8 \alpha = 1 + 2 \operatorname{Sin}^4 \alpha . \operatorname{Cos}^4 \alpha - 4 \operatorname{Sin}^2 \alpha . \operatorname{Cos}^2 \alpha$, et nous aurons

$$1 - 32 \operatorname{Sin}^2 \alpha . \operatorname{Cos}^2 \alpha + 128 \operatorname{Sin}^4 \alpha . \operatorname{Cos}^4 \alpha = 0, \text{ ou par } (a)$$

$16\,\text{Cos}^4\alpha + 16\,\text{Sin}^4\alpha + 128\,\text{Sin}^4\alpha.\text{Cos}^4\alpha - 15 = \frac{1}{2}\,(16\,\text{Sin}^4\alpha +$
$+ 2)\,(16\,\text{Cos}^4\alpha + 2) - 17 = 0,$

d'où $\qquad \{(y^2)^2 + 2\}\,\{(4 - y^2)^2 + 2\} - 34 = 0. \qquad (52)$

15. Il ne semble pas superflu d'indiquer la relation remarquable qui existe entre les équations en y pour n pair et n impair.

Afin de montrer comment les équations pour n pair se déduisent des autres, reprenons les formules générales (24^a) et (39), qui ont lieu pour toutes les valeurs de n, tant paires qu'impaires. Or, on voit que (39) se déduit de (24^a) par la différentiation par rapport à y, et la division subséquente par $n\,y$.

En outre, $2\,[\text{Cos}\{(n-1)\beta\} + \text{Cos}\{(n+1)\beta\}] = 4\,\text{Cos}\,n\,\beta.\,\text{Cos}\,\beta =$
$= 2\,y\,\text{Cos}\,n\,\beta,$

d'où l'on déduit $2\,\text{Cos}\,n\,\beta = \dfrac{2}{y}\,[\text{Cos}\{(n-1)\beta\} + \text{Cos}\{(n+1)\beta\}]\ldots(53)$

Ainsi, pour avoir l'équation du polygone à $2\,n$ côtés, il faut prendre la somme de celles pour $2\,n - 1$ et $2\,n + 1$, différentier ce résultat, et diviser ensuite par $2\,n\,y$.

Par exemple

$n = 13\ldots\; y^{12} - 13\,y^{10} + 65\,y^8 - 156\,y^6 + 182\,y^4 - 91\,y^2 + 13 = 0,$
$n = 11\ldots\qquad\quad y^{10} - 11\,y^8 + 44\,y^6 - 77\,y^4 + 55\,y^2 - 11 = 0,$

somme.... $y^{12} - 12\,y^{10} + 54\,y^8 - 112\,y^6 + 105\,y^4 - 36\,y^2 + 2 = 0;$
différentiez: $12\,y^{11} - 120\,y^9 + 432\,y^7 - 672\,y^5 + 420\,y^3 - 72\,y = 0;$
divisez par $12\,y$: $\;y^{10} - 10\,y^8 + 36\,y^6 - 56\,y^4 + 35\,y^2 - 6 = 0.$

On a encore: $\text{Cos}\{(n-1)\beta\} - \text{Cos}\{(n+1)\beta\} = 2\,\text{Sin}\,n\,\beta.\,\text{Sin}\,\beta,$

et, par suite, $\dfrac{\text{Sin}\,n\,\beta}{\text{Sin}\,\beta} = \dfrac{2\,[\text{Cos}\{(n-1)\beta\} - \text{Cos}\{(n+1)\beta\}]}{4\,\text{Sin}^2\beta} =$

$$= \frac{2\,[\text{Cos}\{(n+1)\beta\} - \text{Cos}\{(n-1)\beta\}]}{y^2 - 4}. \qquad (54)$$

Or, le premier membre n'est autre chose que (39) multiplié par y; de sorte qu'on peut aussi prendre la différence entre les équations qui servent pour $2\,n+1$ et $2\,n-1$, et la diviser par y^2-4, pour obtenir l'équation correspondante à $2\,n$. Par exemple

$$n = 13 \ldots y^{12} - 13\,y^{10} + 65\,y^8 - 156\,y^6 + 182\,y^4 - 91\,y^2 + 13 = 0,$$
$$n = 11 \ldots \qquad y^{10} - 11\,y^8 + 44\,y^6 - 77\,y^4 + 55\,y^2 - 11 = 0,$$

différence: $y^{12} - 14\,y^{10} + 76\,y^8 - 200\,y^6 + 259\,y^4 - 146\,y^2 + 24 = 0,$
divisez par $y^2 - 4$: $y^{10} - 10\,y^8 + 36\,y^6 - 56\,y^4 + 35\,y^2 - 6 = 0.$

16. L'opération inverse, qui consiste à déduire l'équation pour n impair de celles qui se rapportent à n pair, est plus facile. Car on a: $\text{Sin}\,\{(n+1)\,\beta\} - \text{Sin}\,\{(n-1)\,\beta\} = 2\,\text{Sin}\,\beta . \text{Cos}\,n\,\beta$; donc

$$2\ \text{Cos}\ n\ \beta = \frac{\text{Sin}\,\{(n+1)\,\beta\} - \text{Sin}\,\{(n-1)\,\beta\}}{\text{Sin}\,\beta} \ldots \qquad (55)$$

Ainsi, on n'a qu'à prendre la différence des équations correspondantes à $2\,n+2$ et à $2\,n$ pour obtenir celle du polygone à $2\,n+1$ côtés.

Par exemple

$$n = 12 \ldots\ldots y^{10} - 10\,y^8 + 36\,y^6 - 56\,y^4 + 35\,y^2 - 6 = 0,$$
$$n = 10 \ldots\ldots \qquad y^8 - 8\,y^6 + 21\,y^4 - 20\,y^2 + 5 = 0,$$

différence.... $y^{10} - 11\,y^8 + 44\,y^6 - 77\,y^4 + 55\,y^2 - 11 = 0.$

Par conséquent, on préférera de commencer le calcul par les équations pour un nombre pair de côtés; de simples soustractions donneront celles pour un nombre impair.

Il faut encore observer que les coefficients de notre équation (39) sont des coefficients du binôme, savoir:

$$\binom{n-2}{1},\ \binom{n-3}{2},\ \binom{n-4}{3},\ \binom{n-5}{4},\ldots$$

On les trouvera donc très facilement dans le tableau (25) au No. 10 de la Note précédente.

Ainsi, pour $n = 14$, ces coefficients seront

12, 55, 120, 126, 56, 7.

NOUVELLE NOTE

SUR LA FORMATION DES ÉQUATIONS

DONT LES RACINES SONT LES CÔTÉS ET LES DIAGONALES, QUI ÉMANENT D'UN MÊME SOMMET D'UN POLYGONE RÉGULIER.

PAR

M. J. BADON GHYBEN.

Extrait des: Verslagen en Mededeelingen de l'Académie Royale des Sciences d'Amsterdam, 2e Serie, Tome 1, pag. 293—316.

1. Reprenant, à mon tour le sujet intéressant déjà traité par MM. Buys-Ballot et Lobatto, je démontrerai que la formation des équations mentionnées ne revient qu'à l'application de la formule connue

$$\frac{ch\ (n\ a)}{ch\ (a)} = m^{n-1} - \binom{n-2}{1} m^{n-3} + \binom{n-3}{2} m^{n-5} - \ldots, \quad (1)$$

où $ch.\ (a)$ désigne la corde de l'arc (a), et $m = ch\ (\pi - a)$; le rayon du cercle étant pris pour unité. Quand le premier membre de (1) s'évanouit, on obtient

$$0 = m^{n-1} - \binom{n-2}{1} m^{n-3} + \binom{n-3}{2} m^{n-5} - \ldots; \quad (2)$$

tandis que le terme général du rang $i + 1$ est de la forme

$$\frac{(n-i-1)\ (n-i-2)\ \ldots\ (n-2\ i)}{1.\qquad 2.\qquad \ldots\qquad i} m^{n-2i-1} =$$

$$= \binom{n-i-1}{i} m^{n-2i-1}. \quad (2^a)$$

Or l'équation (2), qui pour n pair peut être divisée par m, ne contient, par suite, que des puissances paires de m, et peut admettre ainsi la substitution $m^2 = 4 - x^2$. De la sorte, l'équation qui résulte de cette substitution ne contiendra encore elle-même que des puissances paires de x. Les racines, valeurs de x^2, seront, à cause de la substitution employée, les carrés des côtés et des diagonales du polygone régulier à n côtés inscrit au cercle à rayon, égal à l'unité, pour autant que ces côtés et ces diagonales diffèrent en grandeur. L'équation (2) que l'on vient d'obtenir, sera, par conséquent, celle que l'on cherche. Seulement, dans le cas ou le diamètre du cercle sera une des diagonales du polygone, on ne retrouvera pas cet $x^2 = 4$ parmi les racines x^2 de l'équation (2).

2. La transformation mentionnée se fait très-aisément à l'aide de l'algorithme connu de Horner pour diminuer d'une quantité donnée les racines d'une équation. Mais, cette transformation ne sera nécessaire que pour n impair: puisque pour n pair on n'a qu'à changer immédiatement m en x dans l'équation (2).

Soit, par exemple, $n = 14$, l'équation (2) donnera après la division par m

$$m^{12} - 12\, m^{10} + 55\, m^8 - 120\, m^6 + 126\, m^4 - 56\, m^2 + 7 = 0;$$

et celle-ci, par la transformation pour $m^2 - 4 = -x^2$, donnera

$$x^{12} - 12\, x^{10} + 55\, x^8 - 120\, x^6 + 126\, x^4 - 56\, x^2 + 7 = 0.$$

Au contraire, pour $n = 17$ l'équation (2) donnera tout de suite

$$m^{16} - 15\, m^{14} + 91\, m^{12} - 286\, m^{10} + 495\, m^8 - 462\, m^6 + \\ + 210\, m^4 - 36\, m^2 + 1 = 0,$$

qui par la même transformation, deviendra

$$x^{16} - 17\, x^{14} + 119\, x^{12} - 442\, x^{10} + 935\, x^8 - 1122\, x^6 + \\ + 714\, x^4 - 204\, x^2 + 17 = 0.$$

(Voyez la note de M. Buys-Ballot, N°. 7, formule (16), et celle de Lobatto, N°. 6, formule (20) et N°. 12, formule (44^a.)

3. Pour démontrer ces propriétés, illustrées par un exemple au N°. 2, remarquons que le premier membre de (1) s'annulera pour $n\,a = 2\,k\,\pi$, où k est arbitraire sauf la condition de n'être égal ni à n, ni à quelque multiple de n, puisque alors a deviendrait égal

à 2π ou à un de ses multiples, et que, par suite, $ch\,(a)$ s'annulerait de même: ce qui rendrait le premier membre $\frac{0}{0}$, indéterminé. Dans cette supposition on a

$$a = \frac{2\,k\,\pi}{n} \text{ et dans (2) } m = ch\left(\pi - \frac{2\,k\,\pi}{n}\right), \qquad (3)$$

de sorte que pour toute valeur entière de k, non multiple de n, cet m sera racine de l'équation (2). Or, cette formule (3) ne donne que $n - 1$ valeurs à m, à savoir pour $k = 1, = 2, = 3, \ldots = n - 1$; toute autre valeur de k donnera un même résultat que celles-ci; c'est donc ainsi qu'on obtient les $n - 1$ racines de (2). Mais ces valeurs de m sont, deux à deux, égales en valeur absolue et munies d'un signe contraire, p. ex. pour $k = 1$ et $= n - 1$, pour $k = 2$ et $= n - 2$, en général pour $k = l$ et $= n - l$; en outre, dans le cas de n pair, on a $m = 0$ pour la seule valeur de $k = \frac{1}{2}\,n$. Tout ceci est en accord avec les remarques du N°. 1.

Ainsi, les racines de l'équation (2) auront la forme

$$m = \pm\, ch\left(\pi - \frac{2\,k\,\pi}{n}\right), \qquad (3^a)$$

pour $k = 1, = 2, \ldots.$ jusques à $\frac{1}{2}\,(n - 1)$, ou à $\frac{1}{2}\,n$, selon que n est pair ou impair.

De plus, la substitution de $m^2 = 4 - x^2$ nous donne

$$x = \pm\sqrt{4 - m^2} = \pm\sqrt{4 - ch^2\left(\pi - \frac{2\,k\,\pi}{n}\right)} = \pm\, ch\left(\frac{2\,k\,\pi}{n}\right), \qquad (4)$$

où k passe par la même série de valeurs, que ci-dessus. Ces valeurs de x sont précisément le côté et les diagonales du polygone régulier à n côtés et par conséquent les racines de l'équation cherchée, prises une fois positivement, l'autre fois négativement. Le diamètre y manque toujours, puisque la valeur $m = 0$ vient d'être rejetée.

Or, pour n pair, les valeurs de m et de x, données par (3) et par (4), coincident, lorsqu'on ne prend pas garde à la valeur $m = 0$; c'est pourquoi il suffit, dans ce cas, de substituer x à m dans l'équation (2); et cela résulterait tout ainsi bien de l'inspection de la figure, x et m étant les cordes d'arcs supplémentaires.

4. De ce qui vient d'être observé à l'égard des cordes m dans (3^a), il résulte une explication meilleure du signe négatif, adhérent à quelque diagonale. On peut l'interpreter ici d'une manière analogue que pour la sécante goniométrique. Qu'on fasse tourner la première corde d'un arc $\pi - a$ autour d'une extrémité de cet arc, pour faire coïncider cette ligne successivement avec les cordes des autres arcs multiples, et qu'on prenne cette région de la ligne comme partie positive, en comptant de cette extrémité de l'arc; il arrivera, nécessairement, que l'autre côté, négatif, de cette ligne décrira aussi les diverses diagonales; de telle sorte que *toutes* les diagonales seront décrites une fois par la région positive, une autre fois par la région négative de la ligne primitive.

5. Lorsque n, étant un nombre premier, surpasse 5, l'équation en x ne semble pas admettre une résolution en facteurs, sans qu'on n'introduise les fonctions goniométriques, toujours immédiatement connues comme racines de cette équation. Ainsi l'on pourrait bien écrire, au lieu de la dernière équation du N°. 2,

$$\left\{x^2 - ch^2\left(\frac{2\pi}{17}\right)\right\}\left\{x^2 - ch^2\left(\frac{4\pi}{17}\right)\right\}\ldots\left\{x^2 - ch^2\left(\frac{16\pi}{17}\right)\right\} = 0,$$

mais on ne saurait combiner un certain nombre de ces facteurs de telle sorte qu'on pût éliminer les fonctions goniométriques; comme il arrive lorsqu'on prend le produit de tous les huit facteurs.

6. Mais il n'en est pas ainsi à l'égard de l'équation (2) en m. On peut toujours la réduire à un produit de deux facteurs algébriques, quand n est premier et même quand n n'est qu'impair; les deux facteurs sont alors tous les deux de degré $\frac{1}{2}(n-1)$, mais, en revanche, ils contiennent tant les puissances paires qu'impaires de x. Donc cette réduction ne peut offrir quelque avantage qu'à raison de la moindre grandeur des coefficients numériques; néanmoins, elle est assez intéressante pour que nous la reproduisions ici.

Faisons usage de la substitution $m^2 = 2 + y$, dans l'équation (2); supposons que l'équation $\quad F(y) = 0 \quad$ (5)

en soit le résultat; elle exige

$$y = m^2 - 2 = ch^2\left(\pi - \frac{2k\pi}{n}\right) - 2 =$$

$$= 2 \text{ Sinvers } \left(\pi - \frac{2k\pi}{n}\right) - 2 = 2 - 2 \text{ Sinvers } \frac{2k\pi}{n} =$$

$$= 2 \text{ Cos } \frac{2k\pi}{n} = 2 \text{ Sin } \left(\frac{\pi}{2} - \frac{2k\pi}{n}\right) = ch\left(\pi - \frac{4k\pi}{n}\right); \quad (6)$$

donc, les racines de l'équation (5) ont la forme (6) pour les $n - 1$ valeurs de k: $1, 2, 3, \ldots \frac{1}{2}(n-1)$, n étant impair.

Mais la supposition $m^2 = 2 - y$ donnera en même temps

$$F(-y) = 0, \quad (5^a)$$

avec les racines

$$y = -ch\left(\pi - \frac{4k\pi}{n}\right), \quad (6^a)$$

pour les mêmes valeurs de n. Donc l'équation

$$\pm F(y) \times F(-y) = 0 \quad (5^b)$$

aura les racines

$$y = \pm ch\left(\pi - \frac{4k\pi}{n}\right). \quad (6^b)$$

Le signe $\pm$, ajouté à l'équation (5^b), a pour but de rendre toujours positif le premier terme après la multiplication des deux facteurs.

Or, pour $k = 1, 2, 3, \ldots \frac{1}{2}(n-3), \frac{1}{2}(n-1)$, la formule (6^b) devient

$$\pm ch\left(\pi - \frac{4\pi}{n}\right), \pm ch\left(\pi - \frac{8\pi}{n}\right), \ldots \quad \mp ch\left(\pi - \frac{6\pi}{n}\right),$$

$$\mp ch\left(\pi - \frac{2\pi}{n}\right),$$

les mêmes valeurs qui résulteraient de la formule (3^a). Donc, les racines étant les mêmes, les équations (2) et (5^b) doivent être identiquement égales; c'est-à-dire qu'on a d'après (2)

$$\pm F(m) \times F(-m) = 0. \quad (5^c)$$

7. Par exemple, pour $n = 7$ l'équation (2) devient

$$m^6 - 5m^4 + 6m^2 - 1 = 0,$$

d'où l'équation en $m^2 - 2 = y$

$$y^3 + y^2 - 2y - 1 = 0,$$

de sorte qu'on a pour le signe — :
$m^6 - 5m^4 + 6m^2 - 1 = (m^3 + m^2 - 2m - 1)(m^3 -$
$- m^2 - 2m + 1) = 0.$
Le premier facteur a pour racines

$$m = -ch\left(\frac{\pi}{7}\right), = +ch\left(\frac{3\pi}{7}\right), = -ch\left(\frac{5\pi}{7}\right):$$

le second facteur (voir la note de Lobatto, N°. 4, form. (8), où on ne l'a trouvée qu'en rejetant un facteur étranger),

$$m = +ch\left(\frac{\pi}{7}\right), = -ch\left(\frac{3\pi}{7}\right), = +ch\left(\frac{5\pi}{7}\right).$$

Soit encore $n = 17$, on trouve de la même manière
$m^{16} - 15m^{14} + 91m^{12} - 286m^{10} + 495m^8 - 462m^6 +$
$+ 210m^4 - 36m^2 + 1 = (m^8 + m^7 - 7m^6 - 6m^5 +$
$+ 15m^4 + 10m^3 - 10m^2 - 4m + 1)(m^8 - m^7 - 7m^6 +$
$+ 6m^5 + 15m^4 - 10m^3 - 10m^2 + 4m + 1) = 0,$
dont le premier facteur a pour racines

$$ch\left(\frac{\pi}{17}\right), -ch\left(\frac{3\pi}{17}\right), +ch\left(\frac{5\pi}{17}\right), -ch\left(\frac{7\pi}{17}\right),$$
$$+ch\left(\frac{9\pi}{17}\right), -ch\left(\frac{11\pi}{17}\right), +ch\left(\frac{13\pi}{17}\right), -ch\left(\frac{15\pi}{17}\right),$$

tandis que celles du second facteur sont les mêmes, au signe près qui toujours est inverse.

8. La dernière réduction peut nous servir à en trouver une semblable à l'égard de l'équation en x, dans le cas où $\frac{1}{2}n$ est un nombre impair. Distribuons les x, que donne l'équation (4), dans ces deux groupes

$$\pm ch\left(\frac{2\pi}{n}\right), \pm ch\left(\frac{6\pi}{n}\right), \pm ch\left(\frac{10\pi}{n}\right), \ldots . \text{ et}$$
$$\pm ch\left(\frac{4\pi}{n}\right), \pm ch\left(\frac{8\pi}{n}\right), \pm ch\left(\frac{12\pi}{n}\right), \ldots .$$

Quant à l'équation en x, on peut toujours la résoudre en deux facteurs, dont l'un a pour racines les valeurs du premier groupe, et l'autre celles du second groupe. Soient ces deux facteurs $F_1(x)$ et $F_2(x)$.

Pour un n pair, le facteur $F_2(x)$ contient justement les racines que la formule (4) donne pour $\frac{1}{2}n$ au lieu de n; donc $F_2(x) = 0$ est l'équation pour le polygone à $\frac{1}{2}n$ côtés, et il n'y a pas lieu de s'étonner qu'elle est facteur de l'équation (2). Quand, de plus, $\frac{1}{2}n$ est impair, les racines de $F_1(x)$ coïncident avec les valeurs de m qui résulteraient de la formule (3) pour le polygone à $\frac{1}{2}n$ côtés; donc, on n'a qu'à changer m en n et n en $\frac{1}{2}n$ dans l'équation (2), pour obtenir le facteur $F_1(x)$; et celui-ci admet une division ultérieure en deux facteurs, suivant le procédé du N°. 6.

9. Soit, par ex., $n = 14$, $\frac{1}{2}n = 7$; la formule (2) devient pour le polygone à 7 côtés:

$$m^6 - 5m^4 + 6m^2 - 1 = 0,$$

d'où, par la méthode du N°. 2, pour l'équation en x

$$x^6 - 7x^4 + 14x^2 - 7 = 0,$$

donc, on a au lieu de l'équation du N°. 2

$$x^{12} - 12x^{10} + 55x^8 - 120x^6 + 126x^4 - 56x^2 + 7 =$$
$$= (x^6 - 5x^4 + 6x^2 - 1)(x^6 - 7x^4 + 14x^2 - 7) =$$
$$= (x^3 + x^2 - 2x - 1)(x^3 - x^2 - 2x + 1)(x^6 - 7x^4 +$$
$$+ 14x^2 - 7) = 0;$$

où, en dernier lieu, on a encore appliqué la transformation du N°. 6 pour $n = 7$.

10. D'après les valeurs de x résultant de la formule (4), on a

$$2 - x^2 = 2 - ch^2\left(\frac{2k\pi}{n}\right) = 2 - 2 \text{ Sinvers } \frac{2k\pi}{n} =$$
$$= 2 \text{ Cos } \frac{2k\pi}{n} = 2 \text{ Sin } \left(\frac{\pi}{2} - \frac{2k\pi}{n}\right) = ch\left(\pi - \frac{4k\pi}{n}\right) =$$
$$= ch\left(\pi - \frac{2k\pi}{\frac{1}{2}n}\right).$$

Pour un n pair, cette dernière valeur coïncide avec celle que (3) donnerait pour m à l'égard du polygone à $\frac{1}{2}n$ côtés. C'est-à-dire, q'après avoir obtenu l'équation (2) en m pour ce dernier polygone, on n'a qu'à y changer m en $2 - x^2$ (et cela de nouveau par l'algorithme de Horner), pour avoir immédiatement

l'équation en x à l'égard du polygone à n côtés. Mais, observons que, pour $\frac{1}{2}$ n pair, le facteur m de (2), qui est rejeté par la division, donnerait un certain facteur $2-x^2$, qu'il faut restaurer dans le résultat de la transformation; c'est-à-dire qu'il faut multiplier le résultat par ce facteur. Or, dans ce cas de $\frac{1}{2}$ n pair, il suffit, ce qui a été dit au N°. 3, de changer immédiatement m en n, sauf à multiplier ensuite par $2-x^2$.

11. L'équation pour le quadrilatère est $x^2-2=0$. Changeons x en $2-x^2$ et multiplions par x^2-2, le résultat

$$\{(2-x^2)^2-2\}\{x^2-2\}=x^6-6x^4+10x^2-4=0$$

se rapportera à l'octagone.

Changeons de nouveau x en $2-x^2$ et multiplions par x^2-2, il viendra

$$\{(2-x^2)^6-6(2-x^2)^4+10(2-x^2)^2-4\}(x^2-2)=$$
$$=x^{14}-14x^{12}+78x^{10}-220x^8+330x^6-252x^4+$$
$$+84x^2-8=0,$$

équation du polygone à 16 côtés.

12. Quoique la discussion des N°s. 8 et 10 ne nous aide en rien pour obtenir les équations cherchées, celles-ci pouvant être obtenues à moins de frais par la formule originale (2), cependant on peut s'en servir utilement pour trouver immédiatement le résultat de la division de l'équation pour n par l'équation pour $\frac{1}{2}$ n.

Ainsi l'on vient de trouver (N°. 9) l'équation pour $n=14$, réduite au produit de deux facteurs, dont le dernier est l'équation pour $n=7$. L'autre facteur, en remettant m au lieu de x, était $m^6-5m^4+6m^2-1=0$; en y substituant $m=2-x^2$, on obtient l'équation pour $n=14$. Mais, d'un autre côté, si dans l'équation pour $n=14$ on met $2-x^2$ pour x, on trouvera l'équation pour $n=28$, moins le facteur x^2-2. Donc le quotient de l'équation pour $n=28$ et de celle pour $n=14$, se déduira aisément en substituant $2-x^2$ pour x dans l'autre facteur, l'équation pour $x=7$, et en y ajoutant encore le facteur x^2-2. Ainsi l'on trouve, par l'algorithme de Horner, pour le quotient cherché

$$(x^2-2)(x^{12}-12x^{10}+53x^8-104x^6+86x^4-24x^2+1).$$

Pour en déduire l'équation du polygone régulier à 28 côtés, on multipliera ce quotient avec l'équation pour $x = 14$, et le résultat

$$x^{28} - 26\,x^{24} + 300\,x^{22} - 2024\,x^{20} + 8855\,x^{18} - 26334\,x^{16} + 54264\,x^{14} - 77520\,x^{12} + 75582\,x^{10} - 48620\,x^{8} + 19448\,x^{6} - 4368\,x^{4} + 455\,x^{2} - 14 = 0$$

devra coïncider avec la formule (2) pour $n = 28$, en y changeant m en x.

13. Donc, pour trouver la réduction pour un polygone dont le nombre n de côtés contient un facteur puissance de 2, il faut descendre successivement à des polygones à un nombre de côtés moitié moindre, jusqu'à ce qu'on arrive à un n double d'un nombre impair; dès-lors on peut appliquer les résultats des N°s. 8 et 10.

C'est ainsi que pour $n = 24$ on se trouvera ramené à $n = 12$, ensuite à $n = 6$; arrivés à ce point, nous pouvons faire usage du N°. 8, puisque $6 = 2 \times 3$.

Pour $n = 3$ ou a $x^2 - 3 = 0$; donc, selon N°. 8, pour $n = 6$,
$(x^2 - 3)(x^2 - 1) = x^4 - 4\,x^2 + 3 = 0$.
Changeons x en $2 - x^2$, alors les règles donnent pour $n = 12$

$$(x^4 - 4\,x^2 + 3)\,(x^4 - 4\,x^2 + 1)\,(x^2 - 2) = (x^4 - 4\,x^2 + 3)\,(x^6 - 6\,x^4 + 9\,x^2 - 2) = x^{10} - 10\,x^8 + 36\,x^6 - 56\,x^4 + 35\,x^2 - 6 = 0.$$

Continuant de même, le facteur $x^6 - 6\,x^4 + 9\,x^2 - 2$ nous donnera ici

$$x^{12} - 12\,x^{10} + 54\,x^8 - 112\,x^6 + 105\,x^4 - 36\,x^2 + 2,$$

et on trouveva pour $n = 24$

$$x^{22} - 22\,x^{20} + 210\,x^{18} - 1140\,x^{16} + 3876\,x^{14} - 8568\,x^{12} + 12376\,x^{10} - 11440\,x^8 + 6435\,x^6 - 2002\,x^4 + 286\,x^2 - 12 = 0.$$

14. Dans ce qui précède se trouve réuni tout ce dont on aura besoin pour résoudre, autant que possible, les équations mentionnées en facteurs à coefficients entiers.

15. Ajoutons, comme application aux polygones dont la construction actuelle est possible, c'est-à-dire ne résulte que de racines carrées, les valeurs de x pour le cas de $n = 17$, indiqué par Gauss. Comme la déduction est assez laborieuse, je me borne

à en donner les résultats, ordonnés suivant leurs grandeurs croissantes.

$$x^2 = \frac{17 - \sqrt{17} - \sqrt{34 - 2\sqrt{17}} - 2\sqrt{17 + 3\sqrt{17} - \sqrt{170 + 38\sqrt{17}}}}{8},$$

$$x^2 = \frac{17 - \sqrt{17} + \sqrt{34 - 2\sqrt{17}} - 2\sqrt{17 + 3\sqrt{17} + \sqrt{170 + 38\sqrt{17}}}}{8},$$

$$x^2 = \frac{17 + \sqrt{17} - \sqrt{34 + 2\sqrt{17}} - 2\sqrt{17 - 3\sqrt{17} + \sqrt{170 - 38\sqrt{17}}}}{8},$$

$$x^2 = \frac{17 - \sqrt{17} - \sqrt{34 - 2\sqrt{17}} + 2\sqrt{17 + 3\sqrt{17} - \sqrt{170 + 38\sqrt{17}}}}{8},$$

$$x^2 = \frac{17 + \sqrt{17} - \sqrt{34 + 2\sqrt{17}} + 2\sqrt{17 - 3\sqrt{17} + \sqrt{170 - 38\sqrt{17}}}}{8},$$

$$x^2 = \frac{17 + \sqrt{17} + \sqrt{34 + 2\sqrt{17}} - 2\sqrt{17 - 3\sqrt{17} - \sqrt{170 - 38\sqrt{17}}}}{8},$$

$$x^2 = \frac{17 + \sqrt{17} + \sqrt{34 + 2\sqrt{17}} + 2\sqrt{17 - 3\sqrt{17} - \sqrt{170 - 38\sqrt{17}}}}{8},$$

$$x^2 = \frac{17 - \sqrt{17} + \sqrt{34 - 2\sqrt{17}} + 2\sqrt{17 + 3\sqrt{17} + \sqrt{170 + 38\sqrt{17}}}}{8}.$$

LA CHIMIE

DES HUILES SICCATIVES ET SES APPLICATIONS,

PAR

G. J. MULDER.

Extrait des: Scheikundige Verhandelingen en Onderzoekingen, Tome IV,
1ère partie, 332 pages.

En quoi consiste ce qu'on appelle la dessiccation des couleurs à l'huile? Est-elle due à l'huile seule ou bien les substances incorporées avec l'huile y contribuent-elles pour leur part? Quels sont les produits qui se forment par la dessiccation? Ce sont là des questions auxquelles la chimie n'a pas fait, jusqu'ici, de réponses bien satisfaisantes, et c'est en voulant s'en rendre un compte plus exact, que l'auteur a été amené à entreprendre les recherches qui font le sujet du présent mémoire. Il a divisé son travail en deux parties: dans la première, il fait connaître les résultats qui ont rapport à la chimie pure des huiles siccatives; dans la seconde, il passe en revue les principales applications à l'art du peintre.

L'examen a porté spécialement sur l'huile de lin; ce n'est qu'accessoirement qu'on s'est occupé d'autres huiles siccatives, telles que l'huile d'oeillette et l'huile de noix.

Avant d'aborder l'étude de la dessiccation des huiles et de l'influence qu'exercent sur ce phénomène la lumière, la chaleur et certaines substances étrangères, il est nécessaire d'être fixé sur la composition élémentaire des huiles siccatives, et surtout

sur les produits de décomposition qu'elles fournissent par la saponification ou par la distillation sèche. Pour qu'on puisse être censé avoir de la composition des huiles une connaissance satisfaisante, permettant de pénétrer dans les modifications qui s'opèrent au sein de ces mélanges, il faudra que les résultats de l'analyse élémentaire s'accordent avec les nombres qu'on peut déduire de l'analyse immédiate. On a toujours négligé d'établir cette correspondance, et en comparant, à ce point de vue, les compositions élémentaire et immédiate assignées à une même huile, on trouve des discordances notables.

---

§ 1. *Composition élémentaire de quelques huiles siccatives.*

Les résultats obtenus par l'auteur s'éloignent sensiblement de ceux auxquels d'autres chimistes sont parvenus. L'écart ne peut être expliqué par une différence dans les proportions relatives des matières grasses simples qui existent dans une huile, suivant la diversité des provenances. Car, bien que cette différence doive être admise, comme elle doit être faible et que, d'ailleurs, les principes gras mélangés se rapprochent beaucoup par la composition, elle ne pourra avoir d'influence appréciable sur la composition élémentaire de l'huile. L'auteur a trouvé, en effet, les mêmes quantités de C, H, O pour des huiles siccatives de même nom mais d'origine tout à fait différente. Les huiles qu'il a analysées sont les suivantes :

Deux sortes d'huile de lin, les mêmes qui ont servi dans la suite des recherches : *a* une huile du commerce ; *b* une huile fraîchement exprimée de graines recueillies depuis au moins une demi-année et légèrement chauffées. Les mêmes huiles ont encore été analysées après décoloration par digestion, à la température ordinaire, avec du charbon animal.

Une huile d'oeillette préparée fraîchement, mais avec des graines âgées d'au moins six mois.

Une huile de noix fraîche et obtenue à froid avec des noix récoltées depuis un mois.

Une huile de chènevis également fraîche et préparée à froid, mais avec des semences déjà un peu anciennes.

Voici les résultats obtenus :

	Huile de lin légèrement colorée.		Huile de lin décolorée par le charbon animal.	
	a.	*b.*	*a.*	*b.*
G.....	76,9	76,8	77,0	76,8
H.....	11,1	11,2	11,2	11,2
O.....	12,0	12,0	11,8	12,0

	Huile d'oeillette.		Huile de noix.		Huile de chènevis.
	1e anal.	2e anal.	1e anal.	2e anal.	
G...	76,5	76,6	76,1	76,0	76,0
H...	11,2	11,2	11,3	11,2	11,3
O...	12,3	12,2	12,6	12,8	12,7

On voit que les espèces d'huiles analysées diffèrent plus ou moins par la composition centésimale, de sorte que, si elles renferment toutes le même principe siccatif, elles ne peuvent pourtant être considérées comme des mélanges identiques des mêmes corps gras. Elles doivent donc présenter, chacune, quelque chose de spécial dans leur emploi comme huiles siccatives.

---

§ 2. *Produits de la saponification de quelques huiles siccatives.*

Quantités d'acides gras que fournissent les huiles siccatives. On verra plus loin que les huiles siccatives renferment toutes, comme principe essentiel, de l'acide *linoléique*; qu'il s'y ajoute, dans toutes, une certaine quantité d'un acide *élaïque*, et, en outre, dans l'huile de lin, de l'acide *palmitique* et de l'acide *myristique*; dans l'huile d'oeillette, de l'acide myristique et de l'acide *laurique*; et dans l'huile de noix, également de l'acide myristique et une plus forte proportion d'acide laurique.

Ces divers acides sont unis à l'éther glycérique, et la première question qu'on peut se poser est de savoir si, comme l'analogie porte à le supposer, les huiles siccatives sont formées de glycérides à 3 équivalents d'acide. La saponification de glycérides semblables doit donner les quantités suivantes d'acides gras:

Stéarine.	donne......	95,7	d'acide	stéarique.
Palmitine.....	"	95,3	"	palmitique.
Myristine.....	"	94,7	"	myristique.
Laurine......	"	94,0	"	laurique.
Elaïne.......	"	95,7	"	élaïque.
Linoléine.....	"	95,2	"	linoléique.

Or, en déterminant la quantité totale d'acides gras qu'on peut retirer de différentes huiles, l'auteur a trouvé:

H. de lin fraîche.	H. de lin du commerce.	H. d'oeillette fraîche.	H. d'oeill. du commerce.
95,4	95,0	94	94,5
H. de noix fraîche.	H. de noix du comm.	H. de noix très vieille.	H. de chènevis fraîche.
94,3	90,4 90,9	87,7	93,1
H. d'olive vieille.			
93,8.			

En comparant le nombre inscrit sous chaque huile à ceux qui appartiennent aux divers corps gras neutres que cette huile renferme, on voit qu'il y a un accord très satisfaisant pour les deux sortes d'huile de lin, les deux sortes d'huile d'oeillette et l'huile de noix fraîche, surtout en tenant compte de la volatilité très appréciable de l'acide laurique à 100°. Mais les autres huiles analysées ont donné trop peu d'acides gras, ce qu'il faut attribuer aux acides gras volatils qui se forment dans ces huiles à mesure qu'elles vieillissent, et qui se perdent dans le cours de l'analyse.

L'huile de lin rancit lentement. On n'a pu retirer de l'huile ordinaire que des traces d'acides gras volatils, soit en la chauffant directement pendant 10 heures à une température de 100° (4 dix-millièmes de perte de poids), soit en distillant les produits de la saponification décomposés par l'acide sulfurique.

L'huile d'oeillette rancit plus vite que l'huile de lin, et l'huile de noix rancit très rapidement. L'auteur pense que la linoléine pure n'est

pas susceptible de rancir, et que les huiles siccatives ne possèdent cette propriété qu'en vertu et en proportion de la palmitine, de la myristine, de la laurine et surtout de l'élaïne qu'elles renferment.

Volatilité des acides gras. Les acides, étendus chacun sur une superficie de 20 centim. carrés, ayant été soumis, pendant 6 heures, à une température de 80°, voici les pertes de poids qu'on a observées:

	Poids de l'acide	Perte de poids	Perte p. 100.
Acide élaïque (de l'huile d'olive)..	0,4100	inappréciable	
" palmitique...............	0,2495	idem	
" myristique...............	0,2525	0,0305	12,1
" laurique..................	0,3770	0,1190	31,6

En continuant à chauffer, les deux derniers acides auraient nécessairement fini par se volatiliser complétement. Il résulte de là, que les huiles siccatives desséchées à l'air, puis exposées à une température de 80°, doivent perdre de leur poids en proportion de l'acide myristique et laurique qu'elles contiennent: l'huile d'oeillette plus que l'huile de lin, et l'huile de noix le plus.

Produits de la saponification de l'huile de lin. De l'huile récemment exprimée fut saponifiée par la potasse, dans un ballon bouché et au bain-marie; la dissolution, parfaitement limpide, fut précipitée par l'acétate de plomb, le savon plombique bien malaxé sous l'eau chaude, et traité immédiatement par l'éther. La partie insoluble dans l'éther était blanche; elle fut décomposée par l'acide chlorhydrique étendu, et le mélange des acides gras, après avoir été lavé à l'eau, fut dissous dans l'alcool. La solution abandonna des cristaux par refroidissement à la température ordinaire; elle en donna d'autres par évaporation spontanée, et laissa, après évaporation complète, un résidu butyreux. Les acides gras solides se trouvaient donc ainsi séparés en trois parties par la cristallisation.

Acides palmitique et myristique. La partie déposée en premier lieu, après purification dans l'alcool, fut reconnue, au moyen du point de fusion et de la composition des sels sodique et plombique, pour être de l'acide *palmitique.* Il n'y avait ni acide stéarique, ni quelque autre acide au-dessus de C_{32} H_{32} O_4.

On trouva, de même, que la seconde portion était essentiellement composée d'acide *myristique;* sa quantité était à peu près égale à celle de l'acide palmitique.

La troisième partie, qui était la plus considérable, fut transformée en sel barytique. La majeure partie de celui-ci put être dissoute par l'éther; le premier traitement du savon plombique par l'éther y avait donc laissé une certaine quantité de linoléate de plomb. Ce qui resta du sel barytique fut décomposé par l'acide chlorhydrique; on obtint une matière rouge dont on ne put séparer autre chose que quelques traces d'acide myristique. Cette matière rouge, résineuse, soluble dans l'alcool et dans l'éther, est un produit d'oxydation de l'acide linoléique, dont il sera question plus tard sous le nom d'acide *linoxyque rouge*. Ce produit s'attache opiniâtrement, dans tout le cours de l'opération, aux acides palmitique et myristique, qu'on ne parvient à en débarrasser que par le charbon animal.

Le résultat final est qu'en fait de glycérides des acides gras de la série $C_n H_n O_4$, l'huile de lin ne renferme que la palmitine $3(C_{32} H_{31} O_3), C_6 H_5 O_3$ et la myristine $3(C_{28} H_{27} O_3), C_6 H_5 O_3$.

Quantités d'acide palmitique et d'acide myristique. On ne connaît pas de méthode qui conduise à une séparation quantitative exacte des acides gras. En décomposant, comme ci-dessus, par l'acide chlorhydrique la portion du savon plombique que l'éther ne dissout pas, et faisant cristalliser dans l'alcool le mélange des acides palmitique et myristique, on ne put retirer que 6,3 d'acides pour 100 p. d'huile. Cette quantité est beaucoup trop faible, ce qui est dû à ce que la légère solubilité du palmitate et du myristate de plomb dans l'éther s'accroît notablement en présence du linoléate.

En séparant les acides gras du savon potassique, au moyen de l'acide sulfurique étendu, lavant à l'eau, puis faisant cristalliser deux fois dans un peu d'alcool refroidi par le mélange de glace et de sel marin, on obtint 9,4 d'acides.

Enfin, une troisième méthode fut essayée. On fit dissoudre, à chaud, dans l'alcool faible, toute la matière de l'opération précédente, et on ajouta de l'ammoniaque et un excès d'acétate mag-

nésique dissous dans l'alcool. Au bout de 48 heures, la portion non dissoute fut séparée et débarrassée de la magnésie par l'acide sulfurique étendu; les acides gras furent repris par l'alcool et la solution évaporée à sec. On trouva ainsi 10,8 d'acides pour 100 d'huile.

D'après cela, l'auteur adopte, en nombres ronds, 10 p. c. pour la proportion d'acides palmitique et myristique dans l'huile du lin. A cause de la faible différence des poids, le même nombre peut représenter aussi la proportion de palmitine et de myristine.

Acide élaïque. L'huile de lin parfaitement desséchée sur verre cède — comme nous verrons plus loin — à l'éther une quantité d'acides gras s'élevant, en nombres ronds, à 20 p. c. du poids primitif de l'huile: ils forment un liquide épais et ne renferment aucun produit dérivé de l'acide linoléique. Si l'on en retranche les 10 p. c. d'acides palmitique et myristique que nous venons de trouver, il restera 10 p. c., c'est-à-dire $^1/_8$ du poids de l'acide linoléique, pour un acide gras liquide, qu'on peut isoler en faisant agir l'éther sur le savon plombique du mélange d'acides.

Le même acide peut s'obtenir en traitant par l'éther le savon plombique préparé directement avec l'huile de lin. On laisse évaporer à l'air la solution éthérée du linoléate plombique, on reprend par l'éther, on évapore de nouveau et on répète plusieurs fois ces opérations; le linoléate s'oxyde et devient insoluble dans l'éther, qui ne renferme plus alors que le sel plombique de l'acide gras cherché.

Cet acide gras est un liquide épais, incolore, qui ne se colore en rouge, ni à l'air, ni par la potasse caustique, et qui n'a, par conséquent, rien de commun avec l'acide linoléique. Il possède une réaction acide, devient butyreux par NO_3, mais ne donne pas d'acide élaïdique. Il se comporte comme de l'acide élaïque oxydé.

On voit qu'il est nécessaire d'admettre dans l'huile de lin l'existence d'une petite quantité d'un acide oléique; mais on ne peut décider, jusqu'à présent, si c'est l'acide élaïque proprement dit $C_{36}H_{34}O_4$ ou quelque autre de la même série. Nous l'appellerons provisoirement acide *élaïque.* Comme on n'a pu parvenir à

séparer cet acide de l'acide linoléique, tout ce que nous dirons de ce dernier devra être entendu du mélange des deux acides.

En réunissant les divers résultats obtenus, et supposant, en outre, que la palmitine et la myristine existent en quantités égales, on trouve pour l'huile de lin une composition qui est dans un accord satisfaisant avec les analyses élémentaires rapportées p. 143 :

	5 p. Palmitine +	5 p. Myristine +	10 p. Elaïne +	80 p. Linoléine =	Huile de lin. Somme.	Huile de lin. Analyse.
G...	3,795	3,740	7,73	61,68	77,0	76,9
H...	0,610	0,595	1,18	8,64	11,0	11,2
O...	0,595	0,665	1,09	1,68	12,0	11,9

Il est fréquemment question de la présence, dans l'huile de lin, de *matières albumineuses et mucilagineuses*, auxquelles on attribue la propriété de retarder la dessiccation de l'huile. Il est probable que ces matières se rencontrent, en effet, dans l'huile exprimée à froid et encore trouble. Mais dans l'huile du commerce, claire et préparée à une température à laquelle l'albumine est coagulée et le mucilage végétal desséché, il serait difficile de comprendre sous quelle forme ces deux substances pourraient exister. Le précipité, prétendument mucilagineux, qu'on obtient en agitant de l'huile de lin avec une solution de sous-acétate de plomb, n'est autre chose que le produit d'une saponification partielle. Par l'action de l'éther on n'en a retiré que de l'huile non altérée et du linoléate de plomb; l'alcool en a ensuite extrait une trace d'acide linoléique oxydé, et ce qui est resté n'était que du carbonate de plomb formé sous l'influence de l'air. Quant à l'huile traitée par le sous-acétate, on y a trouvé 2 p. c. d'oxyde de plomb dissous à l'état de linoléate; à l'air, elle se colore en rouge et donne un sédiment blanc, ce qui est dû à l'oxydation de l'acide linoléique. La saponification partielle ainsi produite par le sous-acétate de plomb, montre que dans l'huile de lin ordinaire il y a déjà un commencement de dissociation entre l'acide linoléique et l'éther glycérique.

Acide linoléique. — Equivalent. L'auteur, adoptant les résultats de l'analyse élémentaire de Schüler, s'est proposé surtout d'ob-

tenir des linoléates bien constitués, afin d'en déduire l'équivalent de l'acide. Il a pris pour règle de réduire, autant que possible, le nombre des manipulations, à cause de l'oxydation rapide de l'acide linoléique et surtout de ses sels; malgré cette précaution, ce n'est qu'avec la chaux qu'il a pu obtenir un sel non oxydé. Il a opéré surtout d'après les deux procédés suivants:

1°. L'huile de lin est saponifiée par un alcali, à 100° et à l'abri de l'air; la solution est précipitée par un excès de chlorure de calcium ou d'un sel métallique; le précipité bien lavé, puis comprimé entre du papier joseph, est desséché à 100° dans un courant d'hydrogène; on le traite alors par l'éther anhydre, on évapore la solution à sec et on dessèche le résidu à 100°, le tout au sein du courant d'hydrogène.

2°. On saponifie par la potasse; l'acide gras est séparé par l'acide sulfurique et lavé; sa solution alcoolique est débarrassée des parties cristallisables par le mélange de glace et de sel marin, puis précipitée par la dissolution calcaire ou métallique; le précipité est lavé à l'eau, comprimé, et séché à 100°.

Un linoléate calcaire (mêlé d'éléate), préparé d'après 1°. et légèrement coloré, donna, à l'analyse, pour C, H, O des nombres s'accordant avec les résultats de Schüler: $HO, C_{32} H_{27} O_3$; mais on obtint moins de chaux que cette formule n'en exige, une partie de la base ayant été enlevée au sel par les eaux de lavage.

Pour prévenir cet effet, on prépara un nouveau sel en employant une dissolution de chlorure de calcium dans l'eau de chaux et lavant le précipité à l'eau de chaux. Le sel obtenu était tout à fait incolore. Il fut trouvé exactement aussi acide que le premier.

Un troisième sel calcaire fut alors préparé d'après 2°. avec la précaution de le précipiter en présence de l'ammoniaque et de le laver à l'eau de chaux; malgré la présence d'un excès de chaux dans le savon ainsi obtenu, l'éther, employé comme dans 1°, ne put encore en extraire qu'un sel renfermant tout aussi peu de chaux que les deux précédents.

Les trois sels étaient représentés, avec un accord remarquable,

par la formule 3 ($CaO, C_{32} H_{27} O_3$) + $HO, C_{32} H_{27} O_3$. Si on avait pu les regarder comme neutres, ils auraient conduit pour l'acide à la formule $HO, C_{40} H_{34} O_4$.

On s'adressa ensuite, pour précipiter l'acide gras, aux sels métalliques, dont la base est insoluble dans l'eau. Des sels à réaction acide, quoique neutres, comme les sulfates de zinc et de cuivre, ayant donné, d'aprés 1°, des savons tellement acides qu'ils ne pouvaient être d'aucune utilité pour la fixation de l'équivalent, on opéra la précipitation sous l'influence de l'ammoniaque. Un sel cuprique, ainsi obtenu, offrit la composition 3 CuO, 2 ($C_{32} H_{27} O_3$).

Un sel plombique, préparé selon 2°, au moyen d'acétate de plomb basique, donna de même 3 PbO, 2 ($C_{32} H_{27} O_3$).

Un second sel plombique, préparé de la même manière, mais traité en outre par l'éther comme dans 1°, renfermait 29,6—29,9 p. c. d'oxyde de plomb; $PbO, C_{32} H_{27} O_3$ exige 31,4 de PbO.

Un troisième sel plombique, obtenu d'après 1°. et en se servant d'acétate de plomb neutre, renfermait une quantité d'oxyde de plomb qui se rapprochait de 31,4.

Enfin, on prépara encore trois savons cupriques: le premier, en opérant, dans le procédé 2°., la précipitation par le sulfate de cuivre en présence d'un excès d'ammoniaque, et en traitant le savon par l'éther comme dans 1°.; le deuxième en remplaçant l'ammoniaque par la potasse; le troisième en se servant d'huile d'oeillette. Les trois sels donnèrent 13,7 — 14,2 — 13,8 d'oxyde de cuivre; $CuO, G_{32} H_{27} O_3$ exige 14,0 de CuO. L'analyse élémentaire de deux de ces sels montra qu'ils avaient déjà absorbé presque 1 équivalent d'oxygène.

Malgré la variabilité de composition des linoléates, l'auteur pense que les deux sels plombiques et les trois sels cupriques cités en dernier lieu, établissent suffisamment l'équivalent de l'acide linoléique: $HO, C_{32} H_{27} O_3$.

Propriétés. L'acide linoléique est un liquide consistant, incolore, prenant aisément une teinte rouge à l'air, pouvant être refroidi beaucoup au-dessous de 0° sans se solidifier, à réaction acide, soluble dans l'alcool et dans l'éther. Quand il n'offre que peu de

surface à l'air, il peut être chauffé à 100° sans être notablement altéré, mais s'il y a présence de bases, il s'oxyde rapidement avec coloration en rouge. En couches minces, l'oxydation s'achève en peu de jours à la température ordinaire; l'acide oxydé est resté incolore, mais il devient rouge de sang par la chaleur.

Les sels à base alcaline sont les seuls solubles dans l'eau. L'alcool, à l'aide de l'ébullition, dissout les sels de baryte et de chaux; l'éther dissout les sels de chaux, de zinc, de cuivre, de plomb. Tous les linoléates dégagent, quand on les chauffe, une odeur d'acides gras volatils; cette odeur doit provenir de l'acide élaïque; car l'acide linoléique ne donne, en s'oxydant, que des produits solides.

Acide linoxyque blanc. Une dissolution de linoléate de plomb dans l'éther, étendue en couche mince sur du verre, y laisse, après évaporation, une pellicule blanche, devenant en peu de jours translucide, sèche et fragile. L'acide linoléique s'est alors changé, par oxydation, en un nouvel acide qui reste uni à l'oxyde de plomb. L'analyse du sel plombique a donné:

C — 47,9 H — 6,4 O — 18,9 Pb O — 26,8

ce qui conduit à Pb O, $C_{32}H_{25}O_9$ pour le sel, et à HO, $C_{32}H_{25}O_9$, pour l'acide à l'état libre. Cette analyse se trouve confirmée, quant à l'acide, par une autre exécutée sur un sel plombique qu'on avait traité par l'éther additionné d'un peu d'acide acétique, afin d'extraire l'acide élaïque mélangé.

L'acide linoléique oxydé a été nommé par l'auteur *acide linoxyque*. Il est facile de l'isoler en décomposant le sel plombique, mis dans l'alcool, par un courant d'hydrogène sulfuré. On filtre, et on sépare l'acide linoxyque de l'alcool, soit par l'eau, dans laquelle il est insoluble, soit par évaporation. C'est une substance blanche, térébenthineuse, gluante, qui devient peu à peu rouge de sang quand on la chauffe, sans éprouver de changement dans sa composition. Ni l'acide, ni ses sels, n'ont pu être obtenus cristallisés. L'acide blanc, en solution alcoolique, est transformé dans sa modification rouge par les alcalis caustiques fixes, mais non par leurs carbonates ni par l'ammoniaque, même à l'aide

de la chaleur. Les sels alcalins sont solubles dans l'eau. Le sel de chaux se dissout dans l'alcool bouillant. Les sels des terres alcalines et de l'oxyde de plomb, chauffés, fondent facilement et deviennent rouges.

L'acide linoxyque blanc prend également naissance par l'oxydation, à l'air, de l'acide linoléique libre; mais il retient alors l'eau formée, de sorte que sa formule est HO, $C_{32}H_{25}O_9$, 2 aq. Cette formule, que l'analyse assigne à l'acide hydraté, se trouve confirmée par la détermination de l'augmentation de poids qu'éprouve l'acide linoléique exposé à l'air en couche mince. D'après la formule, et en supposant que l'acide élaïque mélangé ne gagne rien, l'augmentation devrait être 22,6 p. c.; on a trouvé dans une expérience 19,7.

L'acide linoxyque blanc, hydraté, perd peu à peu sa glutinosité lorsqu'on l'abandonne à l'air, en couche mince; mais il a besoin de beaucoup de mois avant d'être tout à fait sec. Il est devenu alors insoluble dans l'éther, et s'est changé en une substance neutre HO, $C_{32}H_{26}O_{10}$, que l'auteur appelle *linoxyne* et que nous retrouverons plus loin. On accélère la transformation en humectant de temps en temps la couche avec de l'éther, pour remettre en solution l'acide non encore altéré.

Acide linoxyque rouge. Cette modification prend naissance, en petite quantité, en présence de l'air, à la température ordinaire. Mais, pour que sa production soit complète, il faut la chaleur, les acides énergiques ou les alcalis.

En traitant le linoxate de plomb blanc par l'acide chlorhydrique étendu et chaud, il se sépare de l'acide linoxyque, d'abord blanc, mais qui rougit de plus en plus; on redissout dans l'alcool et on évapore. Ainsi obtenu l'acide est rouge brunâtre, résineux, mou et très facilement fusible. Il donne avec l'alcool et l'éther des dissolutions rouges, à réaction acide. On a trouvé pour cet acide C — 66,9, H — 8,8, O — 24,3, ou $C_{32}H_{25}O_9$, et pour son sel sodique NaO, $C_{32}H_{25}O_9$. Sous l'influence de l'acide chlorhydrique, l'acide libre a perdu 1 éq. d'eau sans changer notablement de propriétés.

On l'obtient avec sa composition normale en chauffant, à 100°, le produit HO, $C_{32}H_{25}O_9$, 2 aq. de l'oxydation à l'air de l'acide linoléique. Cette substance perd alors, en moyenne, 6,7 p. c. de poids, c'est-à-dire à peu près 2 éq. d'eau; l'analyse a donné, en effet, C — 64,4, H — 8,9, O — 26,7, ce qui s'éloigne peu de HO, $C_{32}H_{25}O_9$. Ainsi préparé, l'acide est d'un beau rouge de sang, translucide, mais glutineux.

Il est remarquable que l'acide linoléique, qui, libre ou combiné avec l'oxyde de plomb, s'oxyde si rapidement à la température ordinaire, ne puisse être transformé qu'en partie en acide linoxyque quand on chauffe pendant longtemps son sel plombique à 100°; il paraît se former alors une combinaison constante $C_{32}H_{27}O_3 + C_{32}H_{25}O_9 + 2\,PbO$.

Il est également remarquable que le produit, déjà obtenu par Sacc, de l'oxydation de l'acide linoléique par l'acide nitrique étendu, ne soit autre que celui de l'oxydation à l'air: de l'acide linoxyque blanc qui est transformé ensuite en acide rouge.

La chaleur, les acides et les alcalis changent l'acide linoxyque blanc en acide rouge. Réciproquement, l'action directe de la lumière solaire sur l'acide rouge en couche mince, le ramène à sa modification blanche; peu de jours suffisent, et on hâte la transformation en mouillant journellement avec un peu d'éther. On a trouvé que l'acide ainsi transformé avait gagné 6 p. c. en poids; cela représente exactement les 2 éq. d'eau que l'acide blanc HO, $C_{32}H_{25}O_9$, 2 aq. avait perdus en se changeant, par la chaleur, en acide rouge, et que celui-ci reprend à l'atmosphère en redevenant acide blanc. Sauf cette eau, il n'y a aucune différence de composition entre les deux acides.

Constitution de l'acide linoléique. Il est impossible, jusqu'à présent, de rendre compte de la constitution véritable de l'acide linoléique. Il ne fait pas partie du groupe des acides dits *acetylés*, auquel appartient, entre autres, l'acide élaïque; car, en le chauffant avec un excès de potasse caustique, on n'a obtenu ni hydrogène, ni acide acétique; il ne s'est formé que des carbures d'hydrogène gazeux et liquides, et une faible quantité de quelque acide

gras volatil; la décomposition complète ne se fait ainsi que très difficilement.

L'acide linoléique est placé entre la grande série homologue des acides gras et les camphènes et corps analogues, dont il se rapproche par ses produits d'oxydation. L'acide palmitique est probablement la substance-mère, tant de l'acide linoléique que de l'acide élaïque.

Acides gras fixes de l'huile d'oeillette et de l'huile de noix. La solution alcoolique des acides gras, obtenus en décomposant les savons sodiques par l'acide sulfurique, fut fortement refroidie, puis évaporée et refroidie de nouveau; on obtint ainsi deux cristallisations d'acides gras de la série $C_n H_n O_4$, dont on se borna à constater les caractères généraux et le point de fusion.

Deux sortes d'huile *d'oeillette*, dont une fraîchement extraite, donnèrent, de cette manière, de l'acide myristique et une proportion plus forte d'acide laurique. Une troisième sorte fournit, en outre, une très petite quantité d'acide palmitique. Dans aucune des trois on ne rencontra d'acide stéarique.

Une huile de *noix*, récemment extraite de noix fraîches, ne donna que de l'acide myristique et de l'acide laurique.

Les essais de détermination quantitative des deux acides gras n'ont fourni que des résultats peu satisfaisants. La 2me et la 3me des méthodes employées pour l'huile de lin (p. 146) ont donné pour l'huile d'oeillette 13,7 et 11,6, pour l'huile de noix 10,9 et 12,7 p. c.; quantités trop faibles, à cause de la solubilité de l'acide laurique et du laurate de magnésie dans les circonstances données.

En faisant dessécher, à l'air, 100 p. d'huile en couche mince, on a pu en extraire ensuite, par l'éther, les quantités suivantes d'acides gras:

H. d'oeillette fraîche.	H. d'oeill. du comm.	H. de noix très vieille.	H. de noix moins vieille.
27,5	28,6	34,9	36,1

Mais on ne peut déduire de là, comme on l'a fait pour l'huile de lin (p. 147), la quantité d'acide élaïque, parce qu'on n'a pu trouver la quantité totale d'acides myristique et laurique.

En essayant de mettre d'accord les données insuffisantes auxquelles on vient de parvenir et les résultats de l'analyse élémentaire (p. 143), on pourrait établir, en guise d'exemple, la composition suivante :

Huile d'oeillette.	Myristine.......	14	Huile de noix	Myristine......	10
	Laurine........	6		Laurine........	20
	Elaïne.........	8		Elaïne.........	6
	Linoléine.......	72		Linoléine.......	64

La partie de l'huile desséchée qui ne se dissout pas dans l'éther présente les mêmes caractères, que l'on opère sur l'huile de noix ou sur l'huile de lin. Il doit pourtant y avoir quelque différence dans la linoléine des trois espèces d'huiles, car le mélange de tous les acides de l'huile de lin se colore beaucoup plus promptement à l'air que celui de l'huile d'oeillette et surtout que celui de l'huile de noix. L'huile de lin se dessèche aussi en beaucoup moins de temps que l'huile d'oeillette et celle-ci plus rapidement que l'huile de noix.

En laissant oxyder à l'air une couche mince de linoléate de plomb préparé avec l'huile d'oeillette, on a obtenu un linoxate dont la couleur blanc grisâtre n'était mêlée d'aucune trace de rouge, et qui ne se colorait même que très peu à 100°. Malgré cette différence, l'analyse établit l'identité de l'acide contenu dans ce sel avec l'acide linoxyque provenant de l'huile de lin (p. 151).

---

§ 3. *Produits de la distillation sèche de l'huile de lin.*

Pour ne pas détruire, par une trop forte chaleur, les premiers produits de la décomposition de l'huile, l'auteur a opéré à une température un peu inférieure au point d'ébullition, de manière à n'achever qu'en 36 heures la distillation de 500 grammes d'huile. Il passa d'abord un liquide légèrement coloré, puis une matière

blanche butyreuse, et il resta dans la cornue une quantité beaucoup plus considérable d'un produit non volatil.

Produit fixe. Ce produit, débarrassé par l'éther des dernières traces de matière grasse, était de couleur foncée, vu en masse, mais jaune paille en couche mince. Il était très élastique et ressemblait, à s'y méprendre, à du caoutchouc qui a été fondu par la chaleur; c'est la glu artificielle. Voici le résultat d'une des analyses qui en ont été faites: C — 79,1, H — 11,2, O — 9,7 ou $C_{32}H_{27}O_3$.

On voit que ce produit caractéristique et essentiel de l'huile de lin, et probablement de toutes les autres huiles siccatives, n'est autre chose que *l'anhydride de l'acide linoléique.* Il pourrait être considéré (n'en serait-il pas de même du caoutchouc fondu?) comme un produit d'oxydation du caoutchouc, celui-ci étant représenté par C_8H_7 d'après Faraday et Payen. Il faudrait alors rapprocher le caoutchouc, non des résines, mais des huiles siccatives qui, à leur tour, s'éloignent beaucoup des huiles non siccatives. Bouis a obtenu un résidu élastique analogue de l'huile de ricin chauffée; il déduit de son analyse $C_{36}H_{34}O_6$; mais la formule $C_{32}H_{29}O_5$ rendrait également bien les résultats et rapprocherait les deux matières.

L'ammoniaque est sans action sur la matière élastique de l'huile de lin.

Traitée à chaud par la potasse et l'eau, elle finit par se dissoudre en entier; la solution est incolore; elle donne par l'acide chlorhydrique un précipité qui, par le repos, se rassemble à la surface où il se contracte en une membrane visqueuse, élastique. La substance ainsi séparée se dissout dans l'alcool bouillant, d'où l'acétate de plomb la précipite sous forme d'un sel plombique dont l'analyse a donné:

C — 65,0, H — 8,8, O — 7,5, PbO — 18,7 ou $PbO, C_{64}H_{53}O_5$.

Il paraît donc que, sous l'influence de la potasse, $C_{32}H_{27}O_3$ se change en un acide dont la molécule a un poids double: $HO, C_{64}H_{53}O_5$.

Mis en contact pendant un mois, à la température ordinaire, avec l'acide nitrique fumant rouge, l'anhydride linoléique se change

en une masse rouge, boursouflée, que la friction dans l'eau désagrége en une poudre orange. C'est un acide, insoluble dans l'eau; soluble, avec coloration rouge, dans l'alcool bouillant, l'éther, les alcalis, l'acide sulfurique concentré. Les sels de chaux, de baryte, de plomb, de cuivre, sont insolubles dans l'eau. L'acide fond, sans altération, au-dessous de 100°; il brûle comme une résine. L'analyse de l'acide fondu à 100° et celle de plusieurs sels ont conduit à la formule HO, $C_{32}H_{23}O_{9}$, qui renferme H_2 de moins que l'acide linoxyque.

Produits volatils. On y a constaté positivement l'existence de l'acroléine, changée partiellement en acide acrylique, et des acides sébacique, palmitique et myristique. On a obtenu par là une confirmation décisive de ce que la saponification avait déjà appris: que l'huile de lin renferme, à côté de la linoléine, une certaine quantité d'élaïne, de palmitine et de myristine. L'examen des matières distillées n'a pas été poussé plus loin; elles devaient naturellement contenir tous les produits connus de la décomposition de l'élaïne, etc.

Lorsque, au lieu de chauffer doucement, on fait bouillir l'huile de lin avec force, les produits que nous venons de faire connaître se forment encore; mais, sous l'influence de la température supérieure, l'anhydride linoléique se décompose à son tour: il ne reste dans la cornue qu'un résidu insignifiant, et il passe à la distillation une quantité considérable d'un liquide, d'abord incolore, mais qui se colore plus tard en laissant déposer des matières cristallines. Ce mélange de carbures d'hydrogène et d'autres produits n'a pas été étudié.

La *distillation sèche de l'huile d'oeillette et de l'huile de noix* a présenté, en général, les mêmes phénomènes que celle de l'huile de lin. On y a retrouvé l'acroléine et l'acide sébacique, ainsi que l'anhydride linoléique. Seulement, le contenu de la cornue s'épaissit beaucoup plus lentement; il faut pousser la distillation plus loin et on obtient moins d'anhydride; le tout à cause de la plus forte proportion des acides gras mêlés à l'acide linoléique.

---

§ 4. *Action de l'air sur l'huile de lin, à la lumière diffuse et à la température ordinaire.*

L'action de l'air sur les huiles a été étudiée par divers expérimentateurs, par de Saussure d'abord, par Cloëz en dernier lieu (*Bullet. de la Soc. chim. de Paris*, Janv. 1865). Mais leurs recherches n'ont pas jeté beaucoup de jour sur la question, parce qu'ils ont opéré sur des huiles contenues dans des tubes ou des capsules de verre, tandis qu'il est absolument nécessaire d'exposer l'huile en couche très mince à l'action de l'air, si l'on veut que cette action puisse s'achever et que les résultats obtenus aient quelque valeur. Toutes les expériences de l'auteur ont porté sur des huiles étendues en couches très minces à la surface de lames de fer-blanc ou de verre, et dont on déterminait fréquemment les variations de poids, comme traduisant assez exactement la marche suivie par l'oxydation et la dessiccation.

Produit fixe de l'oxydation de la linoléine. — Linoxyne. La linoléine pure n'ayant pas encore été obtenue, il faut déduire les changements qu'elle subit de ceux que l'huile elle-même éprouve. De l'huile de lin ayant été parfaitement séchée à l'air, en couche mince, fut traitée successivement par l'éther, l'alcool et l'eau, et le résidu insoluble desséché sur l'acide sulfurique. On obtint ainsi une substance d'un blanc presque pur, amorphe, plus ou moins élastique, comme du cuir ou de la gutta-percha. L'auteur la nomme *linoxyne*. On la retire de l'huile d'oeillette et de l'huile de noix comme de l'huile de lin. C'est la base essentielle de toute peinture à l'huile. On l'a trouvée composée de:

$$C — 62{,}6,\ H — 9{,}0,\ O — 28{,}4 \text{ ou } C_{32} H_{27} O_{11}.$$

C'est, comme on voit, un produit d'oxydation de l'anhydride de l'acide linoléique.

La linoxyne n'est pas hygroscopique; dans une atmosphère très

humide elle n'augmente, en 24 heures, que de $1^{1}/_{2}$ p. c. en poids.

Elle ne supporte pas une chaleur de 100° sans prendre une teinte rouge; en même temps elle perd 1,9 p. c. de son poids.

Elle se décompose avant de fondre, et répand alors une odeur très irritante, qui rappelle celle de l'acroléine, odeur que le linoxate de plomb et l'acide linoléique dégagent également par la chaleur.

Elle est plus pesante que l'eau; insoluble dans l'eau, l'alcool, l'éther. Dans le chloroforme et le sulfure de carbone elle se gonfle beaucoup; un mélange de chloroforme et d'alcool finit par la dissoudre. L'essence de térébenthine la rend très gélatineuse, mais n'en dissout que peu.

Les acides étendus ne la dissolvent pas et ne lui font éprouver aucune altération. L'acide sulfurique concentré la colore en brun foncé et la dissout à une douce chaleur; l'eau précipite des flocons gris de cette dissolution. L'acide nitrique concentré la colore de suite en rouge; à chaud, il se dégage des vapeurs nitreuses et il reste une matière jaune, facilement fusible, insoluble dans l'eau, soluble dans l'alcool et dans l'éther; soluble également, avec coloration rouge, dans la potasse, d'où l'alcool la précipite de nouveau.

La linoxyne prend une couleur rouge dans une dissolution de potasse, et à chaud elle s'y dissout en donnant une liqueur rouge et limpide. L'acide chlorhydrique produit dans cette dissolution un précipité jaune, floconneux (qui devient rouge lorsqu'il est séché en masse cohérente), soluble dans l'alcool et surtout dans l'éther, qu'il colore en jaune ou en rouge suivant le degré de concentration, et qui l'abandonne sous forme de vernis visqueux après évaporation. Toutes ces propriétés de la dissolution potassique de la linoxyne appartiennent aussi à la dissolution potassique de l'acide linoxyque. L'analyse a donné, en effet, pour le précipité jaune séparé par l'acide chorhydrique, la formule HO, $C_{32}H_{25}O_{9}$. On n'a pu constater la formation d'aucun autre produit, de sorte qu'il faut admettre que, sous l'influence de la potasse, à chaud, la linoxyne éprouve une modification moléculaire qui la change en acide linoxyque rouge.

A l'aide d'une digestion prolongée, l'ammoniaque donne égale-

ment avec la linoxyne une solution rouge, d'où l'acide chlorhydrique précipite un corps floconneux.

L'huile de lin sèche, qui se compose essentiellement de linoxyne, se colore en rouge, avec une légère diminution de poids, quand on la chauffe à 80°; et cette matière rouge, exposée à la lumière solaire directe, redevient blanche en augmentant de poids; il ne se forme pas d'acide linoxyque, car la matière ne devient pas visqueuse, mais reste sèche. Comme pour l'acide linoxyque, il paraît donc exister pour la linoxyne une modification blanche et une modification rouge, qui diffèrent par la proportion d'eau. Il est probable que la linoxyne blanche est $C_{32}H_{27}O_{11}$ et la rouge $C_{32}H_{26}O_{10}$; une expérience, citée plus haut, a donné une perte de poids de 1,9 p. c. par une chaleur de 100°, tandis qu'il faudrait 2,9 p. c.

La linoxyne, matière indifférente, ne diffère que par HO de l'acide linoxyque. Les deux substances sont des produits d'oxydation, à l'air, de l'acide linoléique: si cet acide est libre ou uni à une base métallique, il se forme de l'acide linoxyque; s'il est combiné avec l'éther glycérique, c'est la linoxyne qui prend naissance.

L'auteur signale les rapports de composition et de propriétés que l'huile de lin et ses produits d'oxydation à l'air présentent avec certaines autres matières organiques, telles que l'acide subérique, le liége, la cuticule des plantes, la graisse animale siccative appelée *age* ou *axin* au Mexique.

Produits fixes de l'oxydation des autres principes de l'huile de lin. De l'huile de lin devenue parfaitement sèche à l'air avait gagné 12,4 p. c. en poids, ou, en défalquant 1,2 p. c. d'humidité condensée, 11,2 p. c. Les 111,2 p. d'huile sèche cédèrent à l'éther 21,1 p. Dans cette partie soluble dans l'éther on ne put reconnaître ni matière grasse neutre, ni glycérine, ni acide linoléique; elle renfermait 0,5 p. c. (du poids primitif de l'huile) d'un acide soluble dans l'eau, non volatil, et qui a paru être de l'acide glycérique; le reste ne se composait que d'acides palmitique et myristique. D'autres expériences ont donné des nombres un peu diffé-

rents et, en moyenne, on a trouvé pour la composition de l'huile sèche :

Acide soluble dans l'eau............	0,5
Mélange d'acides gras..............	19,5
Linoxyne.........................	91,2
	111,2

Tout l'éther glycérique de l'huile ayant disparu par voie d'oxydation, on peut calculer la perte que l'huile a subie de ce chef. En partant de la composition en nombres ronds établie p. 148, on trouve que 100 parties d'huile renferment 8,2 p. de $C_6 H_5 O_3$; il y a donc eu 8,2 p. c. de perte. Mais, d'un autre côté, l'anhydride de l'acide linoléique a pris 8 éq. d'oxygène pour se transformer en linoxyne; cela fait 21,0 d'augmentation de poids pour les 100 p. d'huile. La différence 21,0 — 8,2 = 12,8 représente l'augmentation réelle. Or, l'expérience a donné 11,2. On voit que l'accord est satisfaisant entre ces deux nombres auxquels on est parvenu par des voies si différentes. L'accroissement de poids ne peut d'ailleurs pas être tout à fait constant; il doit varier, entre autres, avec le genre d'oxydation qu'éprouve l'acide élaïque dans les circonstances données.

Produits volatils de l'oxydation de l'huile de lin. Pour étudier ces produits, on a fait passer un courant d'air, sec et privé d'acide carbonique, sur de l'huile de lin fraîche, renfermant 1 p. c. de borate manganeux, et contenue dans un ballon exposé à la lumière du soleil; les produits volatils étaient recueillis dans l'eau de baryte. L'expérience fut arrêtée au bout de 9 jours, alors que le poids de l'huile avait augmenté d'environ 10 p. c., bien que l'action fut encore loin d'être terminée. On trouva dans l'eau de baryte de l'acide carbonique (0,045 pour 5,711 d'huile), de l'acide formique et de l'acide acétique; l'huile solidifiée, mais non sèche, céda à l'eau des traces d'acide acrylique $C_6 H_4 O_4$.

Dans une autre expérience, faite en hiver, on fit imbiber d'huile *bouillie* des fragments de ponce calcinée, et on fit passer le courant d'air sur ces fragments pendant plusieurs jours, chaque jour pen-

dant quelques heures. On trouva, comme précédemment, de l'acide carbonique (0,022 pour 30 d'huile), de l'acide formique et de l'acide acétique dans la baryte. Le flacon renfermant la ponce imbibée d'huile fut alors chauffé à 80° pendant que le courant d'air le traversait; on recueillit en peu d'heures une quantité d'acide carbonique presque égale à la moitié de celle qui s'était dégagée en plusieurs jours à la température ordinaire; du reste, la baryte ne contenait encore que les acides formique et acétique.

Citons encore une expérience qui fait connaître approximativement les quantités relatives des produits volatils et l'augmentation en poids de l'huile. Un courant d'air fut conduit à la surface de 11,921 d'huile *bouillie* (renfermant 2,6 p. c. d'oxyde de plomb); il traversait ensuite des tubes à chlorure de calcium, où l'on peut admettre qu'il se dépouillait des acides acétique et formique, et des tubes à chaux sodée qui retenaient l'acide carbonique. L'action fut entretenue du 22 avril au 14 mai; on trouva alors 0,242 pour l'augmentation en poids de l'huile, 0,326 pour celle des tubes à chlorure de calcium, et 0,068 pour celle de la chaux sodée.

Ces premiers produits volatils de l'oxydation, à quel principe de l'huile sont-ils dus? Pour le découvrir, on traita par l'éther de l'huile qui avait été laissée, en couche mince, à l'air pendant un temps suffisant pour qu'elle fût recouverte d'une légère pellicule, mais non pour que les parties sous-jacentes fussent séchées. L'éther n'enleva aucune trace d'acides gras. L'oxydation s'était donc portée uniquement sur la linoléine, respectant, jusque-là, l'élaïne, la palmitine et la myristine. Les matières grasses extraites par l'éther cédèrent à l'eau des traces de deux acides, l'un volatil l'autre non volatil, qui offrirent les réactions de l'acide acrylique et de l'acide glycérique. La présence de ce dernier a pu être constatée dans toutes les couches d'huile de lin ou de peinture, sèches mais non trop anciennes. On en trouve d'autant plus que la dessiccation a eu lieu à une température plus basse. La chaleur et surtout la lumière solaire favorisent, au contraire, la production des acides acrylique, formique et acétique. Après trois mois, on ne retrouve plus aucun de ces acides.

D'après tout ce qui précède, voici ce qui se passe pendant la dessiccation de l'huile. Les glycérides se décomposent, d'abord la linoléine, plus tard l'élaïne, la palmitine et la myristine. Tout l'éther glycérique est transformé, sous l'influence de l'oxygène, en une série de produits qui finissent par se dégager complètement: d'abord en acides glycérique et acrylique, puis en acides acétique et formique, finalement en eau et acide carbonique. L'anhydride de l'acide linoléique s'oxyde également, mais en donnant naissance à une matière solide, la linoxyne. Les acides palmitique, myristique et élaïque non altérés (sauf le dernier, qui s'oxyde plus ou moins) restent mêles à la linoxyne.

Cette première période de l'oxydation, la seule que l'auteur ait étudiée, dure longtemps quand la température est basse et que l'huile est à l'abri de la lumière solaire directe. Tôt ou tard cependant, les acides élaïque, palmitique et myristique s'oxydent à leur tour, et la couche devient fragile; enfin, la linoxyne elle-même est attaquée, et la couche est détruite.

Dans les nombreux tableaux numériques où l'auteur a consigné les résultats de ses expériences sur la dessiccation des huiles, on peut suivre, jour par jour, les progrès de l'oxydation mesurés par les variations de poids. On y reconnaît qu'une couche mince d'huile de lin non bouillie, exposée à l'air, à la lumière diffuse, n'éprouve d'abord presque aucun changement; ce n'est qu'après quelque temps, ordinairement au bout de 7—10 jours en été, que l'oxydation commence à devenir notable; elle continue alors avec force pendant 3—6 jours, puis redevient très faible, mais est souvent encore appréciable au bout de plusieurs mois. En été l'huile peut être regardée comme sèche après 12—14 jours; en hiver il faut un temps plus long. Elle forme une couche d'abord blanche mais qui jaunit avec le temps. Après que l'action principale est terminée on trouve quelquefois, d'un jour au suivant, une diminution de poids au lieu d'une augmentation; cela est dû au dégagement de produits volatils formés antérieurement mais retenus jusque-là par l'huile.

L'augmentation totale de poids est, en général, de 10—12,4 p. c.

Cette augmentation se réduit à 6,4—8,4 lorsque l'huile, séchée à l'air, est ensuite exposée, pendant plusieurs heures, à une chaleur de 80°. La perte ainsi éprouvée se compose de 1,2 p. c. d'humidité atmosphérique, que l'huile chauffée reprend à la température ordinaire, et d'environ 4 p. c. d'autres matières volatiles à 80°, principalement d'acide myristique. L'huile séchée, puis chauffée à 80°, est en même temps devenue d'un rouge brun; la transformation de la linoxyne blanche dans sa modification rouge, notable à 100°, commence déjà à 80°; il est probable que l'acide élaïque déjà altéré contribue aussi à cette coloration. Cette coloration persiste à la lumière diffuse; mais deux jours d'exposition à la lumière solaire directe suffisent à rendre sa couleur blanche à la couche d'huile.

---

§ 5. *Action de l'air sur l'huile d'oeillette et l'huile de noix, à la lumière diffuse.*

Ces deux huiles sèchent assez vite, moins vite pourtant que l'huile de lin, et elles restent longtemps plus ou moins collantes. Etendues en couches minces, elles furent exposées à la lumière diffuse, dans un appartement chauffé chaque jour pendant 8 heures, du 21 novembre au 24 janvier. L'action principale eut lieu pour l'huile d'oeillette du 7e au 30e jour, pour l'huile de noix du 2e au 16e; la dessiccation de l'huile de noix se fit donc beaucoup plus rapidement; il est vrai que cette huile (la seconde des trois sortes mentionnées p. 144) était déjà ancienne, tandis que l'huile d'oeillette était toute récente. A la fin de l'expérience les deux huiles étaient sèches, non collantes, incolores; chauffées à 80° elles ne devinrent pas rougeâtres, comme l'huile de lin, mais seulement d'un jaune clair.

L'huile d'oeillette avait gagné 12,2 p. c. en poids pendant la dessiccation, l'huile de noix 8,7. Ces gains se changèrent en pertes de 3,0 et 1,8 p. c. par une exposition à 80°, pendant 10 heures, de l'huile séchée. Comme on voit, l'huile de noix n'augmente pas

autant en poids que les huiles de lin et d'oeillette; c'est que, renfermant moins de linoléine, elle produit moins de linoxyne. Si l'on suppose $^3/_4$ de linoléine dans l'huile d'oeillette, et $^2/_3$ dans l'huile de noix, le reste étant de la myristine et de la laurine, et qu'on calcule la perte due à l'oxydation et à la volatilisation de $C_6H_5O_3$, et le gain résultant de l'oxydation de $C_{32}H_{27}O_3$, on trouve un gain final de 11,5 pour l'huile d'oeillette et de 9,3 pour l'huile de noix. Ces nombres se rapprochent assez de ceux donnés par l'expérience (dont il faut retrancher 1,2 pour la vapeur d'eau condensée), pour que la composition hypothétique donnée p. 155 en reçoive un certain appui. Cette composition est d'accord aussi avec la perte considérable que les huiles d'oeillette et de noix, séchées, subissent quand on les chauffe à 80°; ce sont les acides myristique et laurique qui se volatilisent et qu'une chaleur plus prolongée chasserait complétement; il y a donc une plus forte proportion de ces acides, et une moindre de linoléine, que dans l'huile de lin.

---

§ 6. *Influence de la lumière et de la chaleur sur l'oxydation des huiles siccatives.*

La lumière et la chaleur favorisent, toutes deux, l'oxydation des huiles siccatives en couches minces, et cela, non seulement *pendant* qu'elles agissent, mais encore *après* que leur influence directe a cessé de se faire sentir. Les deux agents partagent également la propriété d'opérer la décoloration de l'huile.

Une couche mince d'huile de *lin*, exposée au *soleil* le 29 avril, devint active dès le premier jour et en 4 jours l'action principale était terminée; l'expérience ayant été continuée jusqu'au 19 août, on trouva une augmentation totale de poids de 7,7 p. c., se réduisant à 6,2 par la dessiccation à 80°. Avec une couche plus mince (0,589 au lieu de 6,860 sur 220 centim. carrés), l'activité, éveillée encore dès les premiers instants, était à peu près épuisée au

bout de 3 jours; après 4 mois on constata une augmentation de poids de 5,4 p. c., devenant 4,1 à 80°.

Sous l'influence des rayons solaires, l'acide élaïque est attaqué beaucoup plus fortement qu'à la lumière diffuse, et une proportion plus grande des produits volatils se dégage déjà avant toute application de chaleur artificielle. C'est ce qui explique pourquoi l'augmentation de poids et la réduction qu'elle subit à 80° sont toutes deux plus faibles dans le premier cas que dans le second.

Avec l'huile *d'oeillette* au *soleil*, l'oxydation a commencé après 4 jours et a duré 12 jours (en septembre). L'huile fraîche a gagné 5,1 p. c. (en deux mois), moins que l'huile de lin parce qu'elle renferme moins de linoléine. Une huile déjà ancienne n'a gagné que 1,8 p. c., à cause des acides gras volatils qui se sont dégagés. L'huile ancienne, dont l'élaïne est en voie de décomposition, donne une couche plus dure au soleil; mais si la myristine et la laurine participent à l'oxydation, la couche devient trop fragile.

Quant à l'influence de la *chaleur* sur l'oxydation de l'huile de *lin*, voici ce que l'expérience a appris.

Soumise à l'action calorifique des rayons solaires, mais garantie, par une feuille de papier gris, de l'effet de la lumière, une couche mince d'huile éprouve une dessiccation un peu plus rapide qu'à la température de l'air.

Sous l'action d'une chaleur de 80°, appliquée chaque jour pendant plusieurs heures (2—7), l'huile en couche mince s'est montrée active dès les premières heures, s'est solidifiée en 3 jours, et a accusé, après 15 jours, un accroissement de poids de 4,8 p. c. Cet accroissement est moindre que pour l'huile séchée à la température ordinaire, puis chauffée à 80°, parce que l'oxydation est plus énergique et que, outre l'acide myristique volatilisé dans le second cas, il se perd encore 2 à 3 p. c. d'acide élaïque oxydé.

Contrairement à l'opinion commune, la chaleur seule, non accompagnée d'oxydation, n'exalte pas les propriétés siccatives de l'huile: de l'huile chauffée en *masse*, pendant 10 heures, à

100°, ou pendant ¾ d'heure jusque près de l'ébullition, ne s'est pas montrée ensuite plus siccative que l'huile ordinaire.

De l'huile qui avait été soumise, en masse, pendant ¾ h. à une température voisine de l'ébullition, et pendant ½ h. à l'ébullition même, ayant été séchée ensuite, en couche mince, au *soleil*, on a observé une augmentation de poids plus considérable qu'avec l'huile non chauffée préalablement: 9,9 p. c., se réduisant à 7,7 à 80°.

L'influence de la *chaleur* sur l'oxydation des huiles *d'oeillette* et de *noix* ressort des faits suivants: Exposées à une température de 80°, chaque jour pendant 8 h., ces huiles n'augmentèrent de poids que le premier jour ou les deux premiers jours, suivant que la couche était plus ou moins mince. Les jours suivants il y eut diminution, et après 3 à 4 semaines, la perte totale s'élevait pour l'huile d'oeillette à 4 ou 0,9 p. c. et pour l'huile de noix à 3,1 ou 2,2 p. c., selon que l'huile employée était plus ou moins vieille. La présence d'une forte proportion d'acides myristique et laurique dans les deux huiles, et celle d'acides gras volatils dans les huiles déjà vieilles, expliquent ces résultats.

Citons encore une expérience qui se rapporte à une huile non siccative. De l'huile *d'olive*, déjà un peu rance, fut exposée en couche mince à la lumière diffuse, et chauffée chaque jour pendant 8 h., à 80°. Après 2½ mois on ne trouva aucune différence de poids, la légère augmentation des premiers jours ayant été compensée par une perte subie plus tard. L'huile avait été changée en acides gras, et l'acide élaïque avait probablement été oxydé.

---

§ 7. *Influence que certaines substances exercent sur la dessiccation des huiles siccatives.*

Acide sulfurique. De l'huile de lin fraîche a été mise en contact, pendant 24 h., avec de l'acide sulfurique concentré, puis lavée. La dessiccation en couche mince, à la lumiere diffuse,

n'a pas été plus rapide que celle de l'huile ordinaire; mais l'augmentation de poids, tant à la température ordinaire qu'à 80° (14,7 et 11,6 p. c.), a été plus forte d'environ 3 p. c. Cette différence ne peut être expliquée que par un mode différent d'oxydation de $C_6H_5O_3$, qui a donné naissance à environ 3 p. c. de produits non volatils. L'huile n'avait du reste éprouvé qu'une trace de saponification par l'acide.

Charbon animal. L'huile de lin décolorée par le charbon animal n'a pas été trouvée plus siccative que l'huile ordinaire. Il n'y a donc pas de mucilage dans l'huile de lin, ou ce mucilage n'a pas la propriété, qu'on lui attribue souvent, de s'opposer à la dessiccation.

Borate manganeux. C'est un siccatif énergique: avec de l'huile mêlée de 2 p. c. de ce sel, l'action principale était terminée, et l'huile sèche, en 2 jours (mai). Le borate manganeux intervient comme agent de transmission de l'oxygène, l'oxyde manganeux absorbant facilement de l'oxygène à l'air et le cédant avec la même facilité à l'huile.

On détermina encore l'influence qu'exercent un certain nombre d'autres substances par leur mélange avec de l'huile de lin non bouillie. Voici le nombre de jours qui fut trouvé nécessaire (fin de mars) pour la dessiccation:

Acide stannique	4 jours	*Oxyde de zinc*	9 jours
Spath fluor	6 "	*Acide antimonique*	11 "
Silico-fluorure de potassium.	6 "	*Smalt foncé*	12 "
Verre en poudre............	7 "	*Oxyde de zinc avec potasse*..	12 "
Oxyde d'antimoine..........	8 "	*Alumine; silice; smalt clair.*	
Borax.....................	8 "		

On peut énoncer comme règle générale, que les bases sont capables d'agir comme *siccatifs* proprement dits, c'est-à-dire de rendre l'huile plus siccative sans l'intervention de la chaleur; l'oxyde de plomb se trouve en tête; après lui vient l'oxydule de manganèse, puis les bases alcalines et les matières qui en renferment, comme le verre.

Plusieurs expériences de l'auteur sont relatives à l'action exercée à une température voisine de l'ébullition de l'huile. De l'huile de

lin non bouillie ayant été chauffée à cette température, pendant ¼ h., avec un excès *d'oxyde rouge de mercure*, *d'acide stannique*, *d'acide antimonique*, on trouva que les deux premières substances étaient devenues noires, la troisième jaune; l'huile traitée par l'oxyde de mercure s'était colorée en rouge. Les huiles ayant été filtrées, puis abandonnées à l'air, en couches minces (mars), celles qui avaient été chauffées avec l'oxyde de mercure et l'acide antimonique furent trouvées sèches au bout de 7 jours, tandis que la troisième ne montrait encore aucune trace de dessiccation. L'acide stannique n'a donc, dans ces conditions, aucune influence favorable.

De l'huile de lin fut chauffée pendant 1 h., à une température approchant de l'ébullition ou même l'atteignant, avec un excès de *minium*, de *terre d'ombre*, de *peroxyde de fer* naturel, *de sulfate de zinc*. En couches minces, l'huile au minium et celle à la terre d'ombre séchèrent en 3 jours (mars), celle au peroxyde de fer en 8 jours; l'huile mêlée avec le sulfate de zinc ne commenca à sécher que le 13[me] jour, tout comme l'huile chauffée sans mélange. L'effet de la terre d'ombre s'explique par l'oxyde mangano-manganique que cette substance contient habituellement.

Dans d'autres expériences, on n'a fait intervenir qu'une digestion à 100° de l'huile avec les matières solides. La digestion ayant été prolongée pendant 4 h., puis l'huile filtrée et étendue en couche mince, voici ce qu'on trouva (mars):

Minium...........	H. rouge et épaisse;	beaucoup de plomb en dissol.;	sèche en 1 jour
Sous-acétate de plomb	Id.	Id.	Id.
Acét. de plomb neutre	Id.	Id.	Id.
Acétate manganeux.	Id.	du manganèse en dissol....	sèche en 2 jours
Vert-de-gris.......	H. vert clair......	Cuivr. en dissol..........	" " 3 "
Oxyde de zinc......	H. presque incolore.	traces de zinc en dissol......	" " 7 "
Perox. de manganèse.	H. un peu verdâtre.	traces de manganèse.......	" " 9 "
Ox. rouge de mercure	H. en partie décolorée	traces de mercure.........	" "10 "
Magnésie..........	Id.	rien en dissol............	" "12 "
Sulfate de zinc......	Id.	Id.	Id.

Une seconde série d'expériences à 100° fut faite dans des conditions un peu différentes. Le mélange d'huile et de matière solide

(en proportions à peu près équivalentes) fut chauffé pendant 2 h., puis étendu en couche mince sans filtration préalable (mars—avril). Le résultat fut que *l'oxyde de plomb* et surtout le *minium* avaient rendu l'huile très active (dès le premier jour), que *l'oxyde de zinc* n'avait ajouté que peu de chose et le *peroxyde de fer* rien du tout à la propriété siccative de l'huile chauffée, en masse, à 100°, et enfin que celle-ci n'était pas plus active que l'huile de lin non chauffée. Si l'on ne demande à l'huile que de sécher rapidement, l'ébullition avec l'oxyde de plomb ou le minium n'est donc pas nécessaire; une simple digestion à 100°, pendant 2 h., suffit. On constata encore qu'aucune des substances ajoutées à l'huile n'avait modifié, d'une manière appréciable, l'augmentation finale de poids (11 à 13 p. c.) par la dessiccation; la présence de bases n'est pas nécessaire pour que l'oxydation se fasse.

Une proportion notable de terre de pipe calcinée ayant été intimemement mêlée avec quelques-unes des couleurs précédentes, on ne remarqua aucun changement apporté à la dessiccation.

Les quatre oxydes, dont il vient d'être question, ont encore été expérimentés de la même manière, avec cette différence que l'huile de lin non préparée était remplacée par de l'huile *bouillie* du commerce, renfermant 2,6 p. c. d'oxyde de plomb. Dans ce cas, aucun des oxydes n'a eu quelque influence, ni sur la rapidité de l'oxydation, — essentiellement achevée dès le premier jour, — ni sur l'augmentation de poids, dont les variations ne pouvaient être attribuées qu'à la différence d'épaisseur des couches; tout s'est passé comme avec l'huile *bouillie* employée sans mélange. L'augmentation de poids était aussi à peu près la même (peut-être un peu moindre) que dans les expériences où l'on s'était servi d'huile non bouillie.

Les mêmes faits ressortent d'une dernière série d'expériences dans laquelle on avait simplement mêlé à l'huile *bouillie* de petites quantités d'*oxyde de plomb*, de *chromate de plomb*, de *céruse*, d'*oxyde de fer*, d'*oxyde de zinc* et d'*argile calcinée*.

Le résultat général est que l'huile de lin bouillie ordinaire, c'est-à-dire préparée avec addition d'une certaine quantité d'oxyde

de plomb, possède un pouvoir siccatif que ne peut augmenter aucune substance métallique, et que ne peut diminuer aucune matière indifférente. Dans les circonstances où l'on a opéré, à la température ordinaire et à la lumière diffuse, toutes les couches préparées avec l'huile bouillie ont montré un accroissement de poids à peu près constant, de 10—12 p. c., se réduisant à 7—8 par application d'une chaleur de 80°.

Huile d'oeillette et huile de noix avec oxyde de plomb. On ajouta 4,6 p. c. d'oxyde de plomb à de l'huile d'oeillette fraîche, et 6,4 p. c. à de l'huile de noix déjà ancienne, et on fit digérer à 100° pendant 3 heures. On laissa sécher ensuite en couche mince; l'expérience se faisait au mois de novembre, dans un appartement chauffé 8 heures par jour, à la lumière diffuse. L'action principale eut lieu pendant les 2 ou 3 premiers jours, et au bout de 5 semaines l'augmentation de poids fut trouvée de 7,5 p. c. pour l'huile d'oeillette, et de 6,2 pour l'huile de noix.

Huile de lin en couches épaisses et couleurs en masses. Toutes choses égales d'ailleurs, la rapidité de l'oxydation dépend de la surface que l'huile présente à l'air et, par conséquent, de l'épaisseur de la couche. Quelques expériences ont été faites avec de l'huile de lin contenue dans de petits creusets mesurant environ 6 centim. carrés à l'ouverture. On ajouta une substance différente dans chaque creuset; on les chauffa pendant 2 heures sur le même bain de sable, puis on les abandonna à l'air, à la lumière diffuse. Voici les résultats:

2 avril.	H. de lin seule.	H. de lin avec 0,239 ox. de fer.	H. de lin avec 0,372 céruse.	H. de lin avec 0,206 sulfate de zinc.	H. de lin avec 0,438 acétate de plomb.
	5,650	5,647	5,905	5,510	3,956
Perdu par la chaleur........	0,232	0,355	0,603	0,206	0,688
	5,418	5,292	5,302	5,304	3,268
23 juin. Gagné en poids.	0,129	0,049	0,169	0,051	0,039

L'augmentation la plus forte est de 3 p. c. et appartient à la céruse.

Une boule (25 mm. de diamètre) de mastic fait avec de l'huile

de lin bouillie, qui contenait 2,6 p. c. d'oxyde de plomb, et de la craie, n'a gagné, du 2 avril au 23 juillet, que 0,3 p. c. en poids; un disque (60 mm. de diamètre sur 5 d'épaisseur) de mastic préparé avec la même huile, de l'oxyde de plomb et du minium, a gagné, dans le même intervalle, 1,1 p. c. Le premier était sec dans toute son épaisseur et contenait de la linoxyne blanche; le second, dur à la surface mais encore mou à l'intérieur, renfermait de l'acide linoxyque blanc. Dans le mastic à la craie, l'oxydation n'a pu provenir que de l'air, et si le poids est resté stationnaire, c'est que de l'acide carbonique a dû être mis en liberté. Pour le mastic plombifère, le minium a dû céder de l'oxygène et les acides formés, acrylique, glycérique etc., ont pu être retenus par l'oxyde de plomb.

APPLICATIONS.

Guidé par les vues auxquelles l'avait conduit l'étude chimique des huiles siccatives, l'auteur a examiné ensuite les principaux procédés usités ou recommandés dans la pratique pour la préparation des huiles et des couleurs, et pour leur emploi, soit dans la peinture en bâtiments, soit dans la peinture d'art. Cette partie de son travail n'étant pas de nature à pouvoir être analysée ici avec la même étendue que la partie purement théorique, nous nous bornerons à en extraire un petit nombre de données et de considérations.

Préparation des huiles siccatives. La préparation que l'on fait subir aux huiles a pour objet, soit de hâter la dessiccation, soit d'améliorer la qualité de la peinture, deux effets qu'il est nécessaire de distinguer si l'on veut apprécier convenablement la valeur des différentes pratiques.

La qualité de la peinture sèche dépend des éléments qui peuvent entrer dans sa composition et dont les principaux sont: la linoxyne, de consistance analogue au cuir, et qui fait la base essentielle des huiles siccatives séchées; les acides palmitique,

myristique et élaïque, qui donnent de la flexibilité à la couche; l'anhydride de l'acide linoléique, substance très élastique, semblable au caoutchouc, et qui contribue beaucoup à la bonne qualité de la peinture; des combinaisons des acides gras avec des bases, et surtout du linoxate de plomb, sel qui communique de la dureté à la peinture; enfin, des matières indifférentes qui lui donnent du corps, de la solidité, de l'opacité et de la couleur.

Les transformations auxquelles les substances que nous venons d'énumérer doivent naissance, ont pour condition première la faiblesse de l'affinité qui unit le groupe $C_6 H_5 O_3$ à $C_{32} H_{27} O_3$ et aux autres acides gras, et la facilité avec laquelle une dissociation s'opère entre ces éléments. Les opérations auxquelles on soumet l'huile ont pour but de favoriser cette dissociation, de mettre en jeu, par un commencement d'oxydation ou de saponification, les actions chimiques au sein du liquide, actions qui continueront ensuite à se développer spontanément quand l'huile sera exposée, en couche mince, à l'atmosphère.

Le temps seul suffit déjà à amener un commencement de dissociation. C'est pourquoi les vieilles huiles sont si estimées des peintres : l'huile vieille est de l'huile renfermant une proportion plus ou moins considérable d'acides gras en liberté; elle est éminemment propre à s'unir aux bases métalliques; elle devient beaucoup plus promptement siccative par l'ébullition.

L'ébullition active la dissociation; elle donne lieu à la production d'une certaine quantité d'anhydride linoléique et à la volatilisation d'une partie des acides palmitique, myristique et élaïque. L'un et l'autre effet sont en proportion de l'intensité et de la durée de l'ébullition; si on la pousse assez loin pour obtenir *l'encre d'imprimerie*, on n'a plus qu'un mélange d'anhydride et de charbon.

L'ébullition seule ne rend pas, comme nous l'avons déjà vu, l'huile très siccative. Il faut de plus le contact renouvelé de l'air, ou mieux encore l'addition d'un peu d'oxyde de plomb; cette substance détermine la formation d'une certaine quantité de linoléate de plomb, qui se transforme en linoxate dans la dessiccation de la peinture à l'air. L'emploi de l'oxyde de plomb permettrait

d'obtenir une huile très siccative sans avoir besoin d'élever la température au delà de 100°. On recommande encore une foule d'autres substances qui agissent plus ou moins comme *siccatifs* indépendamment du concours de la chaleur. Mais, ce n'est qu'au moyen de l'ébullition qu'on provoque la formation de l'anhydride linoléique et le dégagement partiel des acides gras, double effet sans lequel la peinture sèche n'acquiert pas toutes les propriétés requises. Le minium agit plus efficacement que la litharge dans l'ébullition: outre la saponification partielle, il favorise encore, par l'oxygène qu'il abandonne, l'oxydation de l'huile. L'acétate de plomb n'a pas d'avantages qui lui soient propres; l'acide acétique se dégage pendant qu'on chauffe, et l'oxyde de plomb agit seul.

Après avoir discuté un certain nombre des procédés employés ou proposés, l'auteur conseille de s'en tenir au précepte suivant pour préparer une huile fortement siccative et en même temps décolorée:

Faire bouillir doucement, au contact de l'air, pendant 2 heures, de l'huile de lin ordinaire avec 3 p. c. de minium; laisser déposer; filtrer si cela est nécessaire; verser l'huile dans de grandes caisses en plomb, peu profondes, recouvertes de verre de manière à garantir de la poussière mais à permettre la circulation de l'air; exposer à la lumière solaire pendant l'été.

Préparation des couleurs. L'huile de lin bouillie, renfermant 2,6 p. c. d'oxyde de plomb, possède un maximum de pouvoir siccatif, auquel n'ajoutent plus rien (p. 169) les oxydes, libres ou unis à des acides faibles, qui entrent dans la préparation des couleurs à l'huile. Mais on peut se demander si, parmi ces oxydes, il n'en est pas qui exercent sur l'huile une action chimique de nature à améliorer la qualité de la peinture. Les acides palmitique, myristique et élaïque, mis en liberté, s'unissent-ils à l'oxyde, et la linoléine donne-t-elle du linoxate au lieu de la linoxyne qui se forme en l'absence des oxydes? Dans cette hypothèse, et en supposant qu'on se serve d'huile non bouillie et d'oxyde de plomb, on trouve qu'il faudrait 44 parties de cet oxyde pour saturer les acides de 100 p. d'huile. La peinture sèche serait alors composée

de trois savons de la consistance du diapalme et d'un savon dur et fragile, le linoxate de plomb.

Les choses se passent ainsi, au moins en partie, pour la peinture au minium, qui devient en effet fort dure et qui contient beaucoup de linoxate de plomb; seulement, dans la pratique, on emploie ordinairement cinq fois plus de minium que la saponification n'en exigerait. Mais il en est autrement des oxydes qui ne peuvent céder de l'oxygène; ceux-là ne donnent lieu à la production d'un linoxate que lorsque l'huile a été bouillie ou fortement chauffée avec eux. Une couche de peinture appliquée depuis 11 mois, et pour laquelle on avait fait usage d'huile de lin bouillie mêlée avec 25 p. c. de céruse, ayant été analysée, on n'y trouva, à côté des acides palmitique, myristique et élaïque, unis sans aucun doute à l'oxyde de plomb, que la faible quantité d'acide linoxyque provenant du linoléate de plomb dissous dans l'huile bouillie (2,6 d'oxyde de plomb représentent 9,4 de linoxate). La couche était formée essentiellement de linoxyne, et il en est encore de même lorsque, comme dans la pratique, on ajoute jusqu'à 250 ou 280 parties de céruse à 100 p. d'huile; de pareilles peintures ne deviennent pas fragiles par la dessiccation, elles restent coriaces.

D'après cela, 9 p. c. d'oxyde de plomb, nécessaires pour saturer les acides palmitique, myristique et élaïque, suffiraient dans une couleur. L'auteur est disposé, néanmoins, à croire que l'anhydride linoléique, ou quelque degré d'oxydation inférieur à l'acide linoxyque, joue, pendant quelque temps, le rôle d'acide et fixe de l'oxyde de plomb, qu'il abandonne plus tard pour se transformer en linoxyne indifférente. Il se base surtout sur la circonstance que les couleurs à l'acétate de plomb ou de cuivre dégagent de l'acide acétique en séchant: il se forme donc un acide, et pourtant le produit final est la linoxyne.

Avec l'oxyde de plomb, l'oxyde de fer et l'oxyde de zinc, le résultat a été le même qu'avec la céruse: couche coriace, dont la linoxyne constitue la base et où ne se trouve que la quantité d'acide linoxyque correspondant à l'oxyde de plomb contenu dans l'huile bouillie. On n'a pu décider si les oxydes de fer et de zinc

se combinent, comme l'oxyde de plomb, avec les acides palmitique, myristique et élaïque.

En tout cas, les autres oxydes sont beaucoup moins propres à fixer ces acides que l'oxyde de plomb. Aussi, l'auteur établit-il comme conditions indispensables pour obtenir une peinture de bonne qualité: 1°. l'emploi d'huile de lin bouillie, bien préparée et renfermant 2—3 p. c. d'oxyde de plomb; 2°. l'addition d'une quantité de céruse, d'oxyde de plomb ou de minium (le minimum devra être fixé par expérience) suffisante pour saponifier les acides. Aucun des mélanges tant vantés dans ces dernières années et vendus comme des secrets, aucun des innombrables siccatifs proposés, ne peut fournir une peinture de première qualité si les deux conditions précédentes ne sont observées. Si elles le sont, tous ces mélanges, toute la portion des oxydes de plomb qu'on ajoute pour donner à la couleur la propriété de *couvrir*, peuvent être remplacés, dans beaucoup d'usages ordinaires, par des substances sans valeur: il suffit que ce soient des matières indifférentes, assez dures, bien pulvérisées, et incorporées en quantité aussi grande que possible sans que la peinture perde la propriété de bien s'étendre sous le pinceau. L'auteur a essayé le minium de fer d'Auderghem et des poudres de tuiles rouges, de briques bleues, de fer limoneux, d'hématite, de minerai de fer magnétique; de toutes ces substances il a obtenu des résultats qui paraissent très satisfaisants.

Analyse de quelques matières employées dans la peinture ordinaire. Parmi ces matières, celle qui a fait le plus de bruit dans ces derniers temps est le *minium de fer* d'Auderghem. L'auteur en a analysé trois échantillons, dont l'un *a* portait la marque authentique de la fabrique d'Auderghem, tandis que *c* était une contrefaçon. La dessiccation à 150° fit perdre 0,7 p. c. d'eau à *a* et 1,8 à *b*; *c* renfermait un peu d'acide sulfurique:

	a.	*b.*
Oxyde rouge de fer	69,6	69,2
Acide silicique	29,0	29,2
Alumine	1,4	1,6

c.		
SiO_3	12,5	Insoluble dans H Cl.
Al_2O_3 et Fe_2O_3	8,2	
Fe_2O_3	74,0	Soluble dans H Cl.
Al_2O_3	3,1	
Eau	2,4	

Les substances connues sous les noms de *gris de zinc*, *couleur de fer* et *couleur-diamant*, ont également été analysées. La seconde renfermait 2 parties d'huile de lin bouillie pour 10 p. de matières fixes. La troisième était composée, sur 100 p., de 45,9 de principes huileux et de 54,1 de matières fixes. On a trouvé dans les matières minérales:

Gris de zinc.		*Couleur de fer.*			*Couleur diamant.*		
Zinc métallique....	92,7	Sulfate de baryte..	48,8		Oxyde rouge de fer..	18,7	
Oxyde de zinc....	4,6	Céruse...........	38,7	argile	Alumine (sol. d. HCl.)	10,1	33,2
Sable, carbonate de chaux, eau...	2,7	Zinc métallique....	12,5		Alumine (ins. d. HCl.)	23,1	
					Acide silicique......	48,7	

Peinture du fer. L'oxydation du fer se faisant beaucoup plus activement une fois que la rouille a pris naissance en un point quelconque, il est nécessaire de combattre le mal dès sa première apparition: sans attendre que le moment soit venu de repeindre l'ouvrage en entier, il faut couvrir de couleur tous les endroits où la rouille se montre, et mettre autant de soin à préserver ceux qui sont cachés à la vue que ceux qui sont exposés aux regards.

Il ne peut qu'être utile de garnir les grands ouvrages en fer, en des endroits peu apparents, de pièces de zinc en contact métallique avec le fer, afin de mettre celui-ci dans un état électrique qui s'oppose à l'oxydation; le fer seul doit alors être recouvert de peinture, le zinc reste à nu.

C'est surtout dans les points où les différentes pièces d'un ouvrage se joignent, aux vis, aux boulons etc., qui servent à opérer l'assemblage, que l'oxydation commence de préférence, pour se propager de là sur toute la surface. Ce sont donc ces parties qu'il faut surtout garantir, tant à l'intérieur qu'à l'extérieur. Toutes les surfaces destinées à être mises en contact avec d'autres devront être bien débarrassées de rouille préalablement, puis enduites d'une matière préservatrice, en couche assez épaisse pour que tous les interstices se trouvent remplis. Le goudron de houille est préférable, pour cet objet, aux couleurs à l'huile; les acides gras de l'huile favorisent plus ou moins l'oxydation, une fois qu'elle a commencé; le goudron, jamais.

Il reste alors à couvrir toute la surface du métal. Quand il s'agit du bois, il est utile de donner une première couche simplement avec de l'huile de lin bouillie: cette huile pénètre, en partie, dans les pores du bois, et sert d'intermédiaire pour établir une forte adhérence entre le bois et la couche de peinture proprement dite. Mais pour le fer, qui ne s'imbibe pas, cette première couche de vernis peu solide, bien loin de favoriser l'adhérence, l'affaiblirait; il vaut mieux appliquer immédiatement le mélange d'huile et d'autres matières propre à composer une peinture solide; seulement, on donnera à la première couche assez de fluidité pour qu'elle s'insinue bien dans toutes les inégalités de la surface.

Il est évident qu'une surface nette, mais rugueuse, est celle qui assure le mieux la liaison entre le métal et la peinture. La fonte a ordinairement le degré de rugosité convenable. Au contraire, les fortes tôles et les fers en barres qu'on emploie fréquemment aujourd'hui dans les grands ouvrages, ont une surface assez lisse. Mais ce fer, laminé à chaud, est recouvert d'une couche bleuâtre de suboxyde (à proprement parler mélange de fer et d'oxyde ferroso-ferrique) qui, à l'inverse de la rouille, protége le fer contre l'oxydation en le rendant *passif;* il est donc avantageux de conserver cette couche. La fonte possède une pellicule analogue, dont l'utilité suffirait pour faire rejeter la méthode, parfois usitée, de nettoyer les pièces de fonte dans un bain d'acide étendu; cette méthode a, d'ailleurs, cet autre défaut que l'acide pénètre dans les petites cavités de la fonte, ne peut plus en être éloigné complétement, et exalte considérablement, par son contact, la tendance du fer à se rouiller. Il faut seulement débarrasser la surface de la fonte et du fer laminé de tout ce qui peut s'en détacher à l'aide de grattoirs et de brosses métalliques; mais tout ce qui résiste à ces moyens doit être respecté.

L'expérience a appris que les couleurs préparées avec les oxydes de plomb sont excellentes pour protéger contre l'oxydation le fer exposé à l'air, et qu'elles sont nuisibles sur le fer plongé dans l'eau de mer. Relativement aux mêmes couleurs appliquées sur le fer immergé dans l'eau douce, l'expérience n'a pas encore prononcé.

SUR L'ANALYSE ORGANIQUE,

PAR

E. H. VON BAUMHAUER [1])

Dans une communication adressée à l'Académie Royale des Sciences d'Amsterdam, en 1853, et relative au dosage de l'oxygène dans les corps organiques qui ne renferment pas d'azote, [2]) j'avais pris, en quelque sorte, un engagement qui n'a pas été tenu jusqu'à présent. Je terminais, en effet, ma note en disant: „Pour les substances qui contiennent de l'azote, je désire arriver à déterminer le carbone, l'hydrogène et l'oxygène dans une seule expérience et, par conséquent, à l'aide d'une même quantité de matière." Aujourd'hui je suis en état de remplir cette promesse.

Je rappellerai, en peu de mots, le principe sur lequel était fondée la méthode proposée par moi, à cette époque, pour trouver la quantité d'oxygène dans les matières non azotées. Cette méthode consistait à employer, dans le procédé ordinaire de dosage du carbone et de l'hydrogène, un volume d'oxygène mesuré d'avance, pour réoxyder le cuivre réduit par la formation de l'acide carbonique et de l'eau; la différence entre l'oxygène contenu dans ces deux produits de l'analyse et celui dont on constate la disparition dans l'appareil, donnait la quantité d'oxygène renfermée dans la substance analysée.

[1]) Communiqué au Congrès des Naturalistes à Hanovre, en Septembre 1865.

[2]) *Verslagen en Mededeelingen*, tome I, page 359.

D'après cette manière d'opérer, il était indispensable de connaître la capacité totale de l'appareil, afin de pouvoir appliquer au volume gazeux les corrections barométrique et thermométrique; et, bien que j'eusse indiqué le moyen d'y parvenir avec un degré d'exactitude passablement grand, il faut reconnaître pourtant qu'il vaut mieux pouvoir déterminer la quantité d'une matière par la mesure des poids que par celle des volumes, surtout quand les appareils dont on fait usage ne laissent pas que d'être assez compliqués.

Depuis lors, plusieurs autres chimistes se sont occupés du problème du dosage de l'oxygène dans les substances organiques.

Maumené [1]) a proposé de brûler la matière par la litharge mêlée d'un peu de phosphate de chaux. On obtient ainsi, outre l'acide carbonique et l'eau, du plomb métallique; et la quantité de ce plomb permet de calculer quelle est, dans l'oxygène nécessaire pour la production de l'acide carbonique et de l'eau, la part qui n'a pu être fournie par le corps organique lui-même.

Stromeyer [2]) opère la combustion au moyen de l'oxyde de cuivre, et déduit, pareillement, la proportion d'oxygène de la substance analysée, de la quantité de cuivre et d'oxydule de cuivre qui s'est formée. A cet effet, on dissout, après l'opération, tout le contenu du tube dans un mélange d'acide chlorhydrique et de sulfate de peroxyde de fer, et l'on dose, à l'aide du caméléon, le protoxyde de fer qui a pris naissance; la quantité d'oxygène enlevée à l'oxyde de cuivre, pendant la combustion, s'en déduit aisément.

A. Ladenburg [3]) s'exprime ainsi au sujet de ma méthode: „Je dois faire mention également d'une notice de von Baumhauer, qui contient le principe d'une méthode très élégante de dosage de l'oxygène; mais, l'auteur n'ayant pas donné, comme il l'avait promis, l'exposition détaillée de son mode d'expérimentation, on ne peut en faire usage, jusqu'à présent, dans la pratique." Le chimiste que nous venons de nommer, détermine l'oxygène des

[1]) *Comptes-rendus*, T. LV, pag. 432.
[2]) *Annalen der Chemie und Pharmacie*, T. CXVII, pag. 247.
[3]) *Annalen der Chemie und Pharmacie*, T. CXXXV, pag. 1.

matières organiques en les brûlant dans un mélange de quantités pesées d'iodate d'argent et d'acide sulfurique; on dose ensuite, par titrage, l'iodure d'argent formé.

Dernièrement, enfin, C. G. Wheeler [1]) a publié une méthode pour doser, simultanément dans une même quantité de matière, le carbone, l'hydrogène et l'azote des substances organiques azotées. Dans cette méthode, qui consiste simplement dans la réunion du procédé de dosage de l'azote, à l'état gazeux, selon M. Dumas, avec le mode ordinaire de détermination du carbone et de l'hydrogène, l'oxygène est de nouveau trouvé au moyen de la perte.

Toutes les méthodes imaginées, jusqu'ici, pour doser l'oxygène conjointement avec le carbone, l'hydrogène et l'azote, offrant l'inconvénient d'être embarrassantes et d'exiger beaucoup de temps, les chimistes continuent de déterminer l'oxygène par différence. J'espère avoir réussi à écarter toutes les difficultés dans le procédé expéditif et fort simple auquel je suis parvenu, surtout après que j'eus pris connaissance des recherches de Ladenburg.

La méthode que je publie aujourd'hui, avait déjà été essayée par moi il y a bon nombre d'années, mais toujours avec des résultats trop incertains: ce qui me manquait, c'était une substance abandonnant, par la chaleur, une quantité parfaitement constante d'oxygène. J'avais tâché d'atteindre le but à l'aide du chlorate de potasse; mais, bien que je l'eusse préparé à l'état de pureté chimique, je n'en obtenais jamais de résultats concordants en le chauffant dans un tube de verre; il faut en attribuer la cause à la vapeur blanche qu'on observe constamment lorsqu'on soumet ce sel à l'action de la chaleur.

L'iodate d'argent, proposé par Ladenburg mais employé par lui d'une manière différente, satisfait complétement à la condition voulue. Suivant sa prescription, j'ai préparé le sel en traitant, dans un matras à long col, de l'iode par de l'acide nitrique fumant (dens. 1,5); on évapore ensuite le mélange avec de l'eau, et on répète cette opération jusqu'à ce que tout l'acide nitrique

---

[1]) *Journ. für Pract. Chemie*, T. XCVI, pag. 239.

se soit dégagé. La poudre blanche, cristalline, d'acide iodique est dissoute dans l'eau, et la solution filtrée après déposition; la liqueur limpide est précipitée par le nitrate d'argent neutre, mais de façon à ce qu'il reste encore de l'acide iodique libre dans la dissolution. On lave le précipité par décantation, après quoi on le sèche dans une atmosphère ne contenant aucune matière organique, de préférence dans l'obscurité, et à une température qui peut s'élever jusqu'à 150° C sans qu'on ait à craindre de décomposition.

En se transformant, par la chaleur, en iodure d'argent, ce sel doit abandonner 16,96 p. c. d'oxygène; j'ai trouvé 16,92 p. c. comme moyenne d'un assez grand nombre d'expériences qui présentaient un accord satisfaisant.

Dans l'exposition de ma méthode, je décrirai d'abord le dosage fort simple du carbone, de l'hydrogène et de l'oxygène des matières organiques, dosage pour lequel il est absolument indifférent que la matière renferme ou ne renferme pas d'azote; je ferai connaître ensuite le procédé plus compliqué qui permet de trouver simultanément la proportion d'azote.

---

§ 1. *Dosage du carbone, de l'hydrogène et de l'oxygène.*

On prend un tube à combustion ouvert aux deux bouts et long de 70 à 80 centimètres; on le remplit de la manière suivante (Voyez Planche X, fig. 1):

1°. Une colonne d'environ 20 centimètres de fine tournure de cuivre rouge (*z*).

2°. Une longueur de 10 c. de petits fragments de porcelaine, qui ont été lavés à l'acide chlorhydrique, puis calcinés (*x*).

3°. Une colonne d'environ 25 c. d'oxyde de cuivre (*c*) fortement calciné, en petits fragments de la grosseur des grains de blé sarrasin et débarrassés, par tamisage, de la poudre plus ténue.

On peut placer un petit tampon d'asbeste en avant et en arrière de cette couche.

4°. La matière à analyser, pesée dans une nacelle de verre, de porcelaine ou de platine ou, pour les matières volatiles, dans une petite boule de verre, qu'on fait glisser, à l'aide d'une baguette de verre, jusqu'à une distance de 5 c. derrière l'oxyde de cuivre (*e*). Lorqu'on a affaire avec des substances très difficiles à brûler, on peut les mêler avec de l'oxyde de cuivre avant de les introduire dans la nacelle.

5°. A une distance de 6 à 7 c. plus en arrière, se place une seconde nacelle contenant un poids déterminé d'iodate d'argent.

On a besoin, dans cette méthode, d'un courant d'hydrogène pur, ainsi que d'un courant d'azote pur. Ces gaz sont fournis par l'appareil à dégagement constant d'hydrogène A (fig. I), et par le gazomètre rempli d'azote B, lesquels sont unis au robinet à deux voies *m*. Pour purifier les gaz, on leur fait traverser d'abord un tube rempli de tournure de cuivre rouge et maintenu incandescent dans tout le cours de l'expérience, puis deux tubes en U, dont le premier est rempli de ponce imbibée d'acide sulfurique concentré, tandis que le second contient dans une branche de la chaux sodique et dans l'autre du chlorure de calcium; ce second tube est mis en communication avec le tube à combustion OO.

Avant d'adapter au tube à combustion les appareils destinés à l'absorption de l'eau et de l'acide carbonique, on chauffe la partie antérieure du tube jusqu'un peu au-delà de la tournure de cuivre, et on le fait traverser par un faible courant d'hydrogène, afin d'acquérir la certitude qu'il ne reste dans le cuivre métallique absolument aucune partie oxydée. On chasse ensuite l'hydrogène par l'azote, puis, tout en entretenant un courant lent de ce gaz, on chauffe la partie du tube où se trouvent la porcelaine [1]) et l'oxyde de cuivre.

[1]) La porcelaine sert uniquement à séparer le cuivre de l'oxyde de cuivre. Avec le fourneau d'analyse que j'ai décrit précédemment dans les *Annalen der Chemie und Pharmacie*, T. XC, pag. 25, on est entièrement le maître de chauffer une portion déterminée du tube, et d'avancer aussi lentement qu'on le désire; ce résultat est obtenu au moyen d'un petit registre, qui glisse sur la gaze métallique du fourneau, et dont la longueur dépasse un peu celle d'un des compartiments de la cheminée.

Le tube à chlorure de calcium *i* et l'appareil à potasse *k* sont maintenant adaptés, au moyen d'un bouchon bien séché, au tube à combustion.

Lorsqu'on analyse des matières qui ne contiennent pas d'azote, ou des matières azotées dans lesquelles on ne cherche pas à déterminer par une seule et même expérience, non seulement le carbone, l'hydrogène et l'oxygène, mais aussi l'azote, l'appareil se termine à la ligne pointillée *xx*.

Après qu'on a fait passer pendant quelque temps le courant d'azote, on détache les appareils d'absorption et on les pèse. Le courant d'azote n'a d'autre but que de remplir tout l'appareil de ce gaz et d'en saturer la dissolution de potasse; c'est une précaution qui a été observée dans toutes les analyses. Les appareils d'absorption ayant été pesés, on les remet en place, puis on chauffe avec beaucoup de circonspection, en faisant glisser lentement le registre, la substance à analyser, tout en maintenant un faible courant d'azote. Lorsque la matière est entièrement brûlée, ou du moins complétement carbonisée, on procède à l'échauffement très graduel de l'iodate d'argent; l'oxygène dégagé brûle les parties charbonneuses et oxyde le cuivre provenu de la réduction de l'oxyde; ce qui reste d'oxygène est fixé par la tournure de cuivre *z*. Après la décomposition totale de l'iodate d'argent, on fait encore traverser, pendant quelque temps, l'appareil par le courant d'azote; ensuite on enlève les appareils d'absorption pour les peser. On ferme peu à peu les robinets du fourneau, sauf ceux qui correspondent à la tournure de cuivre *z*; sans interrompre le courant d'azote, on attend que l'oxyde de cuivre se soit entièrement refroidi, après quoi on attache de nouveau à l'appareil un tube à chlorure de calcium pesé. On remplace maintenant le courant d'azote par un courant d'hydrogène, pour réduire l'oxyde qui s'est formé à la surface de la tournure de cuivre; l'oxygène que celle-ci avait fixé se trouve ainsi condensé, à l'état d'eau, par le tube à chlorure de calcium dont on détermine de nouveau le poids. L'eau ainsi trouvée met en état de calculer la quantité d'oxygène que l'iodate d'argent contenait en sus de celui

nécessaire pour la combustion complète de la matière organique, c'est-à-dire, en d'autres termes, pour sa transformation en acide carbonique et eau.

Après qu'on a retiré, à l'aide d'un fil de cuivre terminé en crochet, les nacelles du tube à combustion, celui-ci se trouve tout disposé pour une nouvelle analyse.

Parmi les analyses assez nombreuses que j'ai exécutées de cette manière, j'en choisis une couple dont je ferai connaître les résultats, tant pour donner une idée du degré d'exactitude auquel le procédé permet d'atteindre, que pour montrer la marche à suivre dans le calcul de l'analyse.

1°. On a pris 0,452 gr. d'acide oxalique sec et 1,256 gr. d'iodate d'argent sec. On a obtenu:

Acide carbonique. . . 0,443, par conséquent Ɵ . . 0,1208 et Θ . . 0,3222
Eau . . . . 0,090, par conséquent H . . 0,010 et Θ . . 0,080
L'eau obtenue en second lieu s'élevait à 0,1495, d'où Θ . . 0,133.

Comme nous l'avons dit précédemment, la quantité d'oxygène de l'iodate d'argent avait été trouvée, en moyenne, de 16,92 p. c.; les 1,256 gr. employés ont donc fourni 0,2125 Θ. D'après cela, il est facile de calculer la quantité d'oxygène contenue dans l'acide oxalique analysé:

Θ contenu dans $Ɵ\Theta_2$	0,3222
Θ " " $H_2\Theta$	0,0800
Θ " " $H_2\Theta$	0,1330
	0,5352
dont il faut retrancher Θ de $AgI\Theta_3$	0,2125
Reste pour Θ de l'acide oxalique	0,3227.

On déduit de là pour la composition centésimale de l'acide oxalique:

	Trouvé.	*Calculé.*
$Ɵ_2$	26,73	26,66
H_2	2,21	2,23
Θ_4	71,39	71,11
	100,33	100,00.

2°. On a pris 0,493 gr. d'acide urique sec, et 4,125 gr. d'iodate d'argent sec devant fournir 0,6979 gr. d'oxygène. On a obtenu:

Acide carbonique. 0,643, par conséquent C... 0,1754 et O... 0,4676
Eau............ 0,107, par conséquent H... 0,0119 et O... 0,0951
L'eau obtenue en second lieu s'élevait à 0,309, d'où O... 0,2747.

D'après cela, l'oxygène de l'acide urique s'établit de la manière suivante:

O contenu dans CO_2......	0,4676
O " " H_2O......	0,0951
O " " H_2O......	0,2747
	0,8374
dont il faut retrancher O de $AgIO_3$......	0,6979
O de l'acide urique......	0,1395.

La composition centésimale devient:

	Trouvé.	*Calculé.*
C_5......	35,58	35,71
H_4......	2,41	2,38
N_4......		33,33
O_3......	28,30	28,58

---

§ 2. *Dosage simultané du carbone, de l'hydrogène, de l'oxygène et de l'azote.*

Veut-on déterminer tous les éléments dans une seule et même portion de matière [1]), ce que la faible quantité qu'on a à sa disposition peut rendre nécessaire, il est possible d'y parvenir en conservant la même méthode d'analyse, qu'on modifie seulement de manière à pouvoir doser l'azote en même temps. Je propose pour cela l'ancien procédé de Gay-Lussac pour le dosage de

[1]) Il va sans dire que lorsque la substance renferme des matières inorganiques (cendres), on peut en trouver le poids en pesant la nacelle après l'expérience.

l'azote, procédé qui donne réellement encore les meilleurs résultats, lorsqu'on y apporte les corrections nécessaires, telles que je les ai indiquées il y a environ dix-huit ans [1]). Seulement, je me sers aujourd'hui, pour faire ce dosage, d'un appareil beaucoup plus simple, que je crois devoir décrire ici en raison des avantages nombreux qu'il présente: il convient parfaitement pour toutes les analyses de gaz; il rend certaines corrections superflues; il peut être disposé facilement dans un vase cylindrique en verre, rempli d'eau, ce qui permet de régler, à volonté, la température du gaz et du mercure; enfin il n'exige qu'une quantité minimum de mercure, et n'expose à aucune perte de ce métal.

Deux tubes M et N (fig. II), de même diamètre, rétrécis aux deux extrémités, et dont l'un, M, est divisé en centimètres cubes [2]), sont reliés l'un à l'autre par un tube solide de caoutchouc [3]). Le tube M, le baromètre à siphon OOO, le thermomètre TT et la lame de verre à glaces QQ, sur laquelle est tracée une division en millimètres, sont fixés sur une planche convenablement entaillée. Le tube N, au contraire, est librement suspendu à un cordon solide de soie qui, après avoir passé sur une poulie S, va s'enrouler plus loin sur une bobine pourvue d'un arrêt; on est ainsi le maître de régler, à distance, la hauteur du tube N. Les lectures se font à distance, à l'aide d'une lunette ou d'un cathétomètre.

L'appareil étant ouvert des deux côtés, on verse du mercure dans le tube N jusqu'à ce que les deux tubes M et N soient à moitié remplis. En relevant le tube N, on peut faire monter le mercure dans M jusqu'à son extrémité supérieure; et, réciproque-

---

[1]) Scheikundige onderzoekingen gedaan in het Laboratorium der Utrechtsche Hoogeschool, Tome IV, page 334.

[2]) Il peut aussi porter une échelle linéaire divisée en millimètres; on dresse alors un tableau des capacités correspondant à chaque intervalle des divisions, capacités déterminées par des pesées de mercure.

[3]) Les tubes de caoutchouc employés par la Compagnie des Eaux des dunes, sont garnis d'une couple de couches d'un tissu de lin et résistent à une pression de plusieurs atmosphères.

ment, on peut entièrement vider ce tube de mercure, en laissant descendre N; de sorte que, si l'on désire nettoyer le tube M, on n'a qu'à appliquer une pince au-dessous de *z*, pour pouvoir détacher M du reste de l'appareil, qui contient alors tout le mercure.

Pendant que le tube M se trouve entièrement rempli de mercure, on le relie, au moyen du tube en caoutchouc SS [1]), à l'appareil fig. I; toutes les manipulations, jusqu'à l'instant où la combustion de la matière allait commencer, ont été exécutées préalablement, et le courant d'azote continue à traverser l'appareil. Dès que le niveau du mercure dans le tube M a atteint les divisions du tube, on ferme l'appareil, derrière le tube à combustion, en appliquant une pince au point *b*; on laisse descendre le tube de verre N jusqu'à ce que le mercure s'y trouve environ 200 millim. plus bas que dans le tube M; ensuite on éteint toutes les lampes et on laisse refroidir l'appareil entier, ce qui permet de juger, en même temps, si toutes les jonctions ferment hermétiquement. Durant ces différentes manoeuvres, et de même pendant qu'on effectue les lectures, l'appareil à potasse doit être placé horizontalement; il offre alors un libre passage au gaz, tandis que, dans sa position oblique, la communication est interceptée, aux points *n* et *m*, par la solution alcaline; le tube montant *vv* est rempli de chlorure de calcium, et le second tube *rr*, de fragments de potasse caustique.

Lorsque le refroidissement est complet, on détermine la hauteur que le mercure occupe dans le tube M, tant par rapport à la propre division du tube que relativement à l'échelle en verre juxtaposée; on note aussi, sur cette dernière échelle, le niveau du mercure dans le tube N et dans les deux branches du baromètre; enfin, on prend la hauteur du thermomètre.

On remet ensuite le mercure à peu près au même niveau dans

---

[1]) Je ferai remarquer ici que j'introduis toujours dans les tubes de caoutchouc des tubes de verre qui s'y adaptent exactement, et qui possèdent les courbures que la forme de l'appareil exige; non seulement on évite par là l'occlusion des caoutchoucs par la compression, mais cette disposition présente, en outre, dans les déterminations volumétriques, un avantage facile à saisir.

les tubes M et N; on attend une demi-heure, puis on procède à une seconde lecture des différentes données que nous venons d'énumérer. La formule [1])

$$V = \frac{T\ (b' - k')}{(b \pm k) - (b' - k')}$$

donne alors, d'une manière fort simple, le volume total du gaz contenu dans l'appareil, volume auquel il ne s'agit plus que d'appliquer les corrections pour la température et la hauteur barométrique.

La combustion de la matière à analyser se fait maintenant de la manière ordinaire, sauf que l'azote ne circule pas dans l'appareil, la pince *b* restant serrée. Pour le moment, on ne chauffe pas encore l'iodate d'argent.

Après que la combustion est achevée, on laisse refroidir l'appareil pendant plusieurs heures, puis on fait de nouveau les lectures spécifiées plus haut. La différence des volumes trouvés avant et après la combustion, et auxquels on a fait les corrections barométrique et thermométrique, donne le volume, et par suite le poids en centièmes, de l'azote contenu dans la substance examinée.

On détache maintenant l'appareil en *xx*, et on desserre la pince *b*. On chauffe successivement le cuivre, la porcelaine et l'oxyde de cuivre, au milieu d'un faible courant d'azote; ensuite on chauffe lentement l'iodate d'argent, et on achève l'expérience comme il a été dit précédemment.

En opérant ainsi, on peut doser, dans une seule expérience,

[1]) Dans cette formule, T représente la différence, exprimée en centimètres cubes, entre les deux volumes notés successivement sur le tube M.

b', hauteur du baromètre lors de la première lecture; b, Id. à la seconde lecture.

k', différence de niveau du mercure dans les deux tubes M et N, lors de la première observation; k, même différence, dans la seconde observation; cette dernière peut, naturellement, être positive, négative ou nulle.

Il n'y a pas, ici, de correction à faire pour la tension de la vapeur d'eau, le gaz ayant été desséché et la tension produite par la solution de potasse pouvant être négligée.

tous les principes constituants d'une matière organique; toutefois, lorsqu'on n'y est pas forcé, il vaut mieux ne déterminer, dans une première analyse, que le carbone, l'hydrogène et l'oxygène, et faire une opération distincte pour le dosage de l'azote.

---

§ 3. *Dessiccation des matières.*

Pour dessécher la substance à analyser et l'iodate d'argent, dans les nacelles mêmes qui servent à les peser et à les introduire dans le tube à combustion, j'ai construit un appareil simple (fig. III), qui permet d'exposer plusieurs nacelles à la fois, à une température déterminée, dans un courant d'air sec.

Dans une cuvette en cuivre A, fixée à un support vertical, se trouvent mastiqués trois tubes de verre. Deux de ces tubes sont ouverts aux deux bouts; le troisième, celui du milieu, est en forme de ⊥ et ses trois extrémités sont ouvertes; la branche verticale de ce tube renferme un petit thermomètre, qui y est adapté, au moyen d'un bouchon, de manière que son réservoir descende dans la branche horizontale; il est soumis, par conséquent, à la même température que les nacelles, qu'on introduit dans les tubes, où elles peuvent être déplacées au moyen d'une baguette de verre.

Les trois tubes sont reliés à une de leurs extrémités, par des tuyaux en caoutchouc, à un appareil B rempli de chaux vive et de chlorure de calcium; à l'aide des robinets en cuivre qui surmontent cet appareil, on peut régler, à volonté, le passage de l'air. Les trois autres extrémités sont mises en communication, de la même manière, avec un petit flacon C, contenant de l'acide sulfurique dans lequel plongent les extrémités inférieures des tubes; par là on est averti de la rapidité du courant d'air aspiré. Le flacon, à son tour, est joint, au moyen d'un tuyau de caoutchouc garni d'une pince, avec un aspirateur sur lequel nous reviendrons plus loin. On remplit l'étuve avec de la paraffine, matière qui devient limpide comme de l'eau lorsqu'elle est fondue, de

sorte qu'on est à même d'observer tous les changements de couleur que la substance pourrait éprouver pendant la dessiccation.

Cet appareil, dans lequel plusieurs nacelles peuvent être séchées en même temps, est très commode dans l'usage, se laisse nettoyer sans peine, et n'est pas sujet à se briser facilement.

Je puis également recommander les pinces dont je me sers habituellement, et que la figure VI représente en grandeur naturelle; elles permettent de régler un courant d'air avec la dernière précision, et la mobilité de leur traverse inférieure leur donne, sur d'autres instruments analogues, cet avantage qu'on n'est pas obligé, pour les appliquer, de défaire des jonctions déjà établies dans l'appareil.

Bien qu'un aspirateur quelconque puisse être utilisé pour mon appareil de dessiccation (par exemple l'aspirateur à rotation que j'ai décrit ailleurs [1]), je crois pourtant devoir faire connaître ici un appareil très simple, à la fois aspirateur et perspirateur, qui est extrêmement convenable pour les laboratoires qui possèdent une conduite d'eau. J'ai déjà fait usage de cet appareil, — dont, au reste, le principe n'est pas nouveau et ne m'appartient en aucune façon, — pendant environ huit ans, dans le laboratoire d'Amsterdam; en arrangeant mon laboratoire particulier à Harlem, je l'ai disposé de la manière suivante:

Au troisième étage, à environ treize mètres au-dessus du sol du laboratoire, est établi un entonnoir de verre (fig. V), auquel sont adaptés, au moyen d'un bouchon de caoutchouc, deux tubes en composition; l'un de ces tubes, *b*, qui amène l'eau dans l'intérieur de l'entonnoir, s'y recourbe de manière à imprimer à la veine liquide un mouvement heliçoïde; l'autre tube, *aa*, tube d'aspiration, débouche tout en haut de l'entonnoir. Par sa partie inférieure, l'entonnoir s'adapte à un tube en composition *c*, d'un diamètre trois fois plus grand que celui du tube adducteur de l'eau; ce tube descend dans le laboratoire, où il pénètre jusqu'au fond d'une grosse dame-jeanne (fig.IV); son extrémité inférieure est coupée

[1]) *Ann. der Chem. u. Pharm.* T. XI, page 19.

obliquement. Les deux autres tubes, *a* et *b*, s'introduisent également dans le laboratoire, de sorte qu'on peut, sans se déplacer, faire couler l'eau dans l'entonnoir et régler, au moyen de la pince *m*, l'aspiration de l'air.

Le col de la dame-jeanne est hermétiquement fermé par un bouchon en caoutchouc qui livre passage à trois tubes:

1° le tube *c*, dont il a déjà été question.

2° le tube *dd*, par lequel l'eau est entraînée hors de la dame-jeanne; il est recourbé en U et forme un siphon haut d'environ trois mètres.

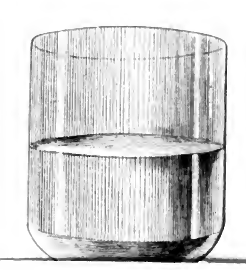
3° le tube perspirateur *ee*, en communication avec un tube en caoutchouc qui porte une pince *p*, destinée à régler l'accès de l'air.

On comprend aisément de quelle manière l'appareil fonctionne: l'eau qui se décharge dans l'entonnoir par le tube *b*, devant occuper ensuite le tube beaucoup plus large *c*, entraîne une grande quantité d'air qui, arrivé dans la dame-jeanne, s'y trouve isolé par une couche d'eau et soumis à la pression qu'exerce sur lui la colonne d'eau du siphon, haute d'environ trois mètres.

Il est clair que lorsque la pince *p* reste ouverte largement, et pendant longtemps, l'eau doit finir par remplir entièrement la dame-jeanne; il faut donc fermer de temps en temps la pince *p*; la dame-jeanne se videra alors, complétement, en peu d'instants.

C'est au moyen de l'aspiration de cet appareil que se font toutes les dessiccations dans mon laboratoire, tandis que le perspirateur est utilisé pour souffler le verre et porter des creusets de platine à une vive incandescence, à l'aide d'une simple lampe à gaz représentée en D.

E. H. von Baumhau



ARCHIVES NÉERLANDAISES

DES

Sciences exactes et naturelles.

SUR LA DÉTERMINATION ABSOLUE

DE L'ERREUR PERSONNELLE

DANS LES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES;

PAR

F. KAISER.

Extrait des: Verslagen en Mededeelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen 1863, T. 15 p. 173—220.

On a cru pendant quelque temps qu'il serait possible d'annuler complétement l'erreur personnelle, ou au moins de la rendre égale pour tous les observateurs, en éliminant l'action simultanée de la vue et de l'ouïe dans l'observation des phénomènes, soit par l'emploi d'un *compteur*, soit en faisant usage de l'enregistreur électrique, soit par quelque autre artifice approprié. Mais l'expérience n'a pas tardé à prouver qu'aucun de ces moyens ne possédait l'efficacité qu'on leur avait attribuée: les observations astronomiques restaient entachées d'une équation personnelle variable qui, pour être en général plus faible que dans les procédés anciens, n'en conservait pas moins une valeur qu'il était impossible de négliger. Il est, sans doute, facile de trouver la correction rendue nécessaire par l'inégalité des erreurs personnelles de différents observateurs, lorsque ces observateurs peuvent comparer directement les résultats qu'ils obtiennent; mais, l'éloignement mettant souvent obstacle à cette comparaison directe, et l'erreur d'un même astronome pouvant d'ailleurs changer avec le temps et les circonstances, il y aurait grand avantage à pouvoir déterminer, à chaque instant, la valeur absolue de l'équation per-

sonnelle. On a pensé souvent que, par sa nature même, l'erreur en question n'était pas susceptible d'une détermination absolue. M. Kaiser n'a pas partagé cette manière de voir et, dans le présent mémoire, il fait connaître un moyen simple d'arriver au but, moyen auquel il avait déjà fait allusion, en 1852, à la fin d'une note sur l'application du principe des verniers à la mesure du temps dans l'observation de phénomènes instantanés [1].

La méthode imaginée par M. Kaiser repose, en effet, sur l'emploi du même appareil qui, depuis plusieurs années, sert, avec beaucoup de succès, à observer les phénomènes subits, à l'obervatoire de Leyde, aux Directions de la Marine, et dans les travaux géodésiques exécutés aux Indes Orientales.

On fait usage en astronomie d'une espèce d'horloge dont le pendule accomplit chacune de ses oscillations en une demi-seconde. Après chaque oscillation double, un petit marteau retombe sur un timbre; l'appareil bat donc les secondes entières, ce qui lui fait donner le nom de compteur à secondes. En allongeant ou raccourcissant le pendule, on peut aussi obtenir des intervalles de temps qui diffèrent légèrement d'une seconde, tels, par exemple, que l'instrument frappe 51 ou 49 coups dans l'espace de 50 secondes. Le temps écoulé entre deux battements consécutifs ne différera alors d'une seconde que de la fraction $0^s,02$, et si le compteur se trouve suspendu à côté d'une pendule astronomique ordinaire, la coïncidence des battements des deux horloges se reproduira périodiquement au bout de 50 secondes. Les battements du compteur seront distribués, dans ce cas, entre ceux de la pendule, tout comme les divisions d'un vernier entre celles de l'échelle principale; ils pourront être employés comme une espèce de vernier pour le temps, et cela avec beaucoup de précision, l'ouïe percevant déjà très distinctement la non-coïncidence des battements de deux horloges, lorsque l'écart ne s'élève qu'à une couple de centièmes d'une seconde. A l'aide d'une petite tige transversale on maintient le pendule dans la position

[1] Tijdschrift voor de Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, &, T. V, p. 9.

oblique qui correspond à la chute du marteau. Au moment où le phénomène à noter se manifeste, on retire la petite tige, et le pendule aura achevé exactement une double oscillation lorsqu'on entendra le premier choc du marteau sur le timbre. On compte les chocs qui se produisent jusqu'à l'instant où l'un d'eux coïncide avec un des battements de l'horloge principale. On marque l'heure, la minute et la seconde qu'indique l'horloge à cet instant; on en retranche le nombre des chocs comptés, réduit en secondes et fractions de secondes, et l'on aura déterminé ainsi, à une couple de centièmes de seconde près, le moment précis où le pendule du compteur a été abandonné à lui-même.

Dans l'application de ce principe si simple, on se heurte à une difficulté que M. Kaiser est parvenu à surmonter, grâce à un expédient particulier. Lorsque, en effet, on veut se servir du compteur à secondes comme d'un vernier pour le temps, il est, avant tout, indispensable, ou bien que le pendule accomplisse exactement une double oscillation entre l'instant où il est mis en mouvement et celui où le premier coup se fait entendre, ou bien que l'on puisse apprécier, sans peine et avec un grand degré de précision, la durée écoulée entre ces deux instants. Soit AB (fig. 1) l'arc que décrit l'extrémité du pendule lorsque le compteur est déjà en marche depuis un temps suffisant; cet arc représentera *l'amplitude* du pendule, amplitude qui dépend de l'échappement, de la force du moteur qui anime l'appareil et des résistances que ce moteur a à vaincre. Le pendule se meut le long de l'arc AB, alternativement de gauche à droite et de droite à gauche. Pour distinguer ces deux mouvements, représentons le premier par l'arc CD et le second par l'arc EF. Soit LI la verticale qui passe par le point de suspension du pendule: cette ligne partagera l'arc AB en deux parties égales. Lorsque le pendule, dans son mouvement de gauche à droite, arrive en un certain point G, une dent de la roue d'échappement vient s'appuyer contre l'ancre. Pendant que le pendule revient de droite à gauche, il passe par un second point H au moment où une autre dent de la même roue rencontre l'ancre à son tour. Le choc des

dents de la roue d'échappement contre l'ancre, est ce qui produit les battements de la pendule astronomique ordinaire, dont le pendule accomplit chaque oscillation en une seconde. Dans le compteur à secondes, le son est renforcé, par la chute d'un marteau sur un timbre, lorsque le pendule passe par un des deux points indiqués, savoir par le point H. Le marteau frappe les secondes entières, tandis que le compteur fait entendre un battement à chaque demi-seconde quand on enlève le marteau. Si les points G et H sont situés à distance égale de la verticale du point de suspension du pendule, les intervalles de temps entre chaque coup et celui qui le précède et le suit immédiatement seront égaux, car durant ces intervalles le pendule parcourra, dans ce cas, des chemins de même longeur, savoir GDBEH et HFACG. Si, au contraire, les points G et H sont inégalement éloignés de la verticale, les deux durées limitées par trois coups consécutifs seront inégales, bien que, au troisième coup, le pendule aura accompli, chaque fois, une double oscillation. Une pareille inégalité ne pourrait être tolérée dans une pendule astronomique ordinaire; mais, pour le compteur à secondes elle est indifférente, cet appareil ne donnant son signal propre qu'après chaque double oscillation du pendule.

Il est facile de déterminer avec exactitude le point H occupé par le pendule au moment de la chute du marteau. Si l'on abandonne le pendule à partir de ce point, il y reviendra après une double oscillation; la durée écoulée entre l'origine du mouvement et le premier coup frappé, correspondra donc exactement à une double oscillation du pendule. Ce serait là la manière la plus simple d'employer le compteur à secondes comme vernier pour le temps; mais il y a un motif spécial qui interdit absolument de faire partir le pendule du point H. Ce point, en effet, est toujours beaucoup plus rapproché de la verticale que chacun des points A et B, limites extrêmes des excursions du pendule. L'amplitude AB est déterminée, et s'établit d'elle-même lorsque l'appareil fonctionne depuis quelque temps. Si l'on abandonne le pendule en un point situé plus haut que A, les oscillations décroissent

peu à peu. Si on le laisse tomber d'un point inférieur à A, les oscillations gagnent successivement en étendue. Dans un cas comme dans l'autre, au bout d'un certain temps, le pendule parcourra exactement l'arc AB; mais avant d'en arriver là, l'horloge accélérera ou retardera son mouvement d'une manière très appréciable. Or, comme on doit faire usage de ses indications précisément pendant les premières secondes qui suivent l'instant où le pendule s'est mis en marche, il est clair que celui-ci ne doit partir d'aucun autre point que du point A. L'origine du mouvement du pendule correspondant alors à son plus grand écart, l'étendue des oscillations ne subira aucune modification et l'horloge conservera la marche qu'elle aura prise initialement.

Le temps qui s'écoule entre le moment où le pendule est abandonné à lui-même et le premier coup frappé sur le timbre, serait tout à fait indifférent, si l'on était certain de pouvoir le déterminer, aisément, à un centième de seconde près. Une pareille détermination offrirait de grandes difficultés pour une position arbitraire du point H; mais il existe une certaine position pour laquelle cette détermination devient extrêmement simple. En inclinant plus ou moins l'horloge, on peut déplacer les points H et G par rapport à la verticale, et l'on n'éprouve aucune peine à faire tomber exactement le point H dans la verticale même. La seule inspection de la fig. 2 montre immédiatement que, dans ce cas, la durée qui sépare la mise en mouvement du pendule et le premier choc du marteau, est précisément les trois quarts du temps d'une oscillation double. Il est facile de fixer assez exactement le pendule et l'horloge par rapport aux points A et H, pour qu'on n'ait pas à craindre une erreur d'un centième de seconde. Telle est la méthode suivie aujourd'hui, à l'observatoire de Leyde, dans l'emploi du compteur à secondes comme vernier pour le temps.

Lorsqu'on a déterminé exactement le temps que le pendule du compteur à secondes met à exécuter chaque oscillation, on est en mesure, au moyen de cet appareil, d'observer l'instant d'un phénomène avec le degré de précision qu'on peut apporter à tirer

une corde au même moment, ou a presser un levier; par conséquent, avec un degré au moins égal à celui que l'enregistreur permet d'obtenir. Le pendule peut être maintenu, dans la position oblique convenable, à l'aide d'un électro-aimant. Supposons maintenant qu'on soit en possession d'un appareil imitant exactement l'un ou l'autre phénomène céleste, et tellement disposé que le courant qui retient le pendule soit interrompu au moment même où le phénomène apparaît; on pourra alors, par le secours du compteur à secondes, déterminer ce moment avec un haut degré de précision. Si le même phénomène est, en outre, observé à une certaine distance, par les procédés ordinaires, la différence entre le résultat ainsi obtenu et le résultat, connu d'avance, qu'on aurait dû obtenir, représente l'erreur personnelle de l'observateur. Faisons connaître, d'abord, le disposition donnée, par M. Kaiser aidé de son fils, au compteur à secondes.

La fig. 3 représente ce compteur avec ses accessoires, tel qu'il apparâit, suspendu au mur, lorsqu'on enlève la porte de sa caisse en bois. L'horloge peut tourner, en A, autour d'un axe horizontal. Elle repose d'un côté sur cet axe, et de l'autre, en B, par l'intermédiaire d'une vis, sur un tasseau en bois, recouvert de cuivre et fixé à la paroi postérieure de la caisse. En faisant tourner cette vis, on peut donner à l'horloge l'inclinaison convenable. CD est la tige transversale qui doit maintenir le pendule dans sa position oblique; elle est unie à charnière avec le ressort en acier DE, dont l'autre extrémité est vissée sur la paroi latérale de la caisse. La vis F, dont l'écrou traverse cette même paroi, presse contre l'extrémité inférieure du ressort et sert à amener le pendule dans la position précise qu'il doit occuper. On commence par placer l'horloge de manière que le point H de la fig. 1 reste un peu à gauche de la verticale, et on laisse pendre librement le pendule en repos. On tourne alors lentement la vis B, jusqu'à ce que le marteau tombe sur le timbre. En laissant l'horloge dans cette position, le marteau viendra choquer le timbre chaque fois que le pendule, dans son mouvement de gauche à droite, passera par la verticale. Pour régler la vis F,

on laisse marcher l'horloge pendant dix à quinze minutes, pour que les oscillations du pendule acquièrent l'amplitude normale. A l'aide d'un coin en bois, placé sous la tige CD, on amène l'extrémité C à une hauteur telle que la pointe du pendule la rase de très près. On examine alors, avec une loupe, si, dans le plus grand écart du pendule, sa pointe correspond avec l'extrémité de la tige. Si cette condition n'est pas remplie, on la réalise en tournant la vis F, ce qui donne à la tige CD sa position convenable. Du côté de cette tige, la pointe du pendule a été aplanie à la lime, pour qu'elle puisse y rester appuyée et n'éprouve qu'un frottement insensible lorsqu'on retire la tige. Vu l'étendue des oscillations du pendule, il est facile de régler les vis B et F avec assez de précision pour qu'on n'ait pas à craindre une erreur dépassant un centième de seconde. La valeur des oscillations du pendule peut être déterminée avec autant d'exactitude qu'on en désire. Pour y parvenir, on attend qu'un des coups du compteur vienne à coïncider avec un des battements de la pendule dans le voisinage de laquelle il a été suspendu. En comptant, à partir de cet instant et jusqu'à la coïncidence immédiatement suivante, les secondes de la pendule et les coups du compteur, on a tous les éléments nécessaires. On atteint, toutefois, une exactitude beaucoup plus grande en prenant, au lieu de la première nouvelle coïncidence, la dixième ou la douzième. On a alors deux nombres assez grands, pour exprimer le rapport entre une seconde et l'intervalle qui sépare deux battements consécutifs du compteur. Il sera bon de dresser une petite table des valeurs des différents multiples de cet intervalle, en secondes et fractions de seconde. En retranchant de chacun des nombres ainsi obtenus, le quart de l'intervalle en question, on aura tenu compte de ce que les trois quarts seulement de la durée d'une double oscillation sont écoulés au moment où le premier coup se fait entendre. En observant un certain nombre de coïncidences successives entre les battements des deux horloges, on pourra apprécier la régularité de la marche du compteur à secondes, lequel doit permettre d'évaluer une durée d'une minute à une couple de centièmes de seconde près.

Dans les compteurs à secondes uniquement destinés à l'observation des phénomènes instantanés, la chute de la tige CD s'opère simplement en tirant à une corde qui passe sur une poulie. Lorsque l'appareil doit servir à la détermination des erreurs personnelles, il est mis en jeu par l'interruption d'un courant galvanique. A l'intérieur d'un cylindre creux en fer doux G, se trouve un autre cylindre plein, également en fer doux; celui-ci est entouré d'un grand nombre de circonvolutions d'un fil de cuivre mince, recouvert de soie, et dont les extrémités sont soudées à des fils épais qui traversent la paroi latérale de la caisse. Le passage du courant à travers le fil transforme les deux cylindres en aimants à pôles opposés. L'ancre est formée par le disque en fer doux H; son mouvement est guidé par un fil de cuivre IK, qui traverse deux anneaux fixes et porte, à son extrémité inférieure, la tige transversale CD. Deux écrous, placés l'un au-dessus, l'autre au-dessous de cette tige, servent à donner au fil de cuivre la longueur convenable. Quand le courant est fermé, l'ancre adhère au cylindre et retient la tige CD; dès qu'on ouvre le circuit, l'ancre et la tige retombent par leur propre poids et l'horloge se met en marche.

La fig. 4 donne une vue perspective de l'appareil qui doit servir à imiter les phénomènes célestes, et à mettre en mouvement, à l'instant précis de chaque phénomène, le pendule du compteur à secondes. Perpendiculairement à une planche horizontale AB, se trouve fixé un cadre en bois CD, dont la face extérieure est travaillée en cylindre à génératrice normale à la planche. Un écran en carton est cloué contre cette face extérieure et prend ainsi la forme d'une portion de cylindre; la partie centrale de l'écran est découpée en ouverture circulaire. Un papier huilé est collé sur la face intérieure de l'écran, et est traversé, en son milieu, par une ligne noire, verticale. L'image déliée et mobile d'une lumière arrondie, projetée sur le papier huilé, offrira, vue du dehors et à une certaine distance, l'apparence d'une étoile, tandis que le mouvement de ce point lumineux par rapport à la ligne noire figurera le passage de l'astre derrière un fil tendu

dans le champ d'une lunette. Pour obtenir ce point lumineux mobile, on a vissé, à l'autre bout de la planche AB, un mécanisme d'horlogerie à régulateur à palettes; un mécanisme d'une construction assez imparfaite est suffisant pour cet objet. Sur l'extrémité carrée de l'axe de la fusée, servant à remonter l'appareil, se trouve vissée une clef en fer, à laquelle est adaptée la tige de bois horizontale EFG, qui se voit ainsi entraînée dans le mouvement de rotation de la fusée. Cette tige porte, à son extrémité G, une petite lampe, devant laquelle se trouve un écran en cuivre percé d'une petite ouverture circulaire. A l'autre extrémité E, la tige porte un écran en carton, avec une ouverture arrondie dans laquelle est fixée une petite lentille de verre. L'écran de carton cloué sur la face extérieure du cadre CD, a son centre de courbure dans le point F autour duquel tourne la tige EG. La lentille en E et l'écran placé devant la lampe sont tellement disposés que, lorsque l'ouverture de l'écran est éclairée par la flamme de la lampe, une petite image se dessine sur le papier huilé tendu sur l'écran CD. Elle s'y montre comme un point lumineux bien net, et l'observation de son mouvement par rapport à la ligne noire du papier pourra se faire, soit à l'oeil nu soit à l'aide d'une lunette, exactement comme celle d'un passage astronomique ordinaire.

Reste maintenant à faire en sorte qu'un courant galvanique s'interrompe juste à l'instant où le point lumineux arrive en coïncidence avec la ligne noire. A cet effet, on a disposé sur la planche AB un petit levier à bascule H, en cuivre. Un des bras de ce levier est vertical, l'autre horizontal. Un petits poids, mobile le long du bras horizontal, l'appuye, avec une force déterminée, contre un petit butoir en cuivre situé au-dessous. Ce butoir est recouvert, en-dessus, de platine; la partie saillante que le bras horizontal porte inférieurement, et par laquelle il repose sur le butoir, est garnie du même métal. Le petit support, en cuivre, du levrier coudé est en communication avec un des fils conducteurs, le butoir avec l'autre. Le courant galvanique traverse donc le levier et le butoir, mais il est interrompu subi-

tement aussitôt que, le levier étant soulevé tant soit peu, le contact cesse entre le bras horizontal et le butoir. A la face inférieure de la tige EG est fixée, à vis, une petite lame d'acier I qui, à chaque révolution de cette tige, doit soulever un peu le levier en heurtant son bras vertical. Il suffit que la lame d'acier vienne toucher le bras vertical juste au moment ou le point lumineux traverse la ligne noire, pour que, exactement en ce même moment, le courant soit interrompu et le pendule du compteur à secondes abandonné à lui-même.

Pour obtenir cette simultanéité avec une précision d'un à deux centièmes de seconde, on a permis au levier coudé H de glisser sur la planche AB, dans une direction perpendiculaire à la ligne tirée, de ce point, vers le centre autour duquel se meut la tige EG. Pour cela, le levier est fixé, avec interposition de bois, sur une plaque de cuivre qui glisse entre des rainures et qu'on peut déplacer et arrêter solidement dans la position voulue, au moyen de deux vis opposées. La tige EG reçoit, du mécanisme d'horlogerie, un mouvement qui, observé du centre, est dirigé de droite à gauche. En faisant tourner les palettes à la main, il est facile d'amener la tige dans la position où le point lumineux coïncide parfaitement avec la ligne tracée sur l'écran de papier. Supposons qu'on l'ait disposée de cette manière et que, préalablement, on ait déplacé un peu vers la gauche le levier coudé, afin qu'il ne soit pas soulevé par la lame d'acier et que le courant ne subissse pas d'interruption. Le pendule du compteur à secondes étant retenu dans sa position oblique par la petite tige transversale, on fait tourner, à l'aide d'une clef appropriée, la vis qui rapproche lentement le levier coudé de la lame d'acier. On sera averti du moment où le levier et la lame seront arrivés au contact, par le bruit de la chute des parties du compteur à secondes qui retenaient le pendule. En arrêtant alors, au moyen de la vis opposée, le levier dans cette position, on aura la certitude qu'il sera soulevé chaque fois que le point lumineux tombera sur la ligne noire. Il est facile de mettre assez de précision dans cette manoeuvre, pour qu'on n'ait pas à craindre une

erreur d'une couple de centièmes de seconde. La lame d'acier ne se trouvant que de très peu plus basse que l'extrémité supérieure du bras vertical du levier, le levier n'est soulevé que d'une très faible quantité; pendant que la lame passe au-dessus de lui, il glisse le long de sa surface sans exercer un frottement appréciable. On remonte le mouvement d'horlogerie en faisant tourner, de gauche à droite, la tige FG; elle doit alors éprouver une légère flexion vers le haut chaque fois qu'elle passe sur le levier; mais cela n'a aucun inconvément, l'élasticité de la tige lui rendant immédiatement sa forme primitive.

Si l'on a soin que le cylindre de fer doux ne prenne guère plus de force magnétique qu'il n'en faut pour porter l'ancre, avec la tige transversale, le pendule tombera juste au moment où le courant est interrompu. Pour s'assurer s'il y a un intervalle appréciable entre l'interruption et la chute, on peut mettre à profit la circonstance que le défaut de coïncidence entre deux chocs se trahit déjà à l'oreille lorsque la différence ne dépasse pas deux centièmes d'une seconde. On n'a qu'à interrompre le courant en frappant légèrement, avec un crayon, contre le bras vertical du levier, et à comparer le choc ainsi produit avec celui qui résulte de la chute du pendule. Lorsque l'appareil était convenablement réglé, M. Kaiser n'a jamais pu saisir une différence quelconque entre ces deux chocs. Comme source électrique, une petite batterie de quatre éléments à sel de plomb a rendu de fort bons services.

Dans l'appareil de l'observatoire de Leyde, l'écran de papier, sur lequel se dessine le point lumineux, est à une distance de six décimètres du centre de rotation de la tige EG; l'arc que le point lumineux parcourt sur l'écran appartient, par conséquent, à une circonférence de 3,77 mètres. Les palettes du régulateur se laissent déplacer, de manière à éprouver, dans leur mouvement, une résistance plus ou moins forte de la part de l'air; ce qui permet de modifier notablement la marche de l'appareil. Lorsqu'on lui donne toute la rapidité qu'il peut prendre, la tige EG accomplit une révolution dans la durée de 1 min.

36 sec. Le point lumineux parcourt alors, en une seconde de temps, un espace de 4 centim. A une distance de 5,50 m., cet espace se voit sous un angle de 25 min.; de sorte que, à cette distance et pour l'oeil non armé, le mouvement du point imite celui d'une étoile dans l'équateur observé avec une lunette grossissant 110 fois. A une distance de 11,00 m., les choses se passant, à l'oeil nu, comme si on regardait une étoile équatoriale avec une amplification de 50 fois. Si l'on emploie, à cette même distance, une petite lunette grossissant 4 fois, le point lumineux représente le mouvement d'une étoile équatoriale amplifié 200 fois, ce qui est le grossissement le plus usité pour les lunettes méridiennes et les cercles méridiens. On peut changer, à volonté, la vitesse apparente du point lumineux, en variant la marche du mécanisme d'horlogerie, la distance à laquelle on se place pour observer, et la force des lunettes dont on se sert.

Il est aisé de comprendre maintenant de quelle manière on procède pour déterminer la valeur absolue des équations personnelles des observateurs. On place l'appareil, avec son compteur à secondes, dans le voisinage d'une pendule astronomique, et l'un des observateurs détermine l'instant précis du phénomène artificiël, en comptant le nombre des coups frappés sur le timbre jusqu'à ce que l'un d'eux coïncide avec un battement de la pendule. D'autres observateurs, qui peuvent être armés de lunettes, observent le phénomène à une certaine distance et en notent l'instant, d'après la méthode habituelle, sur une seconde pendule. On compare les deux pendules, par le secours d'un chronomètre, et l'on connaît alors exactement ce que chaque observateur aurait dû obtenir. La différence entre ce résultat et celui que l'observateur a réellement trouvé, est son erreur personnelle, en supposant qu'il soit assez exercé pour avoir acquis une erreur personnelle constante.

La détermination de l'instant précis du phénomène peut aussi se faire à l'aide de la même pendule qui sert à noter les observations. Les coups frappés par le marteau du compteur à secondes sur le timbre, se font entendre à une grande distance, même

lorsqu'on a mis un morceau de drap en contact avec le timbre, pour amortir ses vibrations et obtenir des coups mieux détachés. Si l'on ne veut pas être troublé par le bruit de la chute du pendule, on n'a qu'à placer, sous la tige transversale EF (fig. 3), un tasseau recouvert de feutre. A-t-on besoin, pour régler l'appareil, d'entendre distinctement la chute de la tige, on remplace le tasseau par un autre sans garniture de feutre.

L'effort assez considérable que doit faire le mécanisme d'horlogerie, pour soulever chaque fois le marteau, exerce une influence nuisible sur la régularité de sa marche. Si l'on ramène le marteau en arrière, en le faisant tourner autour de son axe, il vient reposer contre une des parties fixes du mécanisme et il n'a plus aucune relation avec la roue d'échappement. On n'entend, alors, d'autres battements que ceux produits par le choc des dents de la roue contre l'ancre. Ces battements ne peuvent être distingués l'un de l'autre par l'intensité du son, mais uniquement par la circonstance que leurs intervalles sont alternativement plus longs et plus courts. On ne doit tenir compte que des battements qui correspondent à la situation verticale du pendule; des observateurs exercés parviennent à distinguer très bien ces battements des autres, ce qui les dispense de faire usage du marteau; ce n'est que pour les observateurs novices qu'on laisse intervenir le marteau. Lorsqu'on supprime l'action du marteau, sans changer le poids qui donne la force motrice, le pendule exécute des oscillations plus grandes, et le compteur à secondes doit, naturellement, être réglé en conséquence.

L'appareil qui sert à imiter des passages d'étoiles, permet aussi de reproduire, avec la même facilité, d'autres phénomènes astronomiques. En plaçant, devant l'une ou l'autre moitié de l'écran en papier huilé, un écran opaque, dont le bord rectiligne tombe exactement sur la ligne du papier, le point lumineux apparaîtra ou disparaîtra subitement, aux mêmes instants où, en l'absence de l'écran opaque, il aurait traversé la ligne. On aura imité, ainsi, une occultation d'étoile, à l'émersion dans le premier cas, à l'immersion dans le second. Si l'on dispose devant le papier huilé

un écran opaque offrant une fente étroite, le point lumineux ne se montrera que pendant l'instant très court où il passe devant la fente, ce qui reproduit le caractère essentiel des signaux obtenus avec la poudre à canon; il sera facile de régler l'appareil de telle sorte que, le pendule tombant juste au moment où le point lumineux traverse la fente, ce moment puisse être déterminé avec précision. En remplacant, dans l'observation de ces divers phénomènes, l'action simultanée de la vue et de l'ouïe, par l'emploi d'un second compteur à secondes selon la méthode précédemment indiquée, on obtiendrait l'erreur personnelle attachée aux observations faites avec l'enregistreur galvanique.

L'appareil de M. Kaiser ne donne pas seulement le moyen de déterminer les équations personnelles, mais s'applique aussi, avec succès, aux exercices, trop négligés, dans l'art d'observer. Il offre, pour cette destination, le grand avantage de se laisser employer par les temps les plus défavorables, de pouvoir servir à plusieurs observateurs à la fois, et de permettre de multiplier beaucoup les observations dans le court espace d'une heure. Il n'est pas nécessaire d'attendre que la tige de l'appareil revienne, par une révolution entière, vers le levier coudé; on peut la faire rétrograder dès qu'une observation est achevée, et faire naître ainsi, au bout d'un petit nombre de secondes, l'occasion d'une nouvelle observation. Les observations peuvent se succéder, de cette manière, à une minute d'intervalle. L'appareil faisant connaître chaque fois l'erreur commise par l'observateur, son emploi convient beaucoup mieux, pour les exercices pratiques, que l'observation des phénomènes célestes, d'ailleurs si fréquemment impossible.

On peut évaluer à la somme, relativement minime, de 600 francs la dépense nécessaire pour l'acquisition de l'appareil que nous venons de décrire.

Après avoir exposé sa méthode pour mesurer l'équation personnelle, M. Kaiser consacre la seconde partie de son mémoire à faire connaître, sommairement, les résultats qu'elle lui a fournis dans plusieurs séries d'observations, dont les premières datent du

mois de mai 1859. Les personnes qui y ont pris part sont, outre l'auteur lui-même, MM. P. J. Kaiser, Hoek, Kam, Brouwer, van de Sande Bakhuyzen, Binkes et Hennekeler. Au nombre des observateurs du 21 mai 1859 figure aussi M. Gussew, astronome de Wilna, qui avait eu l'occasion, l'année précédente, de déterminer, au cerde méridien de l'observatoire d'Altona, la différence entre son erreur personnelle et celles des astronomes Peters et Pape.

M. Kaiser avoue lui-même que des travaux d'un autre genre l'ont empêché d'éxécuter des recherches assez nombreuses et assez systématiques pour qu'on puisse en déduire des conclusions certaines sur la nature de l'équation personnelle. Les observations communiquées suffisent pourtant à établir que la valeur absolue de cette erreur a été déterminée, à Leyde, avec une exactitude bien supérieure à celle qu'obtiennent les observateurs les plus habiles dans la détermination de leurs erreurs relatives au cercle méridien. C'est ainsi, pour citer un exemple, qu'une série d'observations à Leyde, le 21 mai 1859, et une autre à Altona, le 3 juin 1858, ont donné:

Noms des observateurs.	Limites entre lesquelles varie l'erreur personnelle.	Moyenne de l'erreur personn.	Erreur probable de chaque détermination
Gussew	+ 0s,07 à — 0s,31	— 0s,10	0s,057
Brouwer	+ 0,33 " — 0,21	+ 0,18	0,095
Kam	+ 0,29 " — 0,18	+ 0,15	0,083
P. J. Kaiser	+ 0,29 " — 0,11	+ 0,08	0,088
Gussew-Peters	+ 0,24 " — 0,57	— 0,089	0,175
Gussew-Pape	+ 0,43 " — 0,24	+ 0,020	0,173

Cette supériorité s'explique par la circonstance qu'en faisant usage de l'appareil on est à l'abri du trouble qu'apportent souvent à l'observation des astres l'impureté et l'agitation de l'air.

Plusieurs séries d'observations ont été faites, à Leyde, en 1861. Il est à remarquer que les résultats donnés par chacune de ces séries pour l'erreur personnelle d'un même observateur, présentent entre eux une divergence bien plus grande que l'erreur probable de chaque observation isolée. Cette divergence ressort avec

encore plus de force des déterminations d'erreurs personnelles relatives faites à Greenwich, et comme elles ne disparaissent pas en faisant usage de l'enregistreur, il est probable qu'il faut chercher la cause des erreurs ailleurs que dans le défaut de simultanéité d'action entre la vue et l'ouïe.

Il est à remarquer que dans l'ouvrage tout récent: *Sur les erreurs personnelles par* M. R. Radau, *Paris* 1866, *Gauthiers-Villars*, la méthode de M. Kaiser pour la détermination absolue de l'erreur personnelle, ne se trouve même pas mentionnée. De même, lorsque, en 1861 (*Cosmos de* M. l'Abbé Moigno, vol. XIX, p. 603), M. Radau exprima le désir de voir publier par quelqu'un une *Histoire des Astéroïdes*, il semble n'avoir eu aucune connaissance du volume, comprenant environ 800 pages gr. in 8°, qui avait paru, dès l'année 1851, chez J. C. A. Sulpke à Amsterdam, sous le titre de: *Geschiedenis der ontdekkingen van Planeten, enz, door F. Kaiser*. Ces deux exemples peuvent servir à montrer jusqu' à quel point les travaux scientifiques des Néerlandais restent ignorés en France.

LA SARCINE DE L'ESTOMAC;

RECHERCHES SUR LA NATURE VÉGÉTALE, LA STRUCTURE ANATOMIQUE ET LES LOIS QUI PRÉSIDENT AU DÉVELOPPEMENT DE CET ORGANISME,

PAR

M. **W. F. R. SURINGAR,**

Professeur à l'université de Leyde [1]).

La sarcine a été découverte en 1842 par M. Goodsir à Edimbourg. En examinant au microscope les matières rejetées par un malade souffrant de vomissements périodiques, il y trouva des corpuscules d'une nature particulière, qu'il a décrits comme constituant une nouvelle espèce parmi les plantes inférieures. Les corpuscules, à faces rectangulaires et divisées très-régulièrement en compartiments plus petits, mais de même forme, ressemblaient assez bien à des ballots serrés par des cordes dans deux directions perpendiculaires entre elles. De là le nom de *Sarcina ventriculi* (ballot de l'estomac) qu'il assigna à ce parasite microscopique. Quand cette découverte fut connue sur le continent de l'Europe, on douta d'abord de la nature végétale de cette production. Quoiqu'on soit bien d'accord aujourd'hui sur ce point [2]), en

---

[1]) Extrait de l'ouvrage: De sarcine (*sarcina ventriculi* Goodsir); onderzoek naar de plantaardige natuur, den ligchaamsbouw en de ontwikkelingswetten van dit organisme door Dr. W. F. R. Suringar, hoogleeraar te Leiden. Leeuwarden, G. T. N. Suringar 1865.

[2]) Dans une publication récente (*Die pflanzlichen Parasiten des menschlichen Körpers*, 1866 S. 97 etc.) M. Hallier, professeur à Jena, se trouve porté encore

raison de sa ressemblance intime avec quelques algues d'un ordre inférieur, notamment avec quelques espèces du genre *Merismopoedia*, une cause de doute, soulevée par le célèbre Virchow et déduite de l'absence de la réaction sur la cellulose, avait persisté. En traitant la sarcine avec l'iode et l'acide sulfurique, on n'avait obtenu qu'une coloration jaunâtre et non pas cette coloration violette ou bleue propre à la cellulose. En répétant cette expérience, j'ai trouvé en effet que la sarcine, traitée par les réactifs de la cellulose, sans préparation antérieure, ne présente qu'une très-faible coloration bleue, à peine visible, au contour interne de la paroi des cellules. Il parut nécessaire, comme en beaucoup d'autres cas où la réaction de la cellulose est empêchée par la présence de matières étrangères, de traiter préalablement le tissu avec l'acide nitrique ou la potasse caustique. Un traitement avec cette dernière, continué pendant quelques heures, suffit pour rendre la sarcine accessible à la réaction sur la cellulose. Au moyen du réactif de Schultz (dissolution de chlorure de zinc, iodure de potassium et iode) et après le traitement avec l'acide nitrique, les parois des cellules prirent une teinte rougeâtre ou violette; après le traitement avec la potasse caustique elles furent nettement colorées en bleu presque pur et très-foncé.

Il ne reste donc plus de doute sur ces deux points: que le corps de la sarcine est composé de cellules, et que ces cellules sont de nature végétale.

Les auteurs, qui ont admis cette composition cellulaire, mais n'ont pas, à ce qu'il paraît, distingué les parois des cellules, ne sont pas du tout d'accord entre eux sur la nature de ces parties élémentaires du tissu, sur l'absence, la présence ou le nombre des cytoblastes etc. Les limites de la cellule considérée comme simple ont été prises différemment, et l'on ne s'est pas rendu compte, en général, de cette différence d'appréciation. De là est née une

---

à ne pas considérer la sarcine comme une plante, mais à la céder plûtot aux zoölogistes. — Ce n'est pas cependant en objection contre les arguments développés dans ce mémoire, qu'il n'a connu que de nom.

confusion de langage, impossible à dissiper sans étudier la terminologie de chacun des auteurs en particulier. La discussion et, autant que cela était possible, l'explication de ces opinions divergentes se trouve dans mon mémoire, de la page 110 à 117; et, à la fin de l'ouvrage, j'ai donné dans l'ordre chronologique, pour faciliter l'aperçu historique, la liste des mémoires, publiés sur la sarcine (au nombre de 50 environ), en citant, du contenu de chacun d'eux, quelque observation nouvelle, ou quelque remarque qu'il m'a paru bon de signaler.

Dans la description de la structure de la sarcine et des parties élémentaires de son tissu, j'ai pris pour point de départ, afin d'éviter toute équivoque nouvelle, la description donnée dans l'ouvrage classique de M. Robin sur les parasites qui croissent sur le corps de l'homme et des animaux vivants. A l'aide d'un objectif très-fort et très-clair (le $^1/_8$ inch de Smith & Beck) j'ai trouvé que les parties décrites dans cet ouvrage, et chez la plupart des auteurs, comme cellules simples, sont en réalité des groupes composés de 4 (dans l'espace 8) cellules. On avait assigné à ces cellules une forme très-particulière, leur attribuant des faces quadrilobées, dont chacune était parcourue par deux sillons perpendiculaires entre eux, partant des sinus entre les lobes de cette même face, et se rencontrant au centre dans une petite cavité. Généralement on considérait la croix formée par ces sillons comme signe d'une division à venir, d'une multiplication des cellules, que la plupart des auteurs se représentaient comme ayant lieu au moyen des cytoblastes, par formation libre et simultanée de 4 (8) cellules-filles dans la cellule-mère.

Or, les quatre lobes de la cellule ainsi construite correspondant en réalité a quatre cellules particulières, séparées l'une de l'autre par de vraies cloisons qui se teignent en bleu au moyen du réactif sur la cellulose, toutes les questions relatives à la nature et à la forme des cellules, à leur contenu, à leur division, se trouvent reportées sur chacune des parties considérées auparavant comme compartiments d'une même cellule.

Le contour de la cellule vraiment simple, formé de deux côtés par les bras de la croix décrite, et présentant un angle droit au centre, où se rencontrent les quatre cellules appartenant au même groupe, est arrondi vers l'extérieur, où la cellule fait face aux cellules de groupes voisins. Un cytoblaste central ne pourrait plus être cherché au centre de cette croix, où, en vérité, il ne se trouve, comme Virchow l'a très-justement observé, qu'une dépression (dépression aboutissant à un petit méat intercellulaire); c'est en dedans des parties désignées auparavant comme lobes de la cellule que le cytoblaste doit se rencontrer. La croix elle-même n'étant pas signe d'une division à venir, mais résultant d'une division tout à fait accomplie, il faut donc épier la formation de nouvelles cellules dans ces mêmes lobes ou compartiments d'autrefois, qui se présentent maintenant comme cellules indépendantes et adultes.

C'est là, en effet, que la multiplication des cellules fut observée. Elle y a lieu de la manière la plus simple et la plus générale, c'est-à-dire par division, par la formation d'une nouvelle cloison au milieu de chaque cellule. Cette division s'opère alternativement dans les trois directions de l'espace, et de là résulte la forme cubique, ou plutôt prismatique rectangulaire, qui est propre aux individus de la sarcine.

Quelques auteurs ont décrit le corps de la sarcine comme plat, et consistant en une seule couche de cellules. Au moyen d'une légère pression latérale sur le verre mince couvre-objet, j'ai retourné un grand nombre de ces corpuscules tout en les observant sous le microscope; je n'en ai vu aucun qui approchât même de la forme plane. Voilà la grande différence entre la sarcine et les espèces du genre, d'ailleurs voisin, de *Merismopoedia*, et la raison pour laquelle j'ai conservé (d'accord avec Welcker) le nom de Sarcina ventriculi donné par Goodsir, de préférance à celui de Merismopoedia ventriculi proposé plus tard par Robin, et que j'ai vu adopté, non sans quelque étonnement, dans l'ouvrage récent de Rabenhorst sur les algues d'eau douce et submarine de l'Europe.

Quant aux cytoblastes, il était évident qu'il fallait les chercher à l'intérieur des parties appelées noyaux dans la description de M. Robin, et qui ne sont autre chose que le contenu entier de chacune des cellules, constituant le groupe regardé généralement comme cellule simple. Là fut trouvé en effet, mais non sans difficulté, un cytoblaste central, entouré à chaque face par quatre petits points opaques, dont la nature ne pouvait être déterminée avec certitude, vu leur extrême petitesse. En général, il faut un éclairage très-favorable pour voir bien distinctement ces parties. On les voit plus clairement après le traitement de la sarcine par une solution de carmine dans la potasse diluée. Lors de la division des cellules, ces cytoblastes s'allongent d'abord, pour se diviser ensuite, en formant de cette manière un nouveau cytoblaste pour chacune des cellules nouvelles.

La couleur du contenu des cellules est d'un vert brunâtre, rappelant non pas la chorophylle, mais les matières colorantes propres à beaucoup d'algues d'un ordre inférieur, et qu'on a appelées phycochromes. La substance de ce contenu est tantôt transparente, d'autres fois plus ou moins granuleuse; il ne faut pas confondre ce contenu entier, quand il se trouve contracté et séparé de la paroi de la cellule, au milieu de celle-ci, avec le cytoblaste, qui ne peut être observé distinctement que dans les cellules à contenu homogène non contracté.

Les corpuscules de la sarcine se multiplient par division, ou, pour ne pas confondre ce terme avec celui qui indique la multiplication des cellules, par segmentation. Quand les corpuscules ont atteint un certain degré de composition et, relativement à cette composition, une certaine grandeur, ils se divisent en deux moitiés qui, par celà-même, deviennent deux corps distincts. Il fut trouvé que cette segmentation, qui donne lieu à une multiplication en progression géométrique, se fait constamment selon le plan correspondant à la cloison cellulaire la plus ancienne du corps. Comme cause de cette segmentation régulière parut devoir être considérée la dissolution successive de la paroi des cellules-mères vieillies. Celles-ci, emboîtant les générations de cellules qui

leur succèdent, sont forcées par là de s'étendre sur une surface toujours plus grande. Après la deuxième ou troisième génération elles échappent, dans ce tissu-ci, à l'observation directe, mais il est clair que leur substance, altérée peut-être et passée à l'état de matière intercellulaire, doit former la surface extérieure des groupes, et les tenir réunis, et que leur dissolution successive doit faciliter de plus en plus, et en mesure de leur âge, la séparation de ces groupes par quelque agent mécanique, tel que les mouvements du fluide qui contient les sarcines, etc.

Cette même dissolution des membranes-mères vieillies parut pouvoir rendre compte de quelques phénomènes observés dans les méats intercellulaires. Ces méats traversent le corps dans les trois directions et mettent le fluide, qui contient les sarcines, en contact immédiat avec toutes les cellules. Et cela de différents côtés, parce que en chaque point il se trouve de ces méats qui s'entrecroisent en s'étendant dans les trois directions différentes. Ils se voient partout où quatre cellules se rencontrent avec leurs angles plus ou moins arrondis, et se présentent, dans leur coupe transversale, sous une forme quadrangulaire à cotés arqués en dedans. On peut même quelquefois les distinguer au centre des petits groupes qui étaient considérés auparavant comme cellules simples, au fond de la dépression centrale qui fut déjà désignée comme telle par M. Virchow. Mais là, à peine formés, ils sont toujours très-étroits. Plus tard, quand chaque cellule du groupe se sera divisée et aura formé un nouveau groupe de quatre cellules, égal à celui dont elle fait partie maintenant, ce même méat intercellulaire se trouvera être plus grand et plus distinct, comme les méats intercellulaires qu'on voit au moment même au centre d'un groupe composé lui-même de quatre groupes, chacun de quatre cellules. Encore plus tard, quand les dernières cellules seront de nouveau changées en groupes de quatre cellules, le méat intercellulaire que nous considérons, sera encore grandi. Nous le voyons tel au point où se rencontrent quatre groupes composés chacun de seize cellules. Voilà comment les méats intercellulaires grandissent avec l'âge. Mais il y en a d'autres qui sont inégaux entre eux dès le commen-

cement. Chaque groupe de quatre cellules se compose de deux couples de cellules, nés chacun de la division d'une des cellules appartenant à un couple primitif. Au centre du petit groupe, où les deux couples se joignent, se trouve un très petit méat intercellulaire qui ne grandit que plus tard; à l'extérieur, où le couple longe le couple voisin d'un autre petit groupe, on voit un méat intercellulaire beaucoup plus grand; cependant, ce dernier n'a pu naître avant que la cloison très-récente, qui se trouve au milieu de chacun de ces couples, et le divise en deux cellules, fut formée. Quelle peut être la cause de cette inégalité? La question se présente sous une autre face, quand nous considérons la forme et le développement des cellules elles-mêmes, dont doit dépendre la forme et le développement des méats intercellulaires. Le couple de cellules consideré ci-dessus, naît d'une seule cellule, alors plus ou moins oblongue ou elliptique. La nouvelle cloison se forme perpendiculairement à l'axe le plus grand de l'ellipse, et au milieu; donc, sa place est indiquée par le petit axe. Les extrémités de cet axe sont, vers les deux cotés, les points les plus proéminents de la figure; il en est de même pour la cellule, qui est plus grosse au milieu, où se forme la nouvelle cloison. Mais, après quelque temps, le couple de cellules provenu de cette division a pris une autre forme, celle qu'on désigne généralement comme la forme de biscuit. Au milieu, où la paroi se trouve, on voit une constriction; ou plutôt, les autres parties sont accrues et font saillie au dehors, tandis que le diamètre, où la cloison se trouve, est resté le même. Les couples voisins, des deux cotés, de celui que nous considérons ont subi ce même changement de forme. Il est clair qu'ils ne peuvent plus être étroitement unis entre eux comme ils l'étaient dans le commencement. A l'endroit de la constriction ils doivent s'être écartés l'un de l'autre. C'est aussi ce qu'on voit; des méats intercellulaires sont nés de cette séparation locale. Mais pourquoi le couple de cellules que nous considérons est-il resté presque entièrement uni au couple avec lequel il forme un même groupe de quatre cellules, en d'autres termes, pourquoi la constriction est-elle presque nulle de ce coté

et très-forte au contraire de l'autre coté, où le couple longe le couple d'un groupe voisin? Voilà la seconde face sous laquelle se présente la question de cette différence primitive entre les méats intercellulaires qui ne diffèrent que par leur position.

Pour expliquer ce phénomène, on pourrait avoir recours à l'hypothèse d'un accroissement inégal de la cellule vers le milieu et vers le côté extérieur du groupe auquel elle appartient. Cet accroissement asymmétrique serait considéré alors comme étant propre aux cellules de la sarcine, et l'on ne donnerait, ni même demanderait, une explication ultérieure de la cause de cette propriété elle-même. Mais l'hypothèse, simple en apparence, envisagée de plus près, se trouverait être d'une complication assez grande. Le couple de cellules que nous considérons, n'a pas seulement ses voisins des deux côtés; deux autres couples le bordent en dessus et en dessous. Si l'on compare la forme corporelle des cellules à un ellipsoide à trois axes inégaux, le plan des deux plus petits axes est celui de la cloison récente. Or, après l'accroissement des deux cellules séparées par cette cloison, il n'y a pas seulement constriction, et constriction inégale, aux extrémités d'un de ces deux axes, mais de même aux extrémités de l'autre axe; en sorte qu'il ne faudrait pas seulement adopter une loi d'accroissement distincte pour les différentes parties de la paroi cellulaire dans les deux directions vers l'extérieur et l'intérieur du groupe en général, mais encore pour les quatre directions indiquées dans le plan de la paroi récente en particulier. Ceci ne suffirait même pas. Mieux qu'à une ellipsoide à trois axes inégaux, on peut comparer la cellule de la sarcine à un prisme rectangulaire à côtés inégaux, et dont les arêtes et les angles seraient plus ou moins arrondis. Mais si l'on considère bien les choses, il faut se représenter les douze arêtes et les huit angles où celles-ci aboutissent arrondis à des degrés différents, de sorte qu'il faudrait admettre une nature spéciale pour toutes ces parties de la paroi cellulaire, abstraction faite même de l'inégalité des dimensions de la cellule dans les trois directions principales. Et encore trouve-t-on, que la forme des cellules, occupant une place diffé-

rente dans le corps de la sarcine, n'est pas tout à fait égale. Celles qui se trouvent à la circonférence du corps sont plus arrondies de ce côté que celles qui forment les frontières de groupes spéciaux situés à l'intérieur du corps. Il faudrait une nature primitive spéciale pour toutes ces cellules, selon la place qu'elles occupent, et pourtant, dans cet organisme simple, elles sont toutes de même âge; toutes, elles semblent naître de la même manière et se transforment en groupes égaux entre eux. Evidemment ce ne sont pas des cellules d'ordre différent, comme on en trouve dans des corps végétaux un peu plus composés. Toutes, elles paraissent identiques; ne serait-il pas vraisemblable qu'une même loi présidât à leur développement, et que les différences pussent s'expliquer sans qu'il fallût recourir à l'hypothèse d'une nature primitive particulière pour chacune d'elles et pour chacune de leurs parties?

Nous voilà parvenus à des questions et des recherches qui occupent la plus grande partie de mon mémoire; questions importantes sans doute pour la connaissance des phénomènes fondamentaux de la végétation en général, mais difficiles à résoudre, et qu'il semblait hasardeux d'aborder, même au sujet d'un organisme aussi rudimentaire que la sarcine, et dont le tissu est aussi simple et régulier que possible. En expliquant mes tentatives dans cette direction, j'ai voulu donner un essai, et, afin de permettre une critique complète non seulement des résultats obtenus mais aussi de la méthode suivie, j'ai retracé dans mon mémoire, pas à pas, la voie même de mes recherches. Il serait impossible de faire la même chose dans cette analyse, sans reproduire le travail tout entier. D'ailleurs les différentes parties du mémoire furent écrites sans connaître les résultats qui seraient obtenus plus tard; les réponses trouvées aux questions posées d'abord, donnaient lieu à des questions nouvelles; une hypothèse quelconque était ou n'était pas confirmée pas les observations; tout cela avait son influence sur le cours des recherches et sur leur exposition. En faisant une analyse, en vue des résultats, il est impossible de s'imposer de nouveau cette ignorance complète des fins auxquelles aboutis-

sent les recherches et les raisonnements. Involontairement on change l'ordre des idées, et c'est ce qui a déjà été fait dans ce qui précède. Je tâcherai maintenant de résumer et de rapporter, d'une manière succincte, ce qui me paraît être le plus important.

La recherche des lois qui président au développement de la sarcine se rapporte d'abord au corps entier, puis aux parties élémentaires, les cellules.

Quand je résolus de tenter la détermination aussi exacte que possible de ces lois, je ne pus songer à observer les phénomènes de la végétation d'une manière directe. Le malade dont la sarcine était provenue ne se trouvait pas à Leyde; les matières vomies, transportées dans un flacon, avaient été exposées à la température de l'air pendant un ou deux jours quand elles furent mises à ma disposition. Si la sarcine vivait encore, ce dont je doute, il est sûr qu'elle vivait dans d'autres circonstances que quand elle se trouvait encore dans l'estomac, à la température du corps humain, dans l'obscurité, au sein d'un liquide toujours remué et renouvelé. Il serait très curieux, en effet, d'observer la sarcine vivante, dans des conditions aussi rapprochées que possible de celles de l'état normal, et de la suivre chez un malade qu'on aurait près de soi. Comme chez beaucoup d'algues d'un ordre inférieur, et notamment aussi dans le genre voisin Merismopoedia, on ne connaît encore chez la sarcine qu'une multiplication par division; une véritable reproduction, au moyen de spores, n'a pas encore été observée. Il est possible que la sarcine ne soit que le résultat d'un developpement particulier d'un organisme qui se trouve, sous une autre forme, en dehors du corps humain. Ce problème, qui est encore à résoudre, se rattache à celui de la reproduction. L'observation directe de la sarcine vivante sous le microscope, et dans des circonstances aussi voisines de l'état normal que possible, pourrait encore servir à déterminer la valeur (variable sans doute avec les circonstances) des termes t dans nos formules. Pour cela, il faudrait connaître le temps moyen de la durée d'une génération de cellules, ou bien le temps qu'il faut pour un certain accroissement, ou encore le nombre des corpus-

cules issus, dans un temps observé, d'un seul corpuscule connu en grandeur et en composition. D'un seul de ces éléments observé tous les autres se déduiraient simplement, au moyen des formules qui expriment, en général, le cours des phénomènes, soit par leur rapport mutuel, soit par rapport à leur facteur commun, le temps, mesuré provisoirement par un des phénomènes appartenant à l'organisme lui même, et s'y trouvant répété sans cesse d'une manière régulière et uniforme.

Voici comment je procédai. Les gros morceaux, restes de pain noir et de pommes de terre, qui formaient la grande masse des matières vomies, en furent séparés au moyen d'un tamis à larges mailles. Le liquide écoulé était d'un brun clair et déposa bientôt une masse blanchâtre composée d'une quantité innombrable de sarcines et de grains de fécule. Sur quelques cellules de pomme de terre séparées on apercevait la cellule de fermentation. Je remarque, en passant, que celle-ci diffère, sous tous les rapports, de la cellule de la sarcine. La grandeur et la forme, la paroi très mince et fortement azotée (colorée en rouge vif par la solution de carmine), le contenu tout à fait incolore, la propagation des cellules toute différente sont autant de caractères qui excluent absolument une confusion de ces deux êtres microscopiques. Quelques gouttes du liquide rempli de sarcines avaient été séparément mêlées avec de l'acide nitrique, de la potasse caustique, de l'acide acétique etc. etc., en vue des recherches communiquées ci-dessus. Le reste fut versé simplement dans un petit flacon, où il se conserva très longtemps. Une seule goutte de ce liquide contenait des centaines de ces corpuscules, dont les plus grands égalisent à peine un grain de fécule de seigle. Ils étaient de grandeur et de composition variables, mais d'ailleurs tellement semblables sous tous les rapports et liés entre eux par des transitions si peu sensibles, que ces différences ne se présentaient que comme dues à des inégalités d'âge, à la diversité des degrés de développement. Il me sembla que, si j'observais un nombre assez considérable de ces corpuscules, pris au hasard et sans choix, les différents degrés de développement que doit offrir, à chaque moment,

une masse de sarcines croissant et se multipliant par division, se trouveraient assez également représentés dans mes observations; j'espérais qu'en dressant celles-ci en série, le cours du développement commun à tous ces corpuscules se trahirait, malgré les fluctuations individuelles, auxquelles il fallait bien s'attendre ici comme chez tout organisme, mais qui, pourvu qu'elles n'eussent pas une extension telle, qu'elles empêchassent toute recherche de ce genre, pouvaient se contrebalancer dans les observations et en être abstraites. Le microscope fut établi dans une position convenable, avec une tablette à côté pour y projeter les images au moyen de la chambre claire; le tout fut disposé de telle sorte qu'il put rester absolument immuable pendant toute la série des observations. Pendant plusieurs jours de suite, les heures les plus favorables pour l'éclairage furent employées à tracer des esquisses des différents objets, tels qu'ils se présentaient à la vue, sans choix et en n'excluant provisoirement que ceux qui offraient des formes irrégulières. Les objets furent mesurés au moyen de ces images; le nombre des cellules et toutes les particularités qu'il sembla utile d'observer furent annotés avec soin. Parmi les surfaces qui, de cette manière, se présentèrent à la vue, il y en avait qui étaient composé de 16, d'autres de 32, d'autres encore de 64 cellules. Auprès de celles-ci, il y en avait qui ne possédaient pas exactement un de ces nombres de cellules, mais quelque nombre intermédiaire, une partie des cellules primitives s'étant divisées en deux nouvelles. Dans ces surfaces, et dans quelques autres où la division était complète, on distinguait très-bien les cloisons récentes et tendres des parois plus anciennes. Elles furent spécifiées comme surfaces en état de division, et la direction de la nouvelle division, constante dans toutes les cellules d'une même surface, fut observée et notée. Les surfaces où l'on ne pouvait plus distinguer la direction dans laquelle la division la plus récente avait eu lieu, furent nommées surfaces en état de repos. Quand il y eut un nombre assez considérable de ces surfaces observées, elles furent classées d'abord selon le nombre de cellules et l'état de repos ou de division; on remarqua que dans les surfaces variant entre les deux mêmes nombres

SURFACES OBSERVÉES ET MESURÉES.

16 *Cellules.*				16—32 *Cellules.*				32 *Cellules.*				32—64 *Cellules.*				64 *Cellules.*			
côté long.	côté court.	côté court.	côté long.	côté long.	côté court.	côté court.	côté long.	côté long.	côté court.	côté court.	côté long.	côté long.	côté court.	côté court.	côté long	côté long.	côté court.	côté court.	côté long.
μ		μ		μ		μ		μ		μ		μ		μ		μ		μ	
13	11	11	13	16	12½*	12½	16*	19	12½*	12½	19*	18	18*	16	19*	28	23	22	29
13	12	12	13	17	15	13½	17½	21½	14	13½	23	19	16*	16	23	28	24	23	28
13	12	12	13	17	15	15	17	21½	15	14	21½	20	17*	17	20*	29	22	24	28
14	12	12	14	17½	13½	15	17	22	15	15	21½	23	16	17	23	29	24	24	29
15	12	12	15	18	15	15	18	22	17*	15	22	23	17	17	23	29	25	25	29
15	13	13	15	18	15	15	18	23	13½	15	24	23	17	17	24	30	27	26	31
15	13½	13	17	18	16	15	19	23	18*	15	27	23	19	18	18*	31	26	26	34
15	13½	13½	15	19	15	16	18	24	15	16	24	23	22*	18	24	32	27	27	30
15	14	13½	15	19	16	16	19	24	16	17	22*	24	17	19	23	32	28	27	32
15	14	13½	16	19	16	16	19	24	19*	17	27	24	18	20	24	34	26	27	35
15	15*	14	15	20	16	16	20	27	15	17	28	24	20	20	24	35	27	28	32
16	13½	14	15	23	19*	19	23*	27	17	18	23*	24	20	20	25	35	28	28	35
17	13	14	17	—			—	27	19*	19	24*	25	20	21	25				
17	14	14	17					28	17	19	27*	25	21	21	26				
17	14	15	15*									26	21	22	23*				
												27	22	22	27				
													—	—					

16—32 Cellules : Dissépiments de la division récente perpendiculaires au côté le plus long.

32—64 Cellules : Dissépiments de la division récente perpendiculaires au côté le plus court.

de cellules, la direction de la division nouvelle était toujours la même. Dans ces classes, les surfaces observées furent rangées selon leur grandeur; et les mesures ayant montré que la forme est toujours rectangulaire, à côtés inégaux, elles furent rangées deux fois, une fois selon la grandeur du côté le plus petit, l'autre fois selon la longueur du côté le plus grand. Il en résulta le tableau que l'on trouve reproduit à la page précédente. La lettre μ y indique l'unité de mesure, correspondant à un millième de millimètre.

On voit, qu'en général, dans chaque colonne, les mesures des deux côtés de la surface se suivent assez régulièrement, ou plutôt on aperçoit dans l'ensemble, à travers des déviations et des petits sauts partiels, un cours régulier. Quelques-uns des nombres seulement se détachent de la série, en général assez continue. Ces objets perturbateurs sont marqués d'un astérisque. Il aurait été très-impropre de les exclure; je ne les mets de côté que pour le moment et dans le dessein de tâcher de les expliquer plus tard. On voit encore que la plupart des catégories entières font suite l'une à l'autre, tant par les dimensions des deux côtés de la surface, que par le nombre des cellules et par leur état de division ou de repos. Les surfaces de 16 cellules en repos varient dans l'une des directions de 11 à 14 μ, et en même temps dans l'autre de 13 à 17 μ. Celles de 16 cellules en division plus ou moins avancée, donc de 16 à 32 cellules, varient dans la direction du côté le plus court de 13½ à 16 μ; dans celle du plus grand diamètre, qui est en même temps celle sur laquelle les cloisons récentes se trouvent perpendiculaires, la grandeur varie simultanément de 17 à 20 μ, et ainsi de suite. Ou bien, attribuant ces différences de dimensions à un état différent d'accroissement: pendant que la surface consiste en 16 cellules en repos, il y a accroissement dans l'une des directions de 11 à 14 μ, dans l'autre de 13 à 17 μ; cette période est suivie d'une autre, dans laquelle le côté le plus court grandit de 13½ à 16 μ, le côté le plus long de 17 à 20 μ, et pendant cette même période les cellules subissent une division dans la direction du diamètre le plus

grand de la surface. Les dimensions des surfaces à 32 cellules en repos ne font suite à la série précédente que pour le côté le plus long; celles du côté le plus court sont environ les mêmes que dans la série à 16—32 cellules. Les choses se passent mieux pour la série qui suit, dans laquelle les cellules subissent encore une division, maintenant dans le sens du diamètre le plus petit. La dernière série enfin, contenant les surfaces à 64 cellules en état de repos, offre un accroissement, pour le côté le plus court de 22 à 28 μ, pour le côté le plus long de 28 à 35 μ, accroissement qui, pour chacun de ces deux côtés, fait suite régulière à celui de la série pénultième.

Les surfaces à 32 cellules en repos sont hors de ligne; leurs dimensions ne se rattachent à celles d'aucune autre catégorie. Mais si l'on suppose la surface de 64 cellules en repos partagée en deux moitiés selon la ligne médiane parallèle aux côtés les plus courts et qui divise les côtés les plus longs en deux parties égales, il en résulte deux surfaces séparées, chacune égale aux surfaces à 32 cellules en repos, qui forment la série exceptionnelle. De même, ces surfaces à 32 cellules, partagées en deux moitiés de la même manière, donnent des surfaces semblables à celles qui se trouvent rangées dans la première catégorie. Or, la ligne médiane par laquelle il faut diviser ces surfaces pour en obtenir les autres plus petites, représentées de même dans la série des observations, est justement celle de la cloison la plus ancienne dans la surface, c'est-à-dire de la cloison qui fut formée lorsque toute la surface, maintenant composée d'un certain nombre de cellules, faisait partie, comme cellule simple, d'une autre surface, et subit sa première division. En outre, nous avons observé que c'est justement à cette place que s'effectue la segmentation des corpuscules de la sarcine; voilà donc que la série des observations nous trahit le cours complet, rentrant en lui-même, de l'histoire de la surface d'un corpuscule de sarcine, croissant, multipliant ses cellules par division, et se multipliant lui-même par segmentation. En tout, il y a quatre périodes: dans la première, pas de division mais accroissement seul; dans la seconde,

nouvel accroissement et division des cellules dans le sens du côté le plus long; dans la troisième, encore accroissement, mais en même temps division des cellules dans le sens perpendiculaire à la division de la période précédente; dans la quatrième, comme dans la première, pas de division, mais accroissement seul et, de plus, segmentation, soit suivant la direction seule de la cloison la plus ancienne [1]), c'est-à-dire de la cloison par laquelle la cellule primitive de la surface fut divisée pour la première fois, soit encore suivant la direction des cloisons par lesquelles les deux cellules, nées de la division de cette première, furent divisées à leur tour; enfin, à partir d'une de ces deux dernières phases, recommencement et répétition de la même évolution.

Pour l'accroissement de la surface et la multiplication des cellules, trois de ces périodes consécutives forment un cycle, qui est précédé et suivi d'autres cycles, dans lesquels tous les phénomènes se répétent de la même manière, à cette seule exception près, que, dans chaque cycle suivant, les dimensions et le nombre de cellules, pour chacune des deux directions, sont le double de ceux du cycle précédent.

Parmi les surfaces observées il y en a un petit nombre qui ne se rangent pas bien dans la série consécutive, et qui, pour cette raison, sont marquées d'un astérisque. Je les regarde en partie comme des cas exceptionnels, dans lesquels les déviations individuelles ont été plus grandes qu'ailleurs. Les deux surfaces supérieures de la colonne à 32 — 64 cellules, s'accordant mieux avec les derniers chiffres de la colonne 16—32, qui la précède, peuvent être des surfaces dans lesquelles la division des cellules a eu lieu, rela-

[1]) Que la ligne médiane indiquée corresponde reéllement à la cloison la plus ancienne, c'est ce que montre facilement l'inspection de la figure schématique (48 du mémoire original), placée à côté d'un corpuscule observé par trois faces différentes, et dans laquelle l'ordre des divisions est marqué par des numéros. Dans le mémoire même, aucun fait de ce genre n'est admis sans avoir été démontré rigoureusement, et on a distingué sévèrement les faits démontrés de résultats probables ou de simples hypothèses. Ici il me faut, pour abréger, passer plusieurs de ces démonstrations sous silence.

tivement aux phénomènes de l'accroissement, un peu plus tôt qu' ailleurs. Pour l'une de ces deux surfaces (19 μ, 16 μ), cette opinion est confirmée par la considération des autres surfaces du même corpuscule (l'un des cinq corpuscules qui ont été observés de trois faces différentes) qui se trouvent en tête des catégories à 16 et à 16—32 cellules. Dans la colonne des surfaces à 32 cellules en repos il y en a quelques-unes qui, par leurs dimensions ainsi que par la proportion des deux côtés, trouveraient mieux leur place dans une des colonnes voisines. Celle à côtés de 22 et 17 μ me semble devoir être placée au bout même de la série à 16 — 32 cellules; c'est-à-dire, qu'elle me semble être une surface, dans laquelle cette division des cellules s'est entièrement accomplie, et qui a été classée, par erreur d'observation, parmi les surfaces à cellules en repos. Deux autres surfaces 23 μ, 18 μ, et 24 μ, 19 μ, trouveraient leur place dans la série à 32 — 64 cellules, en admettant que la division des cellules se fût un peu retardée relativement à l'accroissement. Une dernière, 27 μ, 19 μ, me paraissait d'abord devoir être considérée de la même manière, comme cas exceptionnel, plus exceptionnel que tous les autres; mais je trouvai plus tard, qu'elle appartient à un genre de surfaces non compris dans ces premières observations et dont nous traiterons dans la suite. Dans le reste des surfaces on n'observe que de petites déviations qui, regardées comme des variations individuelles, ne peuvent causer aucun étonnement. Ces mêmes variations individuelles, qu'on remarque chez tout organisme, ont pour conséquence nécessaire, que les extrémités des séries consécutives se recouvrent tant soit peu, et sans doute ce recouvrement se manifesterait pour toutes ces séries, et d'une manière régulière, si le nombre des observations était encore augmenté. Entre les extrémités des séries à 16—32 et à 32 — 64 cellules il y a une lacune, qui laisse subsister un doute sur le chiffre limite entre ces deux périodes, surtout pour le côté le plus long. La lacune est comblée, si l'on admet dans ces séries les surfaces placées à tort, d'après ce qui a été dit plus haut, dans la catégorie à 32 cellules en repos. Mais, en outre, les chiffres

des deux côtés de la surface, pris séparément, nous fournissent un moyen de contrôle mutuel. En prenant les moyennes des termes extrêmes des séries, où celles-ci se recouvrent, nous trouvons pour l'histoire de la surface, que nous nommerons BC, les deux paires de côtés opposés et égaux étant nommées B et C.:

Condition de la surface BC par rapport à la multiplication des cellules :	longueur du côté B, exprimée en μ :	nombre des cellules dans la surface BC :	longueur du côté C, exprimée en μ :
1. période de repos	13½ — 17	16	11 — 13½
2. division *b* (division des cellules par des cloisons perpendiculaires sur B, par conséquent multiplication des cellules dans le sens même de B.)	17 —	16 — 32	13½ — 17
3. division c	— 27	32 — 64	17 — 22
4. période de repos	27 — 34	64	22 — 27

Il s'ensuit, par segmentation:

de B seulement	13½ — 17	32	22 — 27
de B et C	13½ — 17	16	11 — 13½

On voit que l'accroissement des deux côtés est identique, avec cette seule différence, qu'il soit dans un des deux côtés (B) avancé d'une période sur l'autre. Ce côté est affecté de même d'une période d'avance par une multiplication des cellules dans sa direction. En somme, tous les phénomènes se suivent dans les deux directions absolument de la même manière, avec une différence de phase correspondant à une période. Or, pendant la multiplication des cellules dans sa direction, le côté C s'accroît de 17 à 22 μ. Il n'est guère douteux que pour l'autre côté ce même chiffre ne doive être intercalé à la place correspondante, restée vacante.

Les observations nous ont donc fourni l'histoire d'une des surfaces ou plutôt d'une paire de surfaces opposées, parallèles et égales entre elles. Il nous faut connaître encore les deux autres surfaces. En désignant les trois systèmes d'arêtes parallèles dans le corps

entier par A, B, C, il nous manque encore les surfaces AB et AC. Tâchons d'abord de trouver l'histoire des surfaces AB. Nous en connaissons un des côtés, le côté B, commun aux surfaces AB et BC. Nous savons encore que dans la période, nommée ci-dessus la première, doit avoir lieu une multiplication des cellules dans la direction A, vu que ces divisions se succèdent alternativement dans les trois directions. Cette division est invisible dans la surface BC, les cloisons nouvelles étant parallèles à ce plan. C'est par cette raison que la surface BC se trouve, pendant cette période, dans la condition que nous avons nommée état de repos. Dans la surface AB, la division est visible, les cloisons nouvelles se montrant, vues de côté, comme des lignes perpendiculaires au côté A, parallèles au côté B; il en est de même pour les surfaces AC, où l'on verrait ces mêmes cloisons, dans leur autre section transversale, perpendiculaires toujours sur le côté commun des deux surfaces A, mais parallèles à C. La succession régulière de la multiplication des cellules dans les trois directions a pour conséquence, que dans chaque surface se succèdent deux périodes de division, en directions perpendiculaires l'une sur l'autre, suivies d'une période de repos; ou bien, en sens inverse, on conclut, de cette succession des phénomènes observée directement dans les surfaces, à celle qui a lieu dans le corps entier; c'est ce qui a été fait, et démontré plus amplement, dans les premiers chapitres du mémoire original.

Nous avons trouvé, dans la surface BC, un accroissement de 17 μ à 22 μ pour chacun des deux côtés pendant la période d'une multiplication des cellules parallèle à ces côtés. N'ayant observé aucune différence dans les cellules, autre que celle qui semblait être la conséquence d'un état différent de développement, je suppose, avec quelquè probabilité, que le côté A aura, à son tour, ces mêmes dimensions pendant la division des cellules dans sa direction. En admettant ceci, on a pour la surface AB, pendant la période que nous avons nommée la première, absolument les mêmes phénomènes que présente la surface connue BC dans la seconde période. Pour les périodes suivantes, nous connais-

sons le cours des phénomènes dans la direction du coté B commun aux deux surfaces. Tout porte à croire, que l'accroissement du côté A se rapportera à celui du côté B, comme ce dernier à celui de C. Dans ce cas, nous obtenons pour les deux genres de surfaces AB et BC une même succession de phénomènes identiques, mais dans laquelle la surface AB devance toujours la surface BC d'une période. Il s'ensuit de même, pour tout le corps de la sarcine, identité de phénomènes dans les trois directions, seulement avec une différence de phase, répondant à l'intervalle d'une période.

Cette identité des phénomènes pour les trois directions, quelque probable qu'elle paraisse, demande cependant une démonstration rigoureuse; elle se laisse déduire d'abord des observations mêmes qui nous ont servi de base jusqu'ici; puis l'observation immédiate des trois genres de surfaces dans un même corpuscule nous fournit les moyens d'un contrôle direct.

Quant à cette déduction, qui est donnée plus amplement dans le mémoire (page 32—36), je remarque ici, que les observations dressées en série, qui nous ont dévoilé l'histoire d'une surface, contiennent en réalité l'histoire du corps entier, non pas dans deux directions seulement, mais dans toutes les trois directions.

Nous avons nommé A le côté le plus grand, B le côté moyen, C le côté le plus petit d'un certain corpuscule. Il en résulte que AB en est la plus grande surface, AC la moyenne, BC la surface la plus petite. Lorsque le corpuscule est posé, avec la goutte de liquide qui le contient, sur le verre porte-objet, il est d'abord ballotté et roulé en tout sens par les agitations du liquide. Plus tard, quand les mouvements du liquide sont devenus plus faibles, il sera encore facilement basculé s'il se trouve en ce moment posé sur la surface moyenne ou sur la plus petite, mais il maintiendra sa position, s'il repose sur sa surface la plus large. Enfin, sous l'influence des dernières fluctuations du liquide, il sera encore renversé, s'il porte en ce moment sur la surface la plus petite. En somme, lorsque le liquide, qui contient un certain nombre de ces corpuscules, est rentré lentement dans

l'état de repos, on aura la plus grande chance d'avoir les surfaces les plus larges des corpuscules présentées à l'oeil; une chance moindre de voir les surfaces moyennes, et la chance la plus faible de trouver les corpuscules posés sur leur surface la plus petite. On observerait donc, dans un cas extrême, la surface la plus large chez tous les corpuscules, et l'on n'apprendrait à connaître, par ces observations, que l'histoire de cette seule surface, si la surface qui est la plus grande à un moment donné, restait toujours la plus grande du corps. Mais c'est justement cette dernière condition qui n'est pas remplie. Le corpuscule, dont nous nous occupons, grandit; bientôt arrive la période dans laquelle il est segmenté, et cette segmentation atteint d'abord le système des arêtes les plus longues. Dans chacun des deux corpuscules qui naissent de cette segmentation, le diamètre, dans ce sens, est réduit à la moitié; dans les deux autres directions, les dimensions sont conservées telles qu'elles étaient dans le corpuscule primitif. Or, le diamètre dans l'une des directions n'approchant guère et n'excédant jamais le double de celui dans une autre direction, il en résulte que le diamètre intermédiaire du corps primitif est devenu le diamètre le plus grand dans les corpuscules nouveaux; le diamètre le plus petit a pris le rang de diamètre moyen; le diamètre le plus grand, dimidié, est descendu au troisième rang. Plus tard, ces mêmes corpuscules subiront à leur tour une nouvelle segmentation, réduisant leur diamètre le plus grand à sa moitié. Les rôles sont intervertis de nouveau, et ne sont rétablis dans leur ordre primitif qu'après une troisième segmentation qui accomplit le cycle.

Il résulte de ce procédé, que les côtés des surfaces, momentanément les plus grandes des corpuscules, ne sont pas formés par les mêmes arêtes des corpuscules, pris dans un sens absolu, mais par toutes les arêtes dans une période semblable de leur développement. Dès lors, on doit trouver représentée, dans chacune des colonnes de notre tableau, la partie correspondante de l'histoire de chacune des trois arêtes, dans toutes leurs combinaisons mutuelles, ou, ce qui revient au même, l'histoire de toutes les surfaces; et ceci, même dans le cas où les surfaces les plus grandes des

corpuscules auraient été seules observées, avec exclusion absolue de toutes les autres. Or, si nous réfléchissons que toutes ces observations entremêlées se sont laissé dresser en séries, faisant suite l'une à l'autre comme si elles n'avaient rapport qu'à une seule surface, il s'ensuit nécessairement que les lois du développement dans toutes ces surfaces, et dans chacune des trois directions du corps, doivent être véritablement identiques.

Nous pouvons maintenant dresser le tableau des phénomènes simultanés dans les surfaces AB et BC, et, les arêtes A, B et C étant comprises toutes trois dans ces deux surfaces, il en résulte immédiatement, par combinaison de A et C, l'histoire du troisième genre de surfaces. Le développement dans la direction d'A étant avancé d'une période sur celui de B, et celui de B devançant de même celui de C d'une période, il s'ensuit que les côtés des surfaces AC doivent offrir entre eux une différence de phase correspondant à l'intervalle de deux périodes.

Mais nous pouvons encore déduire ces surfaces AC de l'observation même des autres. Réduisons dans une telle surface AB ou BC le diamètre le plus grand à sa moitié; alors nous obtiendrons la longueur que ce diamètre possédait il y a un cycle entier de trois périodes. Doublons le diamètre le plus petit; il en résultera la dimension qui sera atteinte, dans ce sens, un cycle de trois périodes plus tard. Par la première de ces opérations nous supposons une segmentation qui se fera, un peu plus tard, mais absolument de la même manière, par la nature de l'organisme lui-même; par la seconde, nous reconstruisons un corpuscule segmenté tel qu'il aurait été sans cette segmentation. Si nous appliquons (p. 37 du mémoire) ce dédoublement aux surfaces à 16—32 cellules, cette division aux surfaces à 32—64 cellules et à celles de 64 cellules, comprises dans les colonnes 2, 4 et 5 de notre tableau, il en résulte trois autres catégories, qui font suite l'une à l'autre et qui sont absolument les mêmes que celles que l'on obtient en combinant simplement l'histoire des deux côtes A et C. Les voici, exposées l'une à côté de l'autre, avec leurs côtés communs:

	Côté A	Surface AB. nombre des cellules:	Côté B	Surface BC. nombre des cellules:	Côté C	Surface AC. nombre des cellules:	Côté A
	μ		μ		μ		μ
Période de division A..	17—22	16—32	13½—17	16	11—13½	16*—*32	17—22
" " " B..	22—27	32—64	17—22	16—32	13½—17	*32*	22—27
" " " C..	27—34	64	22—27	32—64	17—22	32*—*64	27—34

En segmentant de la sorte les surfaces dont les côtés nous offrent une différence de phase d'une seule période, on ne fait pas autre chose que considérer séparément les deux groupes principaux qu'on peut y distinguer aux deux côtés de la ligne médiane. Ainsi, dans ces groupes mêmes on peut immédiatement observer un certain état du développement des surfaces, qui présentent une différence de deux périodes dans leurs côtés. De plus, on doit, en poursuivant l'histoire d'une surface à différence d'une période, au-delà de sa segmentation naturelle, arriver à des surfaces qui présentent dans leurs côtés une différence de deux périodes. Ce que nous avons trouvé pour les surfaces AC doit donc être retrouvé de même dans l'histoire des deux autres surfaces, AB et BC. En sens inverse, les surfaces à différence de deux périodes fournissent, en se segmentant, des surfaces à différence d'une seule période, de sorte qu'en réalité les rôles sont intervertis sans relâche. Comme les trois systèmes de côtés, les trois paires de surfaces se montrent identiques sous tous les rapports avec une différence seule de phase.

La segmentation a lieu dans chacune des trois directions quand une certaine grandeur dans cette direction est atteinte. Si ce terme était constant, on aurait une segmentation pour chaque période, se reproduisant régulièrement dans les trois directions. Le nombre des corpuscules serait doublé dans chaque période, mais on n'observerait, dans les corpuscules mêmes, que les variations dues au développement pendant une seule période. Or, dans ce terme de la segmentation il existe une latitude, qui s'étend sur

deux périodes entières. En appliquant cette segmentation aux termes extrêmes de ces deux périodes, c'est-à-dire aux dimensions de 22 μ, 27 μ, et 34 μ dans chacune des trois directions, comme il a été fait dans le mémoire, de la page 40 à 42, on trouve qu'il en résulte trois classes de corpuscules, dont le nombre est doublé à chaque période, mais qui d'ailleurs ne changent pas de caractère. Ainsi, les variations, qu'on remarque parmi un certain nombre de corpuscules de la sarcine, croissant et se multipliant par segmentation, sont dues à cette latitude dans le terme de la segmentation et aux phénomènes d'accroissement et de division qui se répètent pendant le cours de chaque période. Les faces de ces corpuscules sont les suivantes:

	Côté le plus grand. μ	Surface la plus grande. cellules:	Côté moyen μ	Surface la plus petite. cellules:	Côté le plus petit. μ	Surface moyenne. cellules:	Côté le plus grand.
I. Segmentation dès une dimension de 22 μ . .	17—22	16—32	13½—17	16	11—13½	16*—*32	17—22
II. Segmentation dès une dimension de 27 μ . .	22—27	32—64	17 — 22	16—32	13½—17	*32*	22—27
III. Segmentation dès une dimension de 34 μ . .	27—34	64	22 — 27	32—64	17 — 22	32*—*64	27—34

Ce sont donc là les corpuscules dont nous avons observé et mesuré les surfaces dans le commencement. Mais lesquelles de ces surfaces figurent dans les observations? Tout d'abord, les surfaces les plus grandes des différents genres de corpuscules. Ce sont elles qui nous ont fourni l'histoire d'une surface pendant le cours de trois périodes consécutives. Il y a encore les surfaces à 16 cellules qui correspondent aux surfaces les plus petites des corpuscules de la première classe. Il faut remarquer, cependant, que la plupart des surfaces dans cette colonne du tableau sont dues à l'observation séparée des quatre groupes formant des surfaces de 64 cellules en train de se segmenter, et ne pouvant plus, par cette raison, être mesurées comme surfaces entières. C'étaient dont bien

les surfaces les plus petites de corpuscules de la première classe, mais appartenant à des corpuscules de ce genre, qui n'étaient pas encore parfaitement libres et qui n'étaient posés sur leur face la plus petite qu'à cause de leur réunion même. On pouvait bien observer encore, comme nous verrons plus tard, quelques surfaces libres à 16 cellules en repos, mais celles-ci appartiennent à des corpuscules à segmentation précoce, — négligée ici à cause de sa rareté, — et figurent comme surfaces les plus grandes dans ces corps.

Les surfaces les plus petites des deux autres classes de corpuscules sont identiques respectivement aux surfaces les plus grandes des classes I et II. Il reste donc incertain si elles se trouvent entremêlées aux observations, oui ou non.

Considérons enfin les surfaces moyennes des trois classes de corpuscules. Dans les observations primitives il y a la colonne de surfaces à 32 cellules en repos, qui correspond aux surfaces moyennes de la classe II. Celles des deux autres classes manquent dans les observations. Un seul cas exceptionnel dans la colonne à 32 cellules, 27 μ, 19 μ, pourrait être référé au commencement de la série à 32—64 cellules. Si l'on abstrait encore de la colonne à 32 cellules les autres cas douteux, dont nous avons parlé plus haut, et 5 surfaces qui ont été obtenues en retournant expressément quelques corpuscules, observés sous chacune de leurs trois faces, il n'en reste que quatre qui se présentaient d'elles-mêmes à l'oeil. Il n'en est pas moins remarquable qu'elles seules ont été observées, et non pas les surfaces moyennes des classes I et III. Ceci paraît être dû au nombre plus grand des corpuscules de la classe II, car les chances d'être posés sur leurs surfaces moyennes ne semblent pas être plus grandes pour cette classe de corpuscules que pour les autres. Mais on voit que, même dans cette classe, le nombre de corpuscules qui reposaient d'eux-mêmes sur les surfaces moyennes, a été très petit, en comparaison du nombre de ceux qui présentaient leur surface la plus grande à l'oeil; il s'ensuit que probablement aucune des surfaces les plus petites n'a été observée, à l'exception de celles des corpuscules retournés expressément et des surfaces à 16 cellules observées dans des corpuscules encore plus ou moins réunis entre eux.

Les surfaces à $16_*—_*32$ cellules, et celles à $32_*—_*64$ cellules, toutes deux offrant dans leurs côtés une différence de phase correspondant à deux périodes, ne sont pas représentées du tout dans la série des observations. Il était en quelque sorte superflu de les rechercher spécialement, parce que leur existence est la conséquence nécessaire de tout le cours des phénomènes, tel que nous avons appris à le connaître. Cependant, comme moyen de contrôle final, la recherche n'était pas sans intérêt, et c'est pour cela que je résolus d'observer directement quelques-unes de ces surfaces. Après quelque excercice, je réussis à faire culbuter les corpuscules sur le côté que je désirais et à les maintenir en équilibre dans leur position nouvelle, tout en les observant et les mesurant sous le microscope. Les petits courants, excités dans le liquide par une pression unilatérale et très légère sur le verre mince couvre-objet, conduisirent à ce résultat. Je fis basculer de la sorte quelques corpuscules, qui présentaient 64 cellules en repos dans leur surface supérieure, autour du côté le plus grand de cette surface; quand j'eus observé et mesuré une dixaine des surfaces désirées, je les disposai en série. Voici le résultat, qui surpassa mon attente:

32 à 64 cellules.

Côté le plus long.	Côté le plus petit.
μ	μ
26	18
27	18
27	19
28	23
29	19
29	23
32	23
32	24
35	24

Multiplication des cellules dans le sens du côté le plus petit.

Cette série, en effet, s'accorde assez bien avec ce que nous avons trouvé pour les dimensions de ces surfaces:

$32_*—_*64$

27—34 μ 17—22 μ

Le côté le plus petit est, en général, un peu trop grand, ce qui s'explique, toutefois, par la difficulté de maintenir les corpuscules dans la position désirée pendant le mesurage. De petites oscillation, à peine évitables, doivent avoir toujours pour effet, que le côté le plus court soit mesuré trop grand; le côté le plus long au contraire, autour dequel le balancement a lieu, ne peut en être influencé.

Parmi les surfaces réunies dans le tableau primitif, il y en a cinq appartenant à des corpuscules que j'observai sous leurs trois faces différentes:

numéro des corpuscules	côté moyen. μ:	surface la plus petite. cellules:	côté le plus petit. μ:	surface moyenne. cellules:	côté le plus grand. μ:	surface la plus grande. cellules:	côté moyen. μ:
1	16		12½		19		16
2	17		13½		23		17
3	17	16 à 32	15	32	24	32 à 64	17
4	18		16		23		18
5	20		16		24		20
	division.						division.

Les quatre derniers numéros s'accordent avec ce que nous avons trouvé pour les corpuscules de la classe II.

Le premier seul ne s'y accorde pas. En doublant le côté le plus petit, on obtient:

côté moyen:	surface à cellules:	côté le plus petit:	surface à cellules:	côté le plus grand:	surface à cellules:	côté moyen:
19 μ	32—64	16 μ	32—64	25 μ	64	19 μ

Alors ce corpuscule se range à la suite des quatre autres, quant à la dimension de ses côtés, mais il y a une division de cellules de plus, qui n'aura lieu dans les autres corpuscules qu'à la période prochaine. C'est donc une anomalie à division précoce des cellules, comme nous avons observé déjà, lorsque nous considérions les surfaces de ce corpuscule séparément.

La figure 14, Pl. XII (47 du mémoire) représente un corpuscule de la sarcine, dont les trois surfaces différentes ont été observées et dessinées.

Pour exprimer maintenant d'une manière générale ce que nous avons trouvé par rapport aux lois du développement du corps de

la sarcine, nous commençons par établir une formule, exprimant l'accroissement périodique d'une grandeur A, qui, après un certain nombre (cycle) de périodes, atteint chaque fois un certain multiple de la valeur primitive dans ce cycle. Nommant:

n le nombre des périodes.
A_0 la valeur primitive de A, pour $n = 0$.
g_1 l'accroissement pendant la première période.
g_2 " " " seconde "
en sorte que $g_1 = A_1 - A_0$; $g_2 = A_2 - A_1$ etc.
p le nombre de périodes dans chaque cycle.
b le multiple auquel la grandeur A arrive à la fin de chaque cycle.

en sorte que: $$b = \frac{A_{n+p}}{A_n}$$

et de plus:

$\frac{n}{p}$ le nombre de cycles *entiers* compris dans n, ce que les mathématiciens désignent par $\varepsilon \frac{n}{p}$

$n - \frac{n}{p} \cdot p$, ou $n - p \; \varepsilon \frac{n}{p}$, le nombre des périodes isolées qui reste après soustraction des cycles entiers de n.

$n - \frac{n}{p} p - 1$ ce même reste, diminué de l'unité, mais à condition que la soustraction ne soit jamais continuée au-delà de 0.

Nous obtenons pour l'accroissement seul

$$A_n = \left[A_0 + \left(n - \frac{n}{p} \cdot p\right) g_1 + \left(n - \frac{n}{p} \cdot p - 1\right) (g_2 - g_1) \ldots + \right.$$
$$\left. + \left(n - \frac{n}{p} \cdot p - (p-2)\right) (g_{p-1} - g_{p-2})\right] b^{\frac{n}{p}}$$

Pour rendre compte de la segmentation, il faut diviser la grandeur par le nombre de parties égales dans lequel elle est divisée pendant le courant des n périodes.

Nommant . . . . . z le nombre de ces parties

" . . . . . c le nombre des parties égales dans lesquelles est divisée la grandeur A à chaque segmentation

" . . . . . s le nombre des segmentations qui a eu lieu pendant les n périodes

Nous avons . . . . $z = c^s$.

La formule entière devient:

$$A_n = \frac{b^{\frac{n}{p}}}{z_n} \left[A_0 + (n - \frac{n}{p} \cdot p) g_1 + (n - \frac{n}{p} \cdot p - 1)(g_2 - g_1) \ldots + \right.$$

$$\left. + \left(n - \frac{n}{p} \cdot p - (p-2)\right) (g_{p-1} - g_{p-2}) \right] \qquad (1)$$

$$\text{et} \qquad z_n = c^{s_n}. \qquad (2)$$

Pour la sarcine, nous avons déduit des observations

$$b = 2 \qquad (3)$$

$$c = 2 \qquad (4)$$

$$p = 3 \qquad (5)$$

en sorte que la fraction, formant le premier facteur du second membre de l'équation, devient

$$2^{\frac{n}{3} - s_n}$$

dans laquelle s_n doit encore être exprimé en fonction de n. Les constantes du second facteur sont, en comptant les périodes à partir du moment où la première division commence dans la direction A, la plus avancée du corpuscule (en ce moment cellule simple dans un autre corpuscule):

$$A_0 = \frac{17}{\mu} \mu = 4{,}25 \mu \qquad (6)$$

$$A_1 = \frac{22}{4} \mu = 5{,}5 \mu$$

$$A_2 = \frac{27}{4} \mu = 6{,}75 \mu$$

en sorte que

$$g_1 = A_1 - A_0 = 1{,}25\ \mu \qquad (7)$$
$$g_2 = A_2 - A_1 = 1{,}25\ \mu$$
$$g_3 = A_3 - A_2 = 1{,}75\ \mu$$

$$g_2 - g_1 = 0 \qquad (8)$$
$$g_3 - g_2 = 0{,}5\ \mu$$

Nommant B et C les directions dans lesquelles le développement est d'une et de deux périodes en arrière sur celui de A, et faisant usage des constantes, les formules pour les valeurs simultanées des trois systèmes d'arêtes dans le corps deviennent:

$$\left.\begin{aligned} A_n &= 2^{\frac{n}{3} - s_n} \left[4{,}25\ \mu + \left(n - \frac{n}{3} \cdot 3\right) 1{,}25\ \mu\right] \\ A_{n-1} = B_n &= 2^{\frac{n-1}{3} - s_{n-1}} \left[4{,}25\mu + \left(n-1-\frac{n-1}{3}\,3\right) 1{,}25\ \mu\right] \\ A_{n-2} = C_n &= 2^{\frac{n-2}{3} - s_{n-2}} \left[4{,}25\mu + \left(n-2-\frac{n-2}{3}\,3\right) 1{,}25\ \mu\right] \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

z_a, z_b, z_c étant le nombre des parties dans lesquelles les arêtes A, B, C, ont été divisées pendant les n périodes; Z le nombre des corpuscules nés de cette segmentation, on a

$$\left.\begin{aligned} z_a &= 2^{s_n} \\ z_b &= 2^{s_{n-1}} \\ z_c &= 2^{s_{n-2}} \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

$$\text{et} \quad Z = 2^{s_n + s_{n-1} + s_{n-2}} \qquad (11)$$

Nommant encore y, y', y'' le nombre des cellules qui se sont formées dans chacune des trois directions, Y_{ab} etc. ce même nombre pour les surfaces, Y pour le corps entier, on obtient

$$y = 2^{\frac{n+2}{3}} \quad y' = 2^{\frac{n+1}{3}} \quad y' = 2^{\frac{n}{3}} \qquad (12^a)$$

$$Y_{ab} = 2^{\frac{n+2}{3} + \frac{n+1}{3}} \quad Y_{bc} = 2^{\frac{n+1}{3} + \frac{n}{3}} \quad Y_{ac} = 2^{\frac{n+2}{3} + \frac{n}{3}} \qquad (13^a)$$

$$Y = 2^{\frac{n+2}{3} + \frac{n+1}{3} + \frac{n}{3}} = 2^n \qquad (14^a)$$

En désignant par i_a etc. ces mêmes nombres mais tels qu'ils sont modifiés pour les corps séparés par les segmentations:

$$i_a = 2^{\frac{n+2}{3} - s_n} \quad i_b = 2^{\frac{n+1}{3} - s_{n-1}} \quad i_c = 2^{\frac{n}{3} - s_{n-2}} \qquad (12^b)$$

$$\left.\begin{array}{l} I_{ab} = 2^{\frac{n+2}{3} + \frac{n+1}{3} - (s_n + s_{n-1})} \\ I_{bc} = 2^{\frac{n+1}{3} + \frac{n}{3} - (s_{n-1} + s_{n-2})} \\ I_{ac} = 2^{\frac{n+2}{3} + \frac{n}{3} - (s_n + s_{n-2})} \end{array}\right\} \qquad (13^b)$$

$$I = 2^{n - (s_n + s_{n-1} + s_{n-2})} \qquad (14^b)$$

Les formules 9 — 14 donnent, pour chaque nombre de périodes accomplies, à compter de la première division dans une cellule primitive, le nombre des corpuscules nés de cette cellule, et l'état, dans lequel ce trouvent, à la fin de cette période, les arêtes et les surfaces différentes de ces corpuscules.

Elles fournissent la solution du problème: étant donné un seul ou un nombre quelconque de corpuscules de la sarcine d'un degré de composition et d'une grandeur connus, l'on demande le nombre et l'état des corpuscules qui en seront issus dans l'intervalle d'un nombre donné de périodes; ou bien, en sens inverse: combien de ces périodes a-t-il fallu, pour faire naître un certain nombre de corpuscules connus d'un seul corpuscule ou d'une cellule primitive.

Lorsqu'on désire représenter le nombre et la condition des corpuscules non seulement à la fin de la période n^{ieme}, mais, comme il a été exposé plus haut, pendant la cours de cette période

même, on place à côté l'une de l'autre les conditions trouvées pour le commencement et la fin de cette période, en exprimant séparément la direction de la multiplication des cellules et de la segmentation pendant cette période. On a

A. Accroissement pendant la période n^{ieme}

$$\left.\begin{aligned}
\mathcal{A}_{n-1,\,n}\mathrm{A} &= 2^{\frac{n-1}{3} - s_{n-1}} \mathrm{K}_{n-1} - 2^{\frac{n}{3} - s_{n-1}} \mathrm{K}_{n} \\
\mathcal{A}_{n-1,\,n}\mathrm{B} &= 2^{\frac{n-2}{3} - s_{n-2}} \mathrm{K}_{n-2} - 2^{\frac{n-1}{3} - s_{n-2}} \mathrm{K}_{n-1} \\
\mathcal{A}_{n-1,\,n}\mathrm{C} &= 2^{\frac{n}{3} - s_{n-3} - 1} \mathrm{K}_{n-3} - 2^{\frac{n-2}{3} - s_{n-3}} \mathrm{K}_{n-2}
\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Pour abréger, le second facteur du second membre des équations (9) est ici représenté par K.

B. Multiplication des cellules; elle a lieu dans la direction pour laquelle on trouve 2 dans les équations suivantes.

$$\left.\begin{aligned}
\text{pour A:}\quad \frac{y_n}{y_{n-1}} &= 2^{\frac{n+2}{3} - \frac{n+1}{3}} \\
\text{pour B:}\quad \frac{y'_n}{y'_{n-1}} &= 2^{\frac{n+1}{3} - \frac{n}{3}} \\
\text{pour C:}\quad \frac{y''_n}{y''_{n-1}} &= 2^{\frac{n}{3} - \frac{n-1}{3}}
\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

C. Segmentation; on trouve 2 pour la direction dans laquelle la segmentation a lieu

$$\left.\begin{aligned}
\text{pour A:}\quad \frac{z_n}{z_{n-1}} &= 2^{s_n - s_{n-1}} \\
\text{pour B:}\quad \frac{z'_n}{z'_{n-1}} &= 2^{s_{n-1} - s_{n-2}} \\
\text{pour C:}\quad \frac{z''_n}{z''_{n-1}} &= 2^{s_{n-2} - s_{n-3}}
\end{aligned}\right\} \tag{17}$$

D. Nombre et augmentation des cellules dans les surfaces.

$$\left.\begin{aligned}
\Delta_{n-1,\,n}\,I_{ab} &= 2^{\frac{n+1}{3}+\frac{n}{3}-(s_{n-1}+s_{n-2})} - 2^{\frac{n+2}{3}+\frac{n+1}{3}-(s_{n-1}+s_{n-2})}\\
\Delta_{n-1,\,n}\,I_{bc} &= 2^{\frac{n}{3}+\frac{n-1}{3}-(s_{n-2}+s_{n-3})} - 2^{\frac{n+1}{3}+\frac{n}{3}-(s_{n-2}+s_{n-3})}\\
\Delta_{n-1,\,n}\,I_{ac} &= 2^{\frac{n+1}{3}+\frac{n-1}{3}-(s_{n-1}+s_{n-3})} - 2^{\frac{n+2}{3}+\frac{n}{3}-(s_{n-1}+s_{n-3})}
\end{aligned}\right\} (18)$$

Quand les deux termes donnent un nombre égal, la surface se trouve pour cette période à l'état de repos.

Maintenant il nous faut encore exprimer le nombre des segmentations s_n en fonction de n.

Conservons pour s, n et p, les significations que nous avons déjà données à ces lettres plus haut. Nommons de plus:

r le nombre des cycles *entiers* qui s'écoulent, du moment où l'on commence à compter les périodes jusqu'à la première segmentation dans le corpuscule.

q le nombre de périodes *entières* qui restent dans le cycle $(r+1)^{ième}$, et dans tout cycle suivant, après le moment dans lequel la segmentation a eu lieu. Alors, divisions et soustractions étant encore bornées, comme auparavant, aux nombres entiers et positifs:

$$s_n = \frac{n+q}{p} - r \qquad (19)$$

Or nous avons (5): $p = 3$. Puis, les observations nous ont appris que le terme de la segmentation varie entre les limites de deux périodes entières, pendant lesquelles il y a, dans la direction qu'on considère, un accroissement de 22 μ à 34 μ. Ceci convient, d'après notre notation, pour la direction A, à la huitième et à la neuvième période, en sorte que:

$$r = 2 \qquad (20)$$

et

$$q = 1 \quad \text{ou bien} \quad q' = 0 \qquad (21^{a,\,b})$$

d'où:

$$s_n = \frac{n+1}{3} - 2 \quad \text{ou bien} \quad s'_n = \frac{n}{3} - 2 \qquad (22^{a,\,b})$$

Ces deux valeurs de s_n, transportées séparément dans les formules données, donnent lieu à deux solutions possibles pour chacune d'elles.

Si l'on considère un certain nombre de corpuscules, il est vraisemblable qu'une partie sera segmentée dans cette première période, une autre partie dans cette seconde période de segmentation. En supposant une répartition égale parmi ces deux périodes, on peut diviser le nombre des corpuscules en deux et appliquer à une moitié l'un des cas de segmentation, à l'autre le second cas possible.

Je ne répéterai pas ici les tableaux tels qu'ils ont été donnés, pour plus de clarté, dans le mémoire lui-même (pag. 55 — 58), et dans lesquels les deux valeurs de s sont transportées dans les formules. On trouve également dans le mémoire l'application des formules à un cas spécial, c'est-à-dire pour $n = 25$; le résultat, exposé d'une manière très-succinte (pag. 59.), est celui-ci:

A la fin de 25 périodes se sont formés, d'une seule cellule primitive,

196608 corpuscules,

parmi lesquels il y en a

131072 et 65536

dont les dimensions et la condition des surfaces sont celles-ci:

	μ	cellules:
A	= 22	32
B	= 17	16
C	= $13\frac{1}{2}$	32
A	= 22	

	μ	cellules:
A	= 22	32
B	= 17	32
C	= 27	64
A	= 22	

et dont le développement pendant la période précédente était:

	μ	cellules:
A	17 — 22	16 — 32
B	$13\frac{1}{2}$— 17	$_*32_*$
C	22 — 27	32 — 64
A	17 — 22	

et dont le développement pendant la période suivante sera:

	μ	cellules:
A	22 — 27	32 — 64
B	17 — 22	16 — 32
C	$13\frac{1}{2}$— 17	$_*32_*$
A	22 — 27	

et dont le développement pendant la période précédente était:

	μ	cellules:
A	17 — 22	32_*—$_*64$
B	27 — 34	64
C	22 — 27	32 — 64
A	17 — 22	

et dont le développe[ment] pendant la périod[e] suivante sera:

	μ	cell[ules]
A	22 — 27	32 -
B	17 — 22	32_*-
C	27 — 34	6
D	22 — 27	

Par la ligne pleine sous les nombres est indiquée une multiplication des cellules, par la ligne ponctuée, une segmentation qui a

lieu pendant la période et dans le sens des côtés dont ces nombres indiquent l'accroissement.

Nous avons distingué ici *deux* cas de segmentation, tandis que nous avons trouvé auparavant, que la latitude dans le terme de la segmentation, s'étendant sur deux périodes successives, donnait lieu par cela même à la distinction de *trois* classes différentes de corpuscules. Il faut encore éclaircir cette contradiction apparente.

Si l'on ne considère pas seulement les résultats du développement etc. à la fin d'une période quelconque, mais, conformément aux observations mêmes, la condition des corpuscules pendant le cours entier de cette période, il faut distinguer encore deux cas spéciaux dans chacun des deux cas de segmentation. Un corpuscule, représentant une phase du développement propre à la période dans laquelle sa segmentation a lieu, pourra être, à un certain moment de cette période, déjà segmenté, ou pas encore segmenté. Parmi un certain nombre de corpuscules il y en aura quelques-uns qui auront déjà subi cette segmentation, d'autres qui l'attendront encore dans le reste de la période. Ceci est vrai pour chacun des deux cas de segmentation en particulier.

Il en résulte quatre genres de corpuscules:

1. Ceux qui sont segmentés à une phase de leur développement, répondant à la première période dite de segmentation, et qui ont déjà subi cette segmentation au moment donné.

2. Ceux qui sont segmentés dans le courant de cette même période, mais qui, en ce même moment, n'ont pas encore subi la segmentation.

3. Ceux qui sont segmentés à un état de développement appartenant à la seconde période dite de segmentation, et pour lesquels la segmentation est déjà effectuée.

4. Ceux qui seront segmentés de cette même manière, mais pour lesquels la segmentation n'a pas encore eu lieu.

Or, en considérant de plus près l'état de ces corpuscules, comme il a été fait dans le mémoire (pag. 59 à 62), on trouve que les genres 2 et 3 sont identiques et correspondent à la seconde des trois classes, distinguées précédemment. Le genre 1 contient les corpuscules qui ont été rangés dans la classe I, le genre 4, ceux qui formaient la classe III.

Pour savoir si la segmentation était, en effet, répartie également entre les deux périodes indiquées, j'ai compté le nombre des corpuscules appartenant aux classes différentes, et qui se trouvaient réunis dans un même espace. Quatre supputations donnèrent le résultat suivant :

Nature des surfaces observées, nombre de leurs cellules......	16		16 — 32		32	32 — 64	64
Nombre des corpuscules........	2	—	11	—	(1)	6	1
	0		9		(2) + 1	4	2
	1		8		(2) + 2	4	2
	1		10		2	8	3
en somme....................	4		38		10	22	8

Pour quelques surfaces à 32 cellules en repos, placées entre parenthèses, il était douteux si elles ne devaient pas être rapportées plutôt à la catégorie suivante; mais la question est indifférente ici, parce que les surfaces de ces deux catégories appartiennent à un même genre de corpuscules, c'est-à-dire à ceux de la classe II. Il y avait donc dans un même espace :

8 corpuscules de la classe III
32 " " " " II
38 " " " " I
et en outre 4 " d'une classe (IV), à segmentation précoce, ayant lieu avant le commencement des deux périodes que nous avons nommées périodes de segmentation.

Observons d'abord qu'à cause de ces derniers, et pour être complet, il faut admettre encore un troisième cas de segmentation, et dès lors une troisième valeur de s, devant être substituée à son tour dans les formules. On a

$$s''_n = \frac{n+2}{3} - 2.$$

Maintenant, en comptant tous les corpuscules observés, nous remarquons que deux corpuscules de cette classe (IV) équivalent à un seul de la classe I, deux de la classe I à un seul de la classe II, deux de la classe II à un seul de la classe III; en sorte que :

$$\begin{array}{lcccccc}
\text{(IV)} & & \text{I} & & \text{II} & & \text{III}\\
 & & 38 & & 32 & & 8\\
4 & = & 2 & & & & \\
 & & \overline{40} & = & 20 & & \\
 & & & & \overline{52} & = & 26\\
 & & & & & & \overline{34}
\end{array}$$

le total équivaut à 34 corpuscules entiers de la classe III. Négligeons encore, pour le moment, le cas rare de segmentation dans la période précédant celles que nous avons nommées périodes de segmentation par excellence. Mettons encore de côté deux de nos 34 corpuscules, pour avoir affaire à un nombre 32 divisible itérativement par 2. Alors, désignant par a et b les deux cas principaux de segmentation, et partageant nos 32 corpuscules également entre ces deux cas, nous avons 16 corpuscules pour chacune des deux catégories; mais ceux qui appartiennent à la catégorie a, à segmentation dans la première période, font, par cela même, 32 corpuscules d'une classe inférieure. Il faut encore distinguer, dans ces deux catégories, entre les corpuscules qui, à un moment donné, ont déjà, et ceux qui n'ont pas encore subi la segmentation propre à la période. Nous indiquerons cette différence par a_1 et a_2, b_1 et b_2. Supposant maintenant que dans une masse de corpuscules, comme celle que nous avions l'occasion d'étudier, et dans laquelle toutes les phases de la période se trouvent entremêlées, la moitié des corpuscules ait déjà, et l'autre moitié n'ait pas encore, au moment de l'observation, subi la segmentation propre a cette période, il faudra de nouveau diviser nos nombres par deux. En tenant compte, en même temps, du doublement successif des nombres par la segmentation elle-même, nous obtenons, nommant l le nombre de corpuscules primitifs à partager:

$$\overbrace{\overbrace{\begin{array}{c} a\\ \tfrac{1}{2}\,l \times 2 = l \end{array}}^{}\qquad\qquad \begin{array}{c} b\\ \tfrac{1}{2}\,l \end{array}}^{l}$$

$$\begin{array}{cccc}
a_1 & a_2 & b_1 & b_2\\
\tfrac{1}{2}\,l \times 2 = l & \tfrac{1}{2}\,l & \tfrac{1}{4}\,l \times 2 = \tfrac{1}{2}\,l & \tfrac{1}{4}\,l\\
\text{classe I} : l & \text{classe II} & : \; l & \text{classe III} : \tfrac{1}{4}\,l.
\end{array}$$

en sorte que les 32 corpuscules primitifs, partagés de cette manière, nous fournissent pour les trois classes:

I	II		III
32,	32	et	8 corpuscules.

Les deux derniers nombres s'accordent avec les nombres observés. Il nous manque 6 corpuscules de la classe I et, en outre, les 4 de la classe (IV) négligée jusqu'ici. Supposant que les 2 corpuscules primitifs que nous avons mis de côté, appartiennent au troisième cas de segmentation précoce, désigné par α, et les partageant encore également entre α_1 et α_2, nous obtenons en tout:

2		32			
α		a		b	
$2 \times 4 = 8$		$16 \times 2 = 32$		16	
α_1	α_2	a_1	a_2	b_1	b_2
$4 \times 2 = 8$	4	$16 \times 2 = 32$	16	$8 \times 2 = 16$	8
(IV) $= \alpha_1$	I $(= \alpha_2 + a_1)$		II $(= a_2 + b_1)$		III $(= b_2)$
8	36		32		8.

Ces nombres, résultant de notre hypothèse, présentent un accord presque parfait avec les observations. Il n'y a que quatre corpuscules de trop dans la classe (IV), qui correspondent aux deux que l'on trouve manquer dans la classe I. Si cette circonstance n'est pas due au hasard, il faut admettre une répartition inégale pour α_1 et α_2, c'est-à-dire une répartition inégale des chances d'être segmenté entre les phases successives du commencement de l'époque de segmentation. La chance, très petite d'abord, s'augmenterait en avançant dans cette époque. Ceci n'est pas du tout improbable; je me suis même demandé, si la chance ne s'augmenterait pas jusqu'au milieu de l'époque entière, pour diminuer graduellement dans la seconde moitié. On trouve la discussion de cette question et l'indication d'observations ultérieures qui pourraient servir à la résoudre, de la page 67 à 72 du mémoire. Je me bornerai ici à dire que les observations actuelles ne trahissent point une telle répartition des chances, mais rendent probable une répartition égale pour

toutes les phases de l'époque, à l'exception seule de ses extrémités.

Il est clair que l'époque de segmentation pourra varier selon les circonstances. Dans l'estomac, les corpuscules sont exposés à des agitations et à des frottements continuels. Si l'on pouvait faire se développer la sarcine dans un repos parfait, la segmentation serait retardée sans doute. De même, des secousses plus fortes devraient hâter ce phénomène. Ensuite, la cohérence pourrait être dans un cas plus grande que dans un autre cas. Welcker a vu des corpuscules plus composés que ceux observés par Goodsir et par moi-même. Pour le cas tel qu'il s'est présenté dans nos observations, et en rendant compte de toutes les diversités provenant de la segmentation différente, l'état complet d'une colonie de sarcine, croissant et se multipliant par division, est donné, pour une période quelconque, dans le tableau faisant face à la page 67 du mémoire.

Toutes les formules que nous avons construites successivement, représentent le cours des phénomènes tel qu'il a été déduit immédiatement des observations, c'est-à-dire de période en période, de cycle en cycle. Or, quelques-uns de ces phénomènes sont, réellement, de nature périodique. Tels sont la multiplication des cellules, et la segmentation, qui se reproduisent d'une manière régulière, après de certains intervalles, dans chacune des surfaces, dans chaque direction. Mais l'accroissement est un phénomène de nature continue, et dont la loi, pour cette raison, ne peut être exprimée que par une fonction continue elle-même. Les observations nous ont appris qu'à la fin de chaque cycle de trois périodes, les dimensions sont le double de ce qu'elles étaient un cycle auparavant. C'est donc une relation, une loi, qui lie entre elles les dimensions acquises à des intervalles égaux. Elle est exprimée par la formule:

$$A_{m+n} = 2^{\frac{n}{3}} A_m$$

dans laquelle $\frac{n}{3}$ ou, plus correctement, $\varepsilon\frac{n}{3}$ indique le nombre entier de cycles, à partir du moment où la dimension était de A_m. Les ter-

mes qui furent ajoutés au facteur A_m (A_0 dans les formules) pour exprimer les dimensions à la fin des périodes individuelles dans chacun des cycles, sont de nature purement empirique. Le tout est le terme général d'une série discontinue, dans laquelle ne fut formulé que le résultat immédiat de l'observation. Or, les observations ne nous donnent jamais la fonction continue d'une manière immédiate. Qu'on choisisse les intervalles aussi petits que possible, ils ne sont jamais infiniment petits. Il faut toujours faire un petit saut, pour arriver, en partant de l'observation même des phénomènes, à la fonction continue qui en exprime la loi complète. Le moyen pour s'assurer s'il est probable qu'une loi, qu'on trouve lier entre eux les faits observés à des intervalles égaux, soit en même temps la loi générale, valable pour tous les moments, pour le cours entier du phénomène, consiste dans l'intercalation de valeurs intermédiaires, calculées d'après la loi en question, et qu'on puisse contrôler au moyen d'observations nouvelles.

Pour savoir avec probabilité si la loi $A_{m+n} = 2^{\frac{n}{3}} A_m$, qui, liée à la condition des nombres entiers pour $\frac{n}{3}$, exprime la relation entre les dimensions observées de cycle en cycle, est en même temps, sans cette restriction, la loi générale de l'accroissement linéaire, nous possédons un moyen de contrôle dans les dimensions finales des périodes individuelles, données par les observations. Intercalant entre 17μ et 34μ, nous trouvons:

	calculé.	observé.
$A_m =$	17μ	17μ
$A_{m+1} = 2^{\frac{1}{3}} . 17\mu =$	$21{,}4\mu$	22μ
$A_{m+2} = 2^{\frac{2}{3}} . 17\mu =$	27μ	27μ
$(A_{m+3}) = 2. \ 17\mu =$	34μ	34μ

Il y a donc accord entre le calcul, d'après cette loi, et l'observation, à l'exception du terme A_{m+1}; mais la différence pour ce terme lui-même n'excède guère la plus petite valeur adoptée dans les observations; et nous savons en outre que ce

terme a été déduit des observations avec un degré de sûreté un peu moindre que les autres.

En adoptant la loi citée comme loi générale de l'accroissement, on peut changer ce terme, et, d'après lui, les constantes et le facteur K_n, dans les formules antérieures (Mémoire, page 75). Mieux vaut cependant leur conserver, telles qu'elles sont, le caractère de formules exprimant le résultat immédiat des observations, indépendant de toute considération théorique. Pour autant qu'elles expriment la loi générale de l'accroissement, conformément à ce que nous avons conclu maintenant avec un haut degré de probabilité, elles prennent la forme très simple de:

$$\left.\begin{aligned} A_n &= 2^{\frac{n}{3}} . \quad 4{,}25\,\mu \\ B_n &= 2^{\frac{n-1}{3}} . \, 4{,}25\,\mu \\ C_n &= 2^{\frac{n-2}{3}} . \, 4{,}25\,\mu . \end{aligned}\right\} \quad (24)$$

où les divisions $\frac{n}{3}$ etc. ne sont plus bornées aux nombres entiers mais sont continuées jusque dans les fractions. Il va sans dire, que, pour rendre compte de la segmentation, il faut toujours abstraire de ces exposants les valeurs telles qu'elles ont été indiquées auparavant.

On peut poursuivre encore l'intercalation, en divisant par exemple la période en 10 parties égales et en calculant les dimensions des arêtes du corps, pour ces intervalles. (Mem. p. 76). On pourrait également trouver le moyen de poursuivre, parallèlement, le contrôle. En tout cas, cette intercalation nous fournit l'occasion de comparer le développement des surfaces, tel qu'il résulte de la loi déduite des observations, avec ces observations elles-mêmes. Nous avons commencé par disposer en série (page 221, 26 du mémoire) un certain nombre de surfaces observées, comme représentant les phases du développement commun, mais affectées de leurs déviations individuelles. Or voici le tableau des valeurs calculées, d'après la loi $A_n = 2^{\frac{n}{3}} . \, 4{,}25\mu$, pour les deux côtés de ces mêmes surfaces et pour

des intervalles égaux à $\frac{1}{3}$ de période; on n'a tenu compte, dans ce calcul, tout comme dans les observations, que des demi-unités de mesure:

16 cellules:		16 — 32 cellules:		32 cellules:		32 — 64 cellules:		64 cellules:	
côté court	côté long	côté court	côté long	côté court	côté long	côté court	côté long	côté court	côté long
μ	μ	μ	μ	μ	μ	μ	μ	μ	μ
11	13½	13½	17	13½	21½	17	21½	21½	27
11	14	14	18	14	22½	18	22½	22½	28
12	15	15	19	15	23½	19	23½	23½	29½
12	15½	15½	19½	15½	24½	19½	24½	24½	31
13	16	16	20½	16	26	20½	26	26	32½
13½	17	17	21½	17	27	21½	27	27	34

Nommant t le temps écoulé depuis le moment d'où nous commençons à compter, T la durée d'une période, nous avons $n = \frac{t}{T}$; et pour les dimensions des trois côtés à chaque instant, en tenant compte de la segmentation:

$$\left.\begin{aligned} A_t &= 2^{\frac{1}{3}\frac{t}{T} - s_n} \quad 4{,}25\,\mu \\ B_t &= 2^{\frac{1}{3}\left(\frac{t}{T} - 1\right) - s_{n-1}} \quad 4{,}25\,\mu \\ C_t &= 2^{\frac{1}{3}\left(\frac{t}{T} - 2\right) - s_{n-2}} \quad 4{,}25\,\mu \end{aligned}\right\} \quad (25)$$

La nature de l'accroissement lui-même, c'est-à-dire le changement de grandeur d'un moment infiniment petit à l'autre, est donné par les relations différentielles, semblables pour les trois directions:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial t} &= \frac{2^{\frac{1}{3}.\frac{t}{T}} .\ 4{,}25\,\mu}{3\,T} \text{ log. nép. } 2 = \frac{A_t}{T} .\ 0{,}231 \\ \frac{\partial B}{\partial t} &= \frac{2^{\frac{1}{3}\left(\frac{t}{T} - 1\right)} .\ 4{,}25\,\mu}{3\,T} \text{ log. nép. } 2 = \frac{B_t}{T} .\ 0{,}231 \\ \frac{\partial C}{\partial t} &= \frac{2^{\frac{1}{3}\left(\frac{t}{T} - 2\right)} .\ 4{,}25\,\mu}{3\,T} \text{ log. nép. } 2 = \frac{C_t}{T} .\ 0{,}231. \end{aligned}\right\} \quad (26)$$

On y voit, que l'accroissement est, en chaque moment, proportionnel à la grandeur acquise. De même que ces dimensions linéaires, les surfaces et la masse entière s'augmentent en proportion directe de la surface, de la masse acquise. En d'autres termes, tout élément, toute cellule adjointe au corps, participe immédiatement, et dans la même mesure, à l'accroissement général, qui par là va toujours en augmentant. On voit encore que la vitesse d'accroissement est inversement proportionelle à la durée de la période. La valeur absolue de cette durée même n'est pas encore connue. Il faudrait pour cela l'observation directe de la sarcine vivante, comme nous avons dit dans le commencement. Probablement, on trouverait qu'elle est une fonction, non-seulement de la nature spéciale de cet organisme, mais encore des circonstances extérieures, telles que la température. Faisant $T = 1$, t exprime le nombre des périodes, prises pour unités, et les formules 25 et 26 deviennent

$$A_t = 2^{\frac{t}{3}}\ 4{,}25\ \mu \quad \text{etc.}$$

$$\frac{d\ A_t}{d\ t} = A_t .\ 1{,}231 \quad \text{etc.}$$

L'histoire des cellules dépend d'une manière très-simple de celle du corps entier. Dans chaque surface on n'aperçoit que des cellules semblables, offrant toutes, dans les mêmes directions, les mêmes phénomènes d'accroissement et de division. L'histoire du corps entier est partout, comme ici, le résultat, la somme de l'histoire des parties élémentaires; mais ici ces parties étant égales entre elles, le rôle qui convient à chacune d'elles en particulier est déterminé par simple division.

En divisant par le nombre des cellules le diamètre du corps dans chaque direction, on obtient pour quatre périodes successives, le nombre des cellules se doublant à chaque période:

	Période 1. 1 — 2 cellules,	Période 2. 2 — 4 cellules,	Période 3. 4 — 8 cellules,	Période 4. 8 — 16 cellules,
	dont l'accroissement et la division dans les trois directions:			
	μ	μ	μ	μ
A..	4,25 — 5,50	2,75 — 3,375	3,375 — 4,25	4,25 — 5,50
B..	3,375 — 4,25	4,25 — 5,50	2,75 — 3,375	3,375 — 4,25
C..	2,75 — 3,375	3,375 — 4,25	4,25 — 5,50	2,75 — 3,375

Il est clair que l'histoire de la cellule individuelle ne dure qu'une seule période. A chaque division, naît une autre génération de cellules, auxquelles le rôle des cellules-mères est transmis, et qui le poursuivent. La division des cellules, qui, par rapport au corps entier, se succède alternativement dans les trois directions, présente cette même alternation, non pas pour la cellule individuelle, mais dans l'histoire des générations de cellules, prises dans leur ensemble. Pour chaque direction on voit le diamètre des cellules, réduit à sa moitié par la division dans cette direction, s'augmenter pendant un cycle de trois périodes, jusqu'à ce qu'il ait atteint le double de sa valeur primitive et soit dimidié encore par une nouvelle division dans cette même direction. Mais ce sont trois générations successives qui accomplissent, ensemble, cet accroissement. Dans les deuxième et troisième de ces périodes deux générations nouvelles de cellules, nées par les divisions dans les autres directions, ont succédé à la première et ont continué la tâche que celle-ci avait commencée. Au moment de sa naissance chaque cellule a, dans les trois directions, trois dimension différentes: le plus petit diamètre, dans le sens de la division d'où la cellule dérive son existence comme telle; un diamètre moyen, dans la direction où se fit la division des cellules dans la période précédente; le diamètre le plus grand enfin, dans la direction où il y eut une division deux périodes auparavant. Or on voit, que ces diamètres différents représentent trois phases différentes d'un développement identique mais asynchrone pour les trois directions. Tout comme pour le corps entier, l'accroissement des cellules nous révèle dans les trois directions une seule et même loi; mais la différence de phase dans ces trois directions répondant tout justement à une de nos périodes, c'est-à-dire à la durée moyenne d'une génération de cellules, il y a ceci de particulier pour les cellules, que les trois éléments de l'accroissement complet, dans chacune des directions, sont répartis sur trois générations successives, et que chaque génération, ayant pour son partage un seul de ces éléments, en possède cependant la série complète dans l'accroissement des ses trois diamè-

tres différents. Par cette même cause, les cellules des générations successives sont égales entre elles, et nous offrent toujours les mêmes phénomènes d'accroissement et de division, seulement avec mutation régulière de leur direction relativement aux arêtes du corps entier.

Pour l'expression de l'accroissement de la cellule, nous avons en général, comme pour le corps entier (pag. 247):

$$A_{m+n} = 2^{\frac{n}{3}}.A_m$$

et

$$B_n = A_{n-1}$$
$$C_n = A_{n-2}$$

où il faut encore substituer pour A_m une valeur primitive a_o, et rendre compte de la division des cellules. Cette dernière a pour les cellules individuelles le même effet, que la segmentation pour le corps entier. D'ailleurs, la division des cellules, qui pour le corpuscule entier et pour ses surfaces est en quelque sorte un phénomène continuel, s'étendant sur la periode entière (toutes les cellules ne se divisant pas au même moment, mais le plus souvent successivement pendant tout le cours de période), est pour chacune des cellules en particulier un phénomène momentané et qui, dans l'histoire des générations successives, doit avoir un caractère périodique discontinu.

Il s'ensuit que la division, pour les cellules, doit être exprimée de la même manière que la segmentation pour le corps entier. Nommons d le nombre des divisions dans la direction la plus avancée, d' et d'' dans les deux autres, nous avons en comptant du moment où s'opère une division dans la première direction:

$$\left.\begin{aligned} a_n &= 2^{\frac{n}{3} - d_n} . \quad a_o \\ b_n &= 2^{\frac{n-1}{3} - d'_n} . \quad a_o \\ c_n &= 2^{\frac{n-2}{3} - d''_n} . \quad a_o \end{aligned}\right\} (27)$$

$$\left.\begin{aligned} &\text{et} \qquad d_n = \frac{n+2}{3} \\ &d'_n = d_{n-1} = \frac{n+1}{3} \\ &d'' = \frac{n}{3} \end{aligned}\right\} \text{nombres entiers.} \quad (28)$$

En substituant ces dernières expressions dans les autres (27), on arrive au cas où il faut absolument distinguer ces divisions, bornées aux nombres entiers, par le signe ε mentionné plus haut. [1]) On obtient:

$$a_n = 2^{\frac{n}{3} - \varepsilon \frac{n+2}{3}} \cdot a_0$$

$$b_n = 2^{\frac{n-1}{3} - \varepsilon \frac{n+1}{3}} \cdot a_0$$

$$c_n = 2^{\frac{n-2}{3} - \varepsilon \frac{n}{3}} \cdot a_0$$

Il est clair que le moment, à partir duquel nous commençons à compter le temps, doit être le moment de la naissance d'une cellule quelconque que nous considérons comme la première, et que a_0 sera la grandeur du diamètre le plus avancé, pour ce moment même. Or si nous voulons dériver l'histoire moyenne des cellules de celle du corps entier, ce moment ne pourra être identifié au commencement de la période de division pour la surface dans laquelle se trouve la cellule indiquée. Il est vrai que quelques cellules de la surface sont, à cet instant, nouveau-nées et se développeront pendant la période pour être divisées à sa fin même; mais, pour la plupart, elles sont plus avancées; quelques-unes même accomplissent déjà leur division en ce moment. En divisant le diamètre d'une telle surface par le nombre des cellules, on obtiendrait pour a_0 une valeur trop grande. On peut dire, que, en moyenne, la division des cellules se fait au milieu de la période; en moyenne, il faut donc chercher au milieu de la période précédente le moment de la naissance de cette

[1]) Dans le mémoire original, ce signe ε ne m'étant pas alors connu, la substitution n'a pas été faite, afin de ne pas réunir dans une même formule des fractions liées et d'autres non liées à la condition des nombres entiers.

génération. En désignant par τ le temps, tel qu'il sera compté dans l'histoire des cellules, on aura,

$$\tau = t + \frac{1}{2} T,$$

pour indiquer le rapport entre l'histoire normale des générations de cellules et celle que nous avons trouvée pour le corps entier; et les conditions des cellules, qu'on trouvera pour $\tau - \frac{1}{2} T$ et $\tau + \frac{1}{2} T$, indiqueront les limites des variations individuelles des cellules, dans une surface d'ailleurs régulière, au milieu de la période qui s'étend de t à $t + T$.

Pour déterminer la valeur de a_0, j'ai préféré mesurer quelques cellules directement. La plus petite que je vis, parmi celles qui étaient déjà divisées, avait dans cette direction un diamètre de 4,3 μ; la plus grande des cellules non encore divisées avait dans la direction de la division à venir un diamètre de 4,75 μ; la plus grande parmi celles qui parurent être divisées très-récemment était de 5 μ. La moyenne pour un état de division très récente fut trouvée 4,6 μ. Il en résulte, en interpolant au moyen des formules a et b, pour les trois directions:

$$a_1 = 4{,}6\,\mu$$
$$b_1 = 3{,}65\,\mu$$
$$c_1 = 2{,}9\,\mu$$

d'où

$$\left.\begin{aligned} a_0 &= b_1 = 3{,}65\,\mu \\ b_0 &= c_1 = 2{,}9\,\mu \\ c_0 &= a_1 = 2{,}3\,\mu \end{aligned}\right\} \quad (29)$$

L'histoire moyenne ou normale des cellules dans quatre générations successives, séparées chaque fois par une division momentanée, devient dès lors:

	génération première 1 cellule	génération seconde 2 cellules	génération troisième 4 cellules	génération quatrième 8 cellules
	μ	μ	μ	μ
A.	3,65 — 4,6 div.	2,3 — 2,9	2,9 — 3,65	3,65 — 4,6 div.
B.	2,9 — 3,65	3,65 — 4,6 div.	2,3 — 2,9	2,3 — 3,65
C.	2,3 — 2,9	2,9 — 3,65	3,65 — 4,6 div.	2,3 — 2,9.

Substituant $a_0 = 3{,}65\,\mu$ dans la formule (27), on obtient:

$$a_n = 2^{\frac{n}{3} - d_n} \,.\, 3{,}65\,\mu \text{ etc.} \tag{30}$$

ou bien:

$$a_t = 2^{\frac{1}{3}\frac{t}{T} - d_n} \,.\, 3{,}65\,\mu \text{ etc.} \tag{31}$$

Il s'ensuit enfin:

$$\frac{\partial a}{\partial t} = \frac{a_t}{T} \cdot \frac{1}{3} \text{ log. nép. } 2 = \frac{a_t}{T} \,.\, 0{,}231, \text{ etc.} \tag{32}$$

Comme pour le corps entier, ainsi pour les cellules l'accroissement en grandeur est, à chaque moment, proportionnel à la grandeur déjà acquise. Il est donc probable que toutes les particules de la paroi participent également à cet accroissement, et que toutes les molécules nouvelles, interposées entre les molécules déjà présentes un moment auparavant, poursuivent sans délai cette intussusception par laquelle la paroi entière augmente sa superficie. Il est vrai que cette explication n'est pas la seule possible; il se pourrait que quelques parties de la paroi eussent un accroissement plus rapide, balancé par un accroissement plus lent d'autres parties; pour le décider, il faudrait observer ces différentes parties de la paroi séparément. Mais c'est l'explication la plus simple et la plus probable, si l'on considère que l'accroissement est le même dans tous les sens, et indépendant de la direction particulière dans laquelle se fait la division.

Nous avons remarqué que les cellules présentent dans un même corps, dans une même surface, des déviations individuelles, l'une une accélération, l'autre un ralentissement relativement à leur développement normal, qui peuvent atteindre jusqu'à la moitié d'une période dans ces deux sens. Ces différences étant obtenues à la fois des 7 à 9 périodes, dans lesquelles un corpuscule adulte se développe d'une cellule simple, on doit s'attendre à des déviations encore plus grandes parmi les cellules des générations postérieures. La segmentation cependant fait que ces déviations ne peuvent avoir aucun effet sur la régularité des

corps ou de leurs surfaces, et peuvent seulement se trahir par une différence en grandeur et en composition entre les corpuscules appartenant à une même génération. Aussitôt que l'effet croissant de ces déviations surpasse une période entière il ne pourra se trahir encore que par le nombre des corpuscules d'une même descendance. Et c'est ici que ces déviations, si elles sont également distribuées des deux côtés de la condition normale, finissent par se contrebalancer et se sonstraire à l'observation.

A côté de ces déviations, l'on en remarque de plus grandes qui, par cela, influent sur la régularité des corpuscules et de leurs surfaces. Dans un angle, à un côté spécial de la surface, on voit l'accroissement et la division des cellules s'accélérer ou se retarder à un plus haut degré. On voit à côté l'une de l'autre des conditions qui ailleurs appartiennent à des périodes différentes. Les groupes des corpuscules ne sont plus égaux entre eux, les angles sont souvent arrondis etc., et l'irrégularité semble encore plus grande qu'elle n'est en réalité, parce que, ces surfaces n'étant plus planes, les corpuscules prennent souvent une position oblique. Le commencement d'une telle irrégularité est visible dans la figure 2 (ou les figures 11, 16, 17, 18, 23 du mémoire).

On voit souvent que dans un tel corps l'un des compartiments est tout à fait irrégulier, tandis que les autres présentent la forme régulière. Or, après un certain nombre de périodes, ces compartiments étant accrus à la grandeur où arrive la segmentation, le corpuscule est séparé en d'autres dont les uns sont parfaitement réguliers, tandis qu'un autre au contraire est irrégulier au plus haut degré. Mais il vient un temps où ce corpuscule irrégulier se segmentera lui-même. Par ce procédé les parties qui, sans être irrégulières en elles- mêmes, causaient par leur inégalité l'irrégularité de l'ensemble, en seront séparées une à une, jusqu'à ce que toutes les cellules du corpuscule, qui ont continué individuellement à s'accroître et à se diviser normalement, auront formé autant de corpuscules distincts. Le moment arrive donc où le corpuscule irrégulier, par segmentation réitérée, nous rend des corpuscules rentrés dans la forme normale et régu-

lière. On a distingué deux formes de la sarcine, l'une régulière, l'autre irrégulière; l'on voit que ces deux formes ne sont pas indépendantes l'une de l'autre mais passent l'une à l'autre alternativement. Nous voilà donc arrivés à l'explication complète des phénomènes qui furent observés, en commençant, dans une colonie de corpuscules de la sarcine, se multipliant par segmentation. Si dans tous ces corpuscules, à commencer de la cellule primitive, le dévéloppement avait suivi son cours normal, sans aucune déviation partielle ou individuelle, nous n'aurions pu observer dans cette masse que des corpuscules parfaitement égaux entre eux. De la latitude dans le terme de la segmentation naissent les corpuscules de genre différent, comme nous les avons distingués dans les observations; de petits défauts de simultanéité dans le développement des cellules individuelles d'une même surface résulte cette période de division dans les surfaces, qui nous a fourni dans le commencement le moyen de distinguer ces périodes elles mêmes; les déviations individuelles dans les corpuscules entiers et dans leurs surfaces font que les phases différentes du développement de la période sont représentées toutes à la fois dans les corpuscules d'une même classe. Enfin les déviations plus fortes relativement au temps, en d'autres termes, les déviations partielles plus accélerées occasionnent l'existence de corpuscules irréguliers à côté de ceux qui présentent la forme régulière.

Il nous faut revenir encore sur une question soulevée dans le commencement, et relative à la forme spéciale des cellules, par laquelle naissent les méats intercellulaires. Ces méats intercellulaires diffèrent en grandeur selon la place qu'ils occupent dans le corps. Pour expliquer cette inégalité, une différence d'âge se présente tout d'abord à l'esprit, mais il y a, comme nous avons déjà remarqué, des méats qui diffèrent notablement en grandeur, quoiqu'ils dérivent leur existence de la même période.

La place de tous les méats intercellulaires est indiquée par l'intersection de chacun des plans de division avec tous les plans de division qui existaient dans le corps avant lui. Leur

âge est déterminé par le plus récent des deux plans intersécants: il est clair que le méat intercellulaire ne peut être plus âgé que cette intersection même, et l'observation démontre qu'il naît bientôt après. Leur nature peut dépendre de la différence d'âge des plans intersécants; il faut commencer en tout cas par les distinguer sous ce rapport. A la page 95 du mémoire j'ai disposé toutes ces intersections d'après l'âge et la direction des plans intersécants et en indiquant leur différence d'âge par deux chiffres, dont l'un, le plus grand, est celui de l'âge (en périodes) du plan le plus récent, le plus petit, celui de l'âge du plan le plus ancien. De ce tableau est déduit un autre où les méats intercellulaires sont disposés en séries; les séries diffèrent entre elles par la différence d'âge entre les deux plans intersécants; les méats dans chacune des séries étant disposés d'après leur âge, c. a. d. d'après l'âge du plan intersécant le plus récent des deux. Je ne répéterai ici que ce dernier tableau. Les méats y sont désignés par les lettres qui indiquent la direction des plans de division qui se coupent, et par leurs numéros d'ordre.

MÉATS INTERCELLULAIRES.

	série 1.	série 2.	série 3.	série 4.	série 5.	série 6.	série 7.	série 8.
	différence d'âge des deux plans de division intersécants							
de	1	2	4 (1 + 3)	5 (2 + 3)	7 (1+2×3)	8 (2+2×3)	10 (1+3×3)	11 périod. (2+3×3)
0	$B_3\ A_3$	$B_3\ C_2$	$B_3\ A_2$	$B_3\ C_1$	$B_3\ A_1$	$B_3\ C_0$	$B_3\ B_0$	$B_3\ C_{-1}$)
1	$A_3\ C_2$	$A_3\ B_2$	$A_3\ C_1$	$A_3\ B_1$	($A_3\ C_0$)	($A_3\ B_0$)	($A_3\ C_{-1}$)	($A_3\ B_{-1}$)
2	$C_3\ B_2$	$C_2\ A_3$	$C_3\ B_1$	$C_3\ A_1$	($C_2\ B_0$)	($C_2\ A_0$)	($C_2\ B_{-1}$)	
3	$B_2\ A_2$	$B_2\ C_1$	$B_2\ A_1$	($B_2\ C_0$)	($B_2\ A_0$)	($B_2\ C_{-1}$)		
4	$A_2\ C_1$	$A_2\ B_1$	($A_2\ C_0$)	($A_2\ B_0$)	($A_2\ C_{-1}$)	($A_2\ B_{-1}$)		
5	$C_1\ B_1$	$C_1\ A_1$	($C_1\ B_0$)	($C_1\ A_0$)	($C_1\ B_{-1}$)			
6	$B_1\ A_1$	($B_1\ C_0$)	($B_1\ A_0$)	($B_1\ C_{-1}$)				
7	($A_1\ C_0$)	($A_1\ B_0$)	($A_1\ C_{-1}$)	($A_1\ B_{-1}$)				
8	[$C_0\ B_0$]	[$C_0\ A_0$]	[$C_0\ B_{-1}$]					
9	[$B_0\ A_0$]	[$B_0\ C_{-1}$]						
10	[$A_0\ C_{-1}$]	[$A_0\ B_{-1}$]						
11	[$C_{-1}\ B_{-1}$]							

Entre ( ) sont placés ces méats intercellulaires primitifs, qui, par suite d'une segmentation, se trouvent maintenant à la superficie du corps et n'y forment que des sillons; entre [ ], ceux qui se trouvaient aux coins du corpuscule, lorsqu'il était encore réuni à cette place à trois autres corpuscules maintenant séparés. Il n'est resté des premiers méats que la moitié de leurs contours; des derniers seulement la quatrième partie, c. a. d. la partie extérieure arrondie des cellules qui longent le côté du corps.

Il faut maintenant pouvoir retrouver ces différents méats intercellulaires dans les corpuscules eux-mêmes, ce qui n'est pas difficile, si l'on poursuit tous les plans de division d'après ce que nous avons remarqué auparavant sur leur succession dans le corps et dans ses surfaces. Afin de faciliter les recherches j'ai donné dans la planche XIII (III du mémoire) la figure beaucoup agrandie du corpuscule dont les trois surfaces étaient reproduites dans la figure 14 (47) de la planche XII (II). C'est un corpuscule de la classe moyenne. En divisant par le plan A, on a un corpuscule des plus petits; en ajoutant ce qui a été esquissé par une ligne ponctuée, on a un corpuscule des plus composés. Ayant déterminé la classe à laquelle appartient un corpuscule que l'on observe et la nature de la surface qui se présente à l'oeil, on retrouve facilement les méats intercellulaires d'après la place qu'ils y occupent.

En second lieu, il faut comparer ces méats intercellulaires entre eux, et en sorte que chaque comparaison donne une réponse directe à une question bien posée auparavant. Il faut comparer d'abord les méats qui ne diffèrent entre eux que par leur âge; ensuite, ceux qui ont le même âge mais appartiennent à des séries différentes. De cette manière on observe séparément l'effet de l'âge et celui d'autres circonstances sur leurs dimensions.

Le mieux sera de se servir, pour cette comparaison, des corpuscules de la sarcine eux-mêmes. De cette manière on contrôlera mes observations. Pour suivre plus facilement les indications que je vais donner on pourra se servir des figures du mémoire; je puis ajouter qu'elles ont été dessinées et gravées longtemps avant

que je commençai cette partie de mes recherches, en sorte qu'elles ne peuvent avoir subi aucune influence théorique. Elles s'accordent avec ce que j'ai cru pouvoir affirmer plus tard; mais les parties dont il s'agit maintenant sont si petites, leurs contours si tendres (plus tendres qu'ils n'ont pu être gravés), de petites anomalies ont un effet relativement si grand sur leurs dimensions, que je n'ai osé donner des mesures. Je me suis donc borné aux questions pour lesquelles il suffisait de décider lequel de deux méats intercellulaires, différents sous un des rapports d'âge ou d'origine, était le plus grand, et encore, parmi ces comparaisons, ne me suis-je fié qu'à celles qui pouvaient se faire entre deux méats intercellulaires visibles dans la même surface d'un même corpuscule.

C'est pour cette raison que, comparant d'abord entre eux les méats intercellulaires qui appartiennent à la première série, je n'ai pas comparé immédiatément la première $^{1}1$ avec la seconde $^{1}2$, celle-ci avec la troisiéme $^{1}3$, etc. Dans ce cas, il aurait fallu rechercher les méats intercellulaires à comparer dans des surfaces différentes. Mais j'ai comparé $^{1}1$ avec $^{1}4$, $^{1}2$ avec $^{1}5$, $^{1}3$ avec $^{1}6$, $^{1}4$ avec $^{1}7$. De cette manière on trouve chaque fois les deux méats à comparer réunis dans la même surface. De plus leur âge diffère d'un cycle, en sorte que leur différence, pour autant qu'elle dépend de l'âge, est observée plus facilement et avec plus de sureté, que dans les cas où la différence n'est que d'une seule période. En comparant ces méats ensemble, on voit clairement que le méat d'abord à peine visible ($^{1}1$, au centre des petits groupes de quatre cellules dans les surfaces en repos) a après un cycle de trois périodes une dimension notablement plus grande ($^{1}4$ au centre d'un groupe de 16 cellules dans ces mêmes surfaces), laquelle est encore doublée, ou un peu plus dans le cycle suivant ($^{1}7$ au centre d'une surface à 64 cellules en repos). Entre $^{1}6$ et $^{1}3$, $^{1}5$ et $^{1}2$, $^{1}4$ et $^{1}1$, on observe la même relation; le diamètre est plus que doublé dans le courant du cycle, et surtout considérablement augmenté depuis $^{1}1$ jusqu' à $^{1}4$.

L'accroissement s'approche donc de plus en plus d'un dou-

blement de la grandeur pendant le cours d'un cycle de trois périodes, mais au commencement cet accroissement est plus fort. Le doublement du diamètre pendant un cycle peut être expliqué simplement par l'accroissement de la partie de la paroi des cellules qui forme le contour du méat intercellulaire; il nous faut seulement une cause spéciale pour en dériver l'accroissement plus fort dans le commencement, comme encore pour expliquer l'origine même de ces méats.

Les méats de même âge mais appartenant aux séries première et seconde, et de même ceux qui ont une place analogue dans les séries troisième et quatrième, cinquième et sixième, etc., ne sont pas si faciles à comparer. Ils s'observent dans des surfaces différentes du même corps; il faut donc retourner les corpuscules ou bien se servir de surfaces analogues dans des corpuscules différents. La première de ces méthodes ne peut-être employée s'il faut comparer les objets immédiatement et non pas au moyen d'esquisses ou de mesures; la seconde n'offre par assez de sûreté. Je me borne donc à indiquer en quoi diffère la nature des méats appartenant à ces séries. La cellule-mère qui se divise a, dans ce moment, en moyenne, un diamètre de 4,6 μ dans la direction même de la division. Dans les deux directions perpendiculaires à celle-ci le diamètre est en même temps de 3,65 μ et de 2,9 μ. Nommons ce premier diamètre l'axe principal, ses extrémités les pôles; le plan des deux autres axes est alors le plan de l'équateur, qui, après la division, est en même temps celui de la nouvelle cloison. Or, pendant la période de l'existence des deux cellules comme telles, il y a un accroissement dans le sens du diamètre le plus grand de cet équateur, ou de cette cloison, de 3,65 μ à 4,6 μ; dans le sens du diamètre le plus petit, de 2,9 μ à 3,65 μ. Si donc l'équateur lui-même, pendant cette période, ne s'augmente pas du tout, il se sera formé une constriction relative, un sillon, à la place de cet équateur; constriction qui doit avoir, des deux côtés du diamètre le plus grand de la cloison, en somme une profondeur de 4,6 μ — 3,65 μ = 0,95 μ.; des deux côtés, pris encore ensemble, du diamètre le plus petit de la cloison,

cette même constriction doit être en ce cas de $3{,}65\,\mu - 2{,}9\,\mu =$ $0{,}75\,\mu$. Nous savons que chacun des méats intercellulaires est formé par deux de ces constrictions on sillons opposés. Ainsi il est probable que les méats intercellulaires nés aux deux côtès de ce diamètre le plus grand de l'équateur soient, en général, plus grands, dès leur naissance, que ceux qui naissent aux deux côtés du diamètre le plus petit. Or, ce sont justement ces derniers qui se trouvent rangés dans toutes les séries d'ordre pair, tandis que les premiers forment les séries d'ordre impair. Pour constater la différence, il faudrait comparer entre eux les méats de même âge de la série première et de la seconde, etc., mais nous avons déjà remarqué que leur section transversale se présente dans des surfaces différentes. Sachant d'ailleurs que la différence ne peut excéder en tout cas quelques dixièmes de μ., il nous paraît-plus sûr de passer sous silence la réponse affirmative, que les observations semblaient donner à cette question.

La comparaison des séries impaires et celle des séries d'ordre pair, entre elles, ne présente pas ces difficultés. Ce sont les méats intercellulaires qui naissent vis-à-vis l'un de l'autre aux deux extrémités du diamètre le plus petit, ou bien du diamètre le plus grand des cloisons récentes.

Des deux côtés du diamètre le plus petit naissent:

(A C) $^{1}1$ vis-à-vis de $^{4}1$ ($^{7}1$) ($^{10}1$) etc.

et se développent plus tard en:

(B C) $^{1}2$ vis-à-vis de $^{4}2$ ($^{7}2$) ($^{10}2$) etc.
(A B) $^{1}3$ „ „ „ „ $^{4}3$ ($^{7}3$) ($^{10}3$) etc.
(A C) $^{1}4$ „ „ „ „ ($^{4}4$) ($^{7}4$).

Des deux côtés du diamètre le plus grand naissent:

(A B) $^{2}1$ vis-à-vis $^{5}1$ ($^{8}1$) ($^{11}1$) etc.

et se développent dans les périodes suivantes en:

(A C) $^{2}2$ vis-à-vis de $^{5}2$ ($^{8}2$) ($^{11}2$)
(B C) $^{2}3$ „ „ „ „ $^{5}3$ ($^{8}3$) etc.

On reconnaît à la première vue la grande différence entre ces méats intercellulaires placés vis-à-vis l'un de l'autre. Les uns

([1]1 ou [2]1), dans le centre des petits groupes de quatre cellules en repos ou en division, sont presque nuls ou très-petits. Les autres, formés en même temps à l'extérieur de ces groupes, ont un diamètre assez notable. Il s'ensuit que pendant la période d'accroissement de ces quatre cellules, formant deux couples opposés, la constriction de l'équateur dans chaque couple est divisée très inégalément aux deux côtés opposés. Pour expliquer ce phénomène on pourrait supposer un accroissement plus fort de ces parties de la paroi qui finissent par bomber le plus vers l'extérieur. Mais la question ne serait que reculée par cette supposition. Il faudrait encore donner raison de cet accroissement particulier ou bien l'accepter comme tel sans explication. Or je ne crois pas trop hasarder, si je suppose ici une relation intime entre l'âge différent des plans de division, dans lesquels se forment les méats intercellulaires, et le diamètre de ces méats eux-mêmes. Les couples de cellules formant ensemble le petit groupe de quatre, sont séparés entre eux par un plan de division très récent; à l'extérieur ils sont limités par des plans, dont l'âge compte un cycle entier ou plusieurs cycles de plus. En d'autres termes: les deux couples sont unis entre eux au moyen de parois-mères, dont l'âge n'excède celui des cellules elles-mêmes que d'une seule ou de deux périodes; chacun d'eux est uni aux groupes voisins au moyen de parois, qui comprennent les groupes entiers, et qui sont âgées d'un ou de plusieurs cycles de plus. Nous savons, par l'observation du phénomène de la segmentation, que la cohérence de ces parois diminue avec l'âge; il s'ensuit qu'une force, tendant à rompre la cohérence des parois des deux côtés, rencontrera une résistance plus grande du côté où l'union est établie par des parois plus âgées. Le déplacement, toutes les circonstances d'ailleurs étant égales, doit être en raison des forces qui restent après soustraction des résistances. En somme, si le couple de cellules, par suite de son développement seul, devait se resserrer également des deux côtés, il sera forcé, par l'inégalité de ces résistances, de se retirer le moins du couple auquel il est le plus

fortement uni, et d'autant plus de l'autre couple, avec lequel sa cohérence est plus faible.

Si telle est réellement la cause de la constriction inégale des deux côtés, les parois de cellules doivent se trouver dans un état de tension. Supposons que cette tension persiste [1]), pendant que les résistances, comme nous le savons, changent avec le temps. Alors il est possible que des parois, maintenant encore fortement unies, seront désunies plus tard; qu'un méat intercellulaire se forme encore ou grandit là où sa formation fut empêchée ou entravée au commencement. De cette manière s'expliquerait pourquoi les méats intercellulaires de la première et de la seconde série, d'abord si petits, présentent bientôt un agrandissement beaucoup plus fort, pendant un cycle, que ce doublement qui peut être attribué à l'accroissement des parois mêmes. Pour les méats des autres séries cette cause d'agrandissement n'existerait pas; au contraire, il faudrait plutôt trouver là un accroissement plus petit; en tout cas l'inégalité d'abord si grande entre ces deux méats opposés, devrait être trouvée moindre entre ces mêmes méats observés quelques périodes plus tard.

En comparant les diamètres des méats intercellulaires, ou plu-

---

[1]) On ne peut décider à priori si une tension effectuée dans le tissu vivant par une force mécanique, persistera ou se perdra pendant l'accroissement des parties. En expliquant sa théorie de l'accroissement de la fécule, Nägeli a adopté deux principes: 1°, que l'intersusception de molécules nouvelles dépend de la disposition de celles qui sont déjà présentes, et 2° que l'intersusception est entravée, quelquefois empêchée, par tension positive (compression), favorisée au contraire par tension négative (extension). D'après le premier principe (l'attraction moléculaire étant plus grande où il y a plus de molécules) la tension sera entretenue par l'accroissement et pourra même être ravivée après s'être perdue sous forme d'élasticité ordinaire. D'après le second principe, un changement de forme, occasionné par violence mécanique, peut être consolidé organiquement par l'accroissement lui-même. Or, ces deux agents ont leurs limites, et l'effet peut varier selon la durée de la violence extérieure, son extension, et encore selon la nature du tissu. En général, les phénomènes de l'élasticité forment un chapitre assez difficile dans la physique des corps inorganisés, et ils sont compliqués encore dans les organismes par les changements qu'y apporte la vie.

tôt la profondeur des constrictions qui font partie de ces méats:

$^{1}1$ avec $^{4}1$
$^{1}2$ „ $^{4}2$
$^{1}3$ „ $^{4}3$
$(^{1}4)$ „ $(^{4}4)$

l'on voit en réalité que ces constrictions opposées, d'abord si différentes, s'approchent, à la fin, d'un état d'égalité. Il est encore important de comparer entre celles les constrictions faisant partie des méats $^{4}1$, $^{7}1$, $(^{10}1)$ etc, qui dans les couples différents sont opposés à $^{1}1$, et de même celles de $^{5}1$, $(^{8}1)$ $(^{11}1)$ etc, opposés à $^{2}1$. La résistance des parois entre lesquelles se forment les méats $^{1}1$ et $^{2}1$, et qui sont âgées de deux et de trois périodes, est ici comme la mesure commune pour les résistances offertes par la cohérence des parois âgées de 5, 8 et 11, de 6, 9 et 12 périodes. On aperçoit réellement une différence dans ces constrictions, qui sont d'autant plus profondes que les parois mêmes sont plus âgées. C'est encore une confirmation de ce que nous avons avancé, que la profondeur relative de la constriction dépend de la force avec laquelle les parois adhèrent entre elles. En voulant expliquer toutes ces diversités de forme et de grandeur, par des lois d'accroissement particulières pour les parties différentes, il faudrait supposer de ces accroissements particuliers, motivés par l'effet seul, non seulement pour les parties différentes d'une même cellule, mais encore pour les cellules différentes du corpuscule.

J'ai observé quelques corpuscules d'une apparence plus ou moins tordue, dans lesquels il n'y avait que peu ou point de méats intercellulaires, mais dont le contour était marqué au contraire par des sillons plus profonds. Je crois devoir expliquer ces corps comme une anomalie à cohérence très forte ou bien à élasticité très faible des parois, en sorte que la dernière n'avait pu vaincre la première. Le contraire s'observe dans les corpuscules traités avec l'acide nitrique ou la potasse caustique (fig. 33—44 du mémoire). Les méats y sont plus réguliers et d'ailleurs plus grands que dans les corpuscules naturels. L'acide ou l'alcali doit avoir

avancé la solution des parois-mères et diminué leur cohérence, gonflant en même temps les cellules et fortifiant par là leur tension.

Les méats intercellulaires, grandissant toujours par l'accroissement des parois qui les circonscrivent, doivent à la fin égaler le diamètre moyen des cellules. Dans ce cas, chacune des cellules environnantes est libre de toute cohérence, vers ce côté, sur la moitié de son étendue, et aussitôt qu'il y aurait encore une division des cellules dans cette direction, des cellules entières feraient face aux méats. Encore plus tard, il y aurait des séries formées de plusieurs cellules, libres de ce côté, et de cette manière il s'effectuerait enfin une segmentation partielle, si la segmentation ordinaire ne s'était faite déjà plusieurs périodes auparavant. Les méats les plus grands que j'ai pu observer se trouvent au centre des surfaces à 64 cellules en repos. J'en ai mésuré quelques-uns et j'ai trouvé, en moyenne, un diamètre de $2\frac{1}{2}$ μ dans le sens des côtés les plus longs de la surface. C'est donc $1\frac{1}{4}$ μ pour chacune des deux constrictions, tandis que les cellules dans cette même direction ont un diamètre de 2,9 à 3,65 μ, ce qui fait pour leur moitié $1\frac{1}{2}$ à $1\frac{3}{4}$ μ. Dans la direction de l'autre diamètre, où les cellules sont un peu plus courtes (2,3 à 2,9 μ), on les voit déjà détachées en partie. Mais pour bien voir ce phénomème il faudrait observer des corpuscules plus composés, tels qu'ils ont été vus par Goodsir, par Virchow et par Welcker.

De ce demi-diamètre des méats intercellulaires au centre d'une surface à 64 cellules en repos, on peut, en éliminant par division l'effet de l'accroissement, remonter à l'état des constrictions, un ou deux cycles auparavant. En supposant qu'à cette période on puisse négliger l'inégalité des constrictions opposées, on trouve leur somme égale au diamètre entier, soit $2\frac{1}{2}$ μ. Pour la somme des deux constrictions opposées à l'extérieur des groupes de 16 cellules on en déduit une valeur de $1\frac{1}{4}$ μ, et enfin pour la constriction totale de ce diamètre de l'équateur dans le couple primitif de cellules une valeur de 0,6 μ. Cette valeur doit être un peu trop petite, quand la différence des constrictions opposées ne s'est pas tout à fait égalisée encore après

deux cycles; en tout cas elle approche de très près le maximum, de 0,75 μ, auquel la somme de ces constrictions des deux côtés devrait s'élever dans le cas où l'equateur du couple comprenant la cloison récemment née, n'eût eu aucun accroissement en largeur pendant le cours de cette première période.

Il n'étonnera personne que la jeune cloison ne commence à s'étendre en largeur qu'après une période, dans laquelle elle s'accroît en épaisseur; non plus, que la cellule mère, là où se fait cette formation nouvelle, n'augmente pas sa circonférence. Pour celle-ci ce n'est pas autant un arrêt temporaire et local de l'accroissement, qu'un changement local de la direction de celui-ci, les méridiens devant s'allonger autant que l'équateur et les parallèles voisins restent en arrière à la place de la constriction. Nous avons toujours considéré ici les cellules d'un même couple ensemble et comme formant un seul tout. Il est très difficile, en effet, de distinguer dans un tissu qui s'augmente par division, le rôle qui convient à chacune des générations emboîtées. Chaque paroi se compose de couches différentes, dont l'intérieure appartient plus spécialement aux cellules-filles, les extérieures aux cellules-mères; mais elles y forment un tout bien uni, et ne se distinguent même pas à la vue dans les cellules de la sarcine. Cependant, il me paraît probable qu'ici le siége principal de l'accroissement ne doit pas être cherché dans cette couche intérieure. Je pense plutôt, que cette couche jeune et tendre se comporte, pendant la première période de son existence, passivement envers les couches immédiatement enveloppantes, qu'elle se trouve envers celles-ci, comme le dirait Nägeli, en état de tension négative. De cette manière serait expliqué, pourquoi la partie de cette paroi qui participe à la cloison récente ne présente encore aucun accroissement en largeur, tandis que la partie, aussi jeune qu'elle mais qui se présente comme couche intérieure accolée à la paroi des cellules-mères, commence tout d'abord à grandir selon la loi que nous connaissons. Les couches les plus extérieures de la paroi, appartenant aux cellules-mères de générations beaucoup plus anciennes, et offrant un état de dissolution plus ou moins avancée, doivent être encore à l'état de tension

négative; c'est-à-dire, aussitôt que leur accroissement diminue, elles doivent être distendues mécaniquement sur les couches intérieures, où se trouve le siége principal de l'accroissement. Mais ici la tension, par la nature des couches même, doit hâter la dissolution. Il y aurait donc, en passant des couches intérieures les plus jeunes, aux extérieures, adultes et vieillies, d'abord un accroissement passif provoqué par tension négative; puis accroissement vigoureux et spontané; enfin diminution d'intersusception et de vie, et de nouveau tension négative mais aboutissant à une dissolution complète. Cette succession serait en même temps l'histoire de chaque couche en particulier.

La forme de la cellule est celle d'un parallélipipède rectangulaire, mais dont les arêtes et les angles sont arrondis à différents degrés. Si l'on remarque pour une cellule quelconque les plans de division qui limitent sa paroi (Mém. p. 109), on voit qu'ils présentent de l'un à l'autre une différence d'âge d'une période au moins. De même, toutes les douze arêtes, formées par les intersections de ces plans, sont d'une nature et d'un âge différents. On voit aussi, que ces éléments varient d'une cellule à l'autre selon la place qu'elles occupent dans le corps entier. Je n'ai pas donné les formules par lesquelles la forme complète de ces cellules pourrait être representée comme une conséquence des lois du développement, si nous connaissions celles-ci dans tous leur rapports numériques. Sans ces données, qui ne pourraient être déduites que de mesures directes, ces formules ne seraient que des cadres vides. L'extrème petitesse des objets a enfin mis un terme à l'observation. Je crois cependant avoir démontré, avec un haut degré de probabilité, que les différences qui s'observent dans les parties différentes des cellules, et dans les cellules différentes du corps, s'expliquent toutes par une différence de phase, les lois du développement étant toujours les mêmes. Accroissement et division des cellules dans trois directions perpendiculaires l'une sur l'autre, obéissant dans ces trois directions à la même loi, mais avec une différence de phase répondant à une de nos périodes; constriction des cellules-mères à la place des cloisons récentes; destruc-

tion des parois avec l'âge — voilà les phénomènes fondamentaux auxquels est réduite toute la diversité des phénomènes observés. La sarcine, par sa simplicité et par sa régularité, était un objet plus propre que tout autre à un premier essai du genre de recherches que nous avons tenté ici, recherches difficiles, sans doute, mais absolument nécessaires si l'on veut parvenir à la connaissance exacte et, autant que possible, à l'explication, à l'intelligence des phénomènes de la végétation.

A côté de la multiplication par segmentation il reste encore à découvrir pour la sarcine la propagation par sporules. Frerichs a vu la sarcine se développer, chez un chien à fistule stomacale, de cellules simples. Il faudrait encore connaître l'origine de ces cellules, ce qui peut-être jetterait quelque lumière sur la nature de la sarcine elle-même. Se trouve-t-elle, sous une autre forme, en dehors du corps de l'homme ou des animaux? Voilà une question bien importante qui est encore à résoudre. Il en est de même de l'autre espèce du genre *Sarcina*, appelée *Sarcina Welckeri* par M. Rossmann et décrite amplement dans le beau mémoire de M. Welcker lui-même. Comment arrive-t-elle dans la vessie de l'homme vivant? Son apparition semble être plus problématique encore que celle de la sarcine ordinaire dans l'estomac. Ne cherchons pas à deviner; multiplions nos observations, c'est la seule manière de trouver la vérité. [1])

[1]) Pendant la correction de la dernière épreuve de cette feuille, il m'arrive le numéro 26 de la *Botanische Zeitung* avec l'article de M. Hallier au sujet de mon mémoire. M. Hallier ayant répeté mes expériences, a trouvé confirmée la présence de la cellulose dans la paroi des cellules de la sarcine, et l'admet, toujours avec quelque réserve, comme preuve de la nature végétale de cette production. Après avoir traité la sarcine avec l'acide nitrique, il a obtenu la coloration bleue au moyen du réactif de la cellulose. Mais il pense que la matière étrangère, qui fait obstacle à la réaction immédiate de la cellulose, est l'acide silicique et non une matière organique azotée. Or, sans entrer en plus de détails, je remarque seulement que, s'il en était ainsi, l'acide nitrique, qui ne détruit ni ne dissout l'acide silicique, serait insuffisant à rendre la paroi des cellules accessible à la réaction de la cellulose. Quoi qu'il en soit des observations de l'auteur sur le résidu que lui a laissé la sarcine après la calcination au chalumeau et après le traitement par un mélange d'acide nitrique et de chlorate de potasse (expériences que je ne puis répéter pour le moment, n'ayant plus de sarcine à ma disposition), il est clair que la matière, qui empêche la réaction immédiate de la cellulose dans les parois des cellules, et qui en est écartée au moyen de l'acide nitrique, ne peut être en aucum cas l'acide silicique.

Juin, 1866.

Explication des planches.

Planche XII, fig. 1—5; corpuscules de la sarcine, dans leur état naturel.

Fig. 6, 7, 8, groupes de seize et de quatre cellules, placés à côté de figures copiées de l'ouvrage de Robin (*b*, *c*, *d*), et représentant, d'après l'interprétation donnée jusqu'ici, un groupe de quatre cellules et des cellules simples quadrilobées.

Fig. 9 — 11, cellules coloriées en bleu par la solution de Schultz après digestion dans la potasse caustique.

Fig. 12 — 13, groupes de cellules traitées par la solution de carmine, pour l'observation des cytoblastes.

Fig. 14, corpuscule observé dans les trois surfaces, *ab. bc. ac.*

Fig. 15, figure schématique du même corpuscule, avec indication des numéros d'ordre des plans de division.

Planche XIII, Figure schématique pour retrouver les méats intercellulaires de genre et d'âge différents selon la notation admise dans le mémoire; elle est copiée d'après la figure 47 de l'autre planche en agrandissant considérablement.

EMBRYOGÉNIE DES PLANAIRES D'EAU DOUCE PAR B. KNAPPERT,

COMMUNIQUÉ PAR

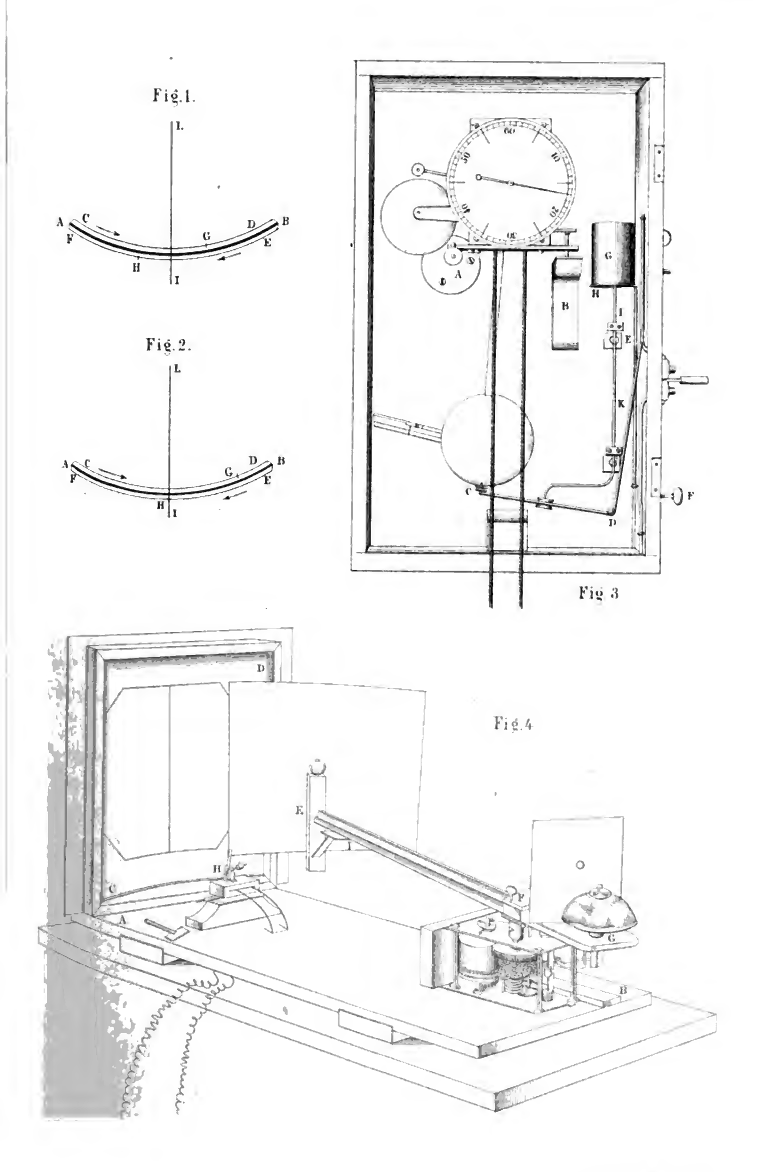
M. J. VAN DER HOEVEN.

Le développement des embryons chez les Planaires d'eau douce fait le sujet d'un Mémoire, écrit en Hollandais, qui a été publié par la Société des Sciences et des Arts de la Province d' Utrecht. (*Bijdragen tot de ontwikkelings-geschiedenis der Zoetwater-Planariën*, *door* Dr. B. Knappert, *in leven praktiserend geneesheer te Maassluis. Eene door het Provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen bekroonde Prijsverhandeling. Met twee platen.* Utrecht 1865 4°). Comme on sait, ces vers turbellariés pondent des petits cocons, qu'on trouve dans les eaux douces, surtout pendant le printemps dans la cavité intérieure des tiges et des

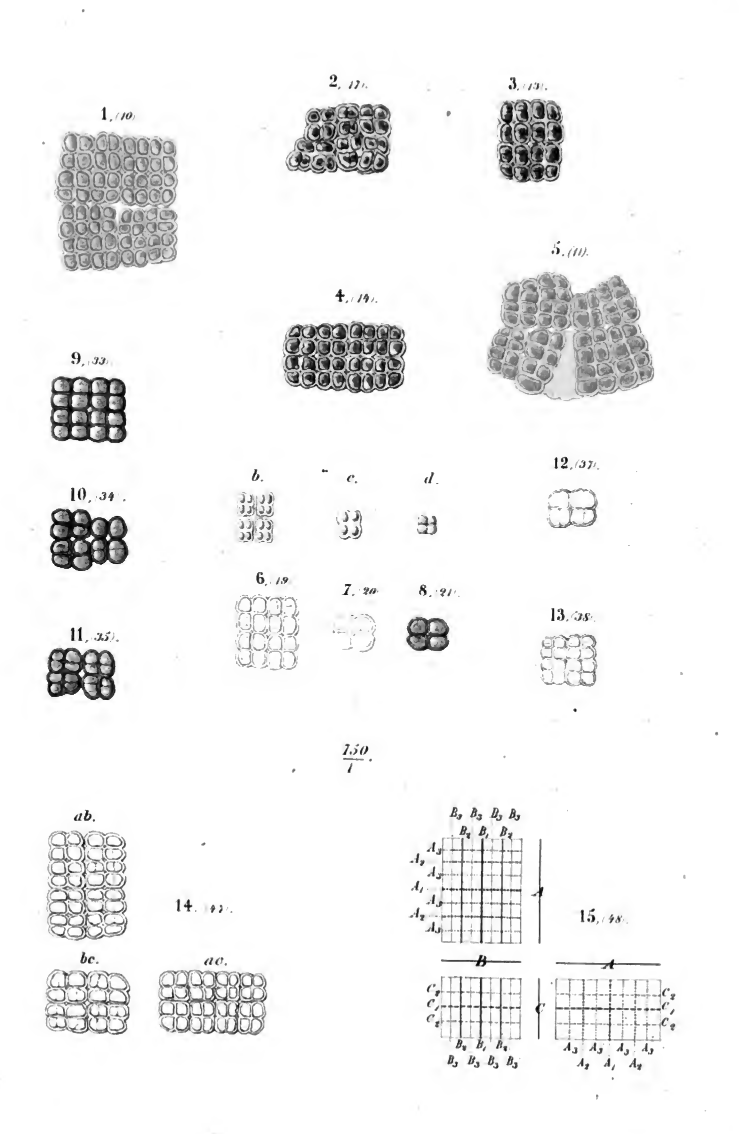
stolons du *Sium latifolium* et *angustifolium*, et vers le milieu de l'été attachés aux bractées des *Hydrocharis morsus ranae* ou placés entre les touffes des *Ceratophyllum ramosum*. Chaque cocon renferme de quatre à six oeufs, ou même davantage, qui sont entourés d'une matière nutritive; celle-ci montre sous le microscope des cellules suspendues dans un fluide parfaitement incolore et limpide. Les ovules exigent pour être vus des précautions délicates, et ils ont échappé aux recherches du Professeur von Siebold, qui croyait que la formation des oeufs se faisait dans les cocons aux dépens du fluide plastique. Comme commencement du travail embryogénique on observe dans ces ovules la division ou le fractionnement du vitellus. La membrane délicate qui entoure l'oeuf (*la membrane ovarique* de M. Quatrefages) disparaît entièrement pendant le développement. Le contenu de l'oeuf se divise bientôt en deux parties, l'une centrale, l'autre périphérique. La partie périphérique se sépare alors en deux couches; la couche intérieure (*feuillet muqueux*) sert à former les parois du canal alimentaire, tandis que la couche extérieure se transforme ou se différencie pour donner origine aux systèmes musculaire et tégumentaire. La cavité qui résulte de la séparation de ces deux couches constituera dans la suite la cavité générale du corps, dans laquelle on voit chez les Planaires parfaites quantité de fibres musculaires qui la remplissent en s'entrelaçant.

Ce mémoire a été publié après la mort du jeune observateur, qui a péri victime de son zèle en remplissant consciencieusement les devoirs de sa profession pendant une grave épidémie à Maassluis. En conséquence l'auteur n'a pu surveiller l'impression de son travail ni lui donner les développements qui auraient été le fruit de nouvelles recherches et d'une révision soignée de ses observations précédentes.

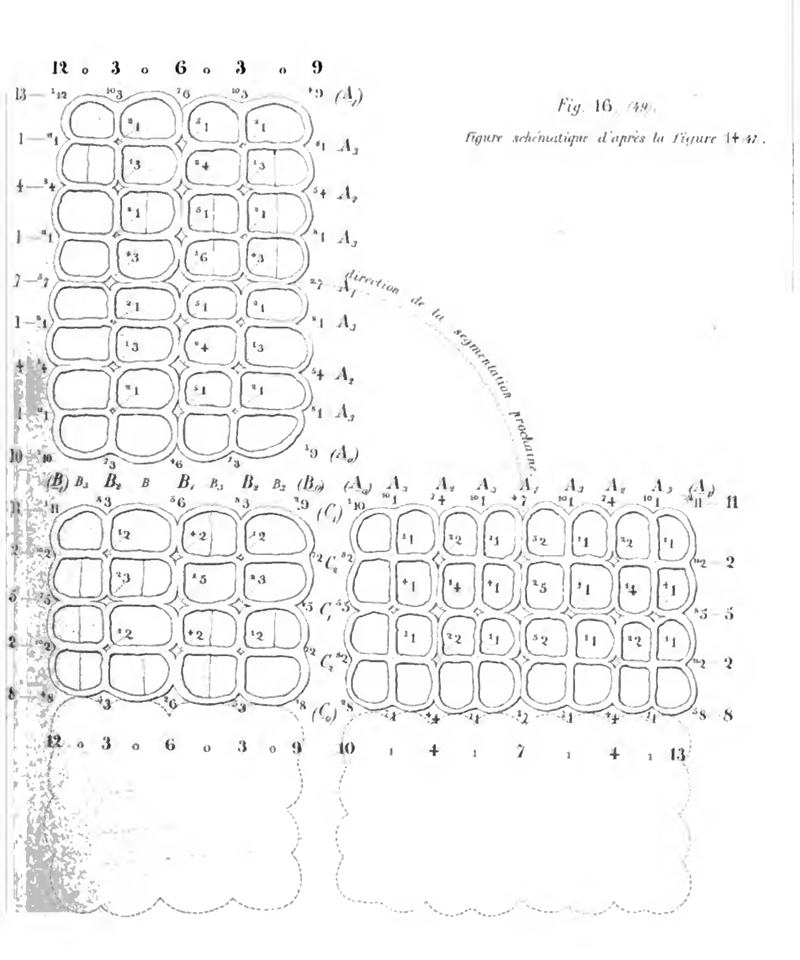
Tel qu'il est ce travail restera un témoignage honorable à la mémoire de l'auteur et digne, sans aucun doute, du titre modeste de contributions pour servir à l'embryogénie des Planaires d'eau douce, si imparfaitement connue jusqu'ici.



Lith v. Emrik & Binger.



Lith. v. Emrik & Binger



Lith. v. Emrik & Binger.

ARCHIVES NÉERLANDAISES
DES
Sciences exactes et naturelles.

SUR LA SIGNIFICATION MORPHOLOGIQUE

DE L'OS OCCIPITAL ET DES DEUX VERTÈBRES CERVICALES SUPÉRIEURES;

PAR

W. KOSTER.

Depuis que Oken [1]) a publié sa célèbre théorie vertébrale, l'analogie entre les os de la tête et ceux de la colonne vertébrale a été confirmée de plus en plus. L'ostéogénie, l'anatomie comparée, la tératologie ont contribué, chacune pour sa part, à établir la signification précise des différentes pièces des vertèbres et à rendre ainsi leur comparaison mutuelle possible.

On est assez généralement d'accord sur la signification qui doit être attribuée, dans la théorie vertébrale, à chacun des os de la tête. En 1862, Halbertsma [2]) a cherché à donner une interprétation plus exacte des parties du sphénoïde. Plus tard, [3]) la considération d'un processus transverse de la troisième vertèbre cervicale, mobile sur le corps de la vertèbre, lui a fait apporter également quelques modifications à la manière dont on conçoit la signification des apophyses transverses des vertèbres cervicales. En général, néanmoins, la correspondance morphologique et génésique entre les différentes vertèbres peut être regardée comme suffisamment établie.

Il n'y a d'exception à faire que pour les deux vertèbres cervicales supérieures. Par leur forme et leur composition, l'épistrophée

[1]) Ueber die Bedeutung der Schädelknochen, Programm. Jena. 1807.
[2]) Ned. Tijdschrift voor geneeskunde, 1862, pag. 65.
[3]) Ned. Tijdschrift voor geneeskunde, 1863, pag. 701.

et l'atlas s'écartent beaucoup, comme on sait, de toutes les autres vertèbres du cou. A cela vient se joindre un mode spécial d'articulation, tant entre ces deux vertèbres qu'entre l'atlas et l'occipital, avec un appareil ligamenteux et musculaire si compliqué et disposé avec tant d'art qu'il remplit le téléologue d'admiration et présente à l'anatomiste un problème des plus difficiles.

Selon les idées qui ont généralement cours relativement à la signification des parties constitutives de l'atlas et de l'épistrophée, l'apophyse odontoïde de cette dernière représenterait primitivement le corps de l'atlas, qui, au lieu de se souder avec les arcs de cette vertèbre, se serait réuni avec le corps de l'épistrophée. Le fait embryogénique que la corde dorsale passe à travers l'apophyse odontoïde, prouve que cette partie possède réellement la signification de corps vertébral.

Dans cette manière de voir, on est conduit tout naturellement à interpréter comme portions d'arcs les parties latérales de l'atlas. Elles sont pourvues, tout comme les arcs des autres vertèbres, de surfaces articulaires, destinées à l'union avec l'occipital et l'épistrophée, et dont la comparaison avec des processus obliques se présente d'elle-même au premier coup-d'oeil.

Mais il y a aussi des différences notables, qui ont toujours attiré l'attention, entre ces parties et celles qui portent les apophyses articulaires des autres arcs vertébraux. La forme des surfaces articulaires est tout à fait différente, et le développement prononcé de ces parties les a fait distinguer sous le nom spécial de *masses latérales*. Une autre différence, beaucoup plus importante, est encore à remarquer. La situation des apophyses articulaires de l'atlas et de l'épistrophée diffère complétement de celle des autres processus obliques. Pour s'en convaincre, on n'a qu'à suivre le cours des racines nerveuses qui naissent de la moelle épinière. Partout ailleurs ces racines sortent d'entre les arcs vertébraux *en avant* des processus articulaires. Au contraire, entre l'épistrophée et l'atlas, et entre l'atlas et l'occipital, les nerfs quittent le canal médullaire *en arrière* des processus articulaires.

Ce fait important suffirait à établir péremptoirement que les

parties articulaires de l'atlas, de l'épistrophée et de l'occipital ne peuvent être les analogues des processus obliques des autres vertèbres.

Aussi, la fausseté de cette opinion a-t-elle déjà été reconnue par beaucoup d'anatomistes; mais c'est en vain qu'on cherche un énoncé satisfaisant de la signification qui doit être attribuée aux parties composantes des os en question.

Il serait superflu de rapporter les idées qui ont été émises à ce sujet par une foule d'auteurs. La plupart des ouvrages anatomiques signalent la difficulté de la comparaison entre les deux premières vertèbres du cou et les autres vertèbres; quelques-uns y ajoutent une réfutation de la théorie qui regarde les parties articulaires comme des processus obliques, en se fondant principalement sur la différence que nous venons de rappeler dans la situation de ces parties par rapport aux racines nerveuses.

Nous nous bornerons à mentionner, pour bien fixer l'état de la question, les opinions professées par J. Müller, Hyrtl et Henle.

Dans l'ouvrage si exact et si substantiel de J. Müller „Die vergleichende Anatomie der Myxinoïden", la signification des éléments constitutifs des deux vertèbres cervicales supérieures se trouve exposée de la manière suivante: „Le mode, bien connu, d'union de l'atlas et de l'épistrophée, au moyen de l'apophyse odontoïde du second de ces os, se rencontre chez les Amphibies écailleux, chez les Oiseaux et chez les Mammifères. C'est à tort qu'on dénie à l'atlas un corps antérieur; dans le jeune âge, on peut observer cette pièce chez chaque Mammifère, Oiseau, Crocodile ou Tortue. Je n'ai trouvé d'exception que pour la jeune Marmotte, où le corps de l'atlas manque et où les arcs vertébraux s'unissent entre eux antérieurement. L'apophyse odontoïde de l'épistrophée ne peut être, par conséquent, le corps de l'atlas qui se serait réuni avec le corps de l'épistrophée." [1]) Müller regarde ensuite comme probable qu'il faut envisager l'apophyse odontoïde comme une plaque épiphyséale, considérablement développée, de la seconde vertèbre cervicale.

---

[1]) J. Müller, Vergleichende Anatomie der Myxinoïden, dans les: Abhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften zu Berlin, p. 168 et 169.

Nous rapportons cette opinion de Müller pour faire voir combien il règne encore de confusion dans la manière de concevoir les deux premières vertèbres du cou. Il est inutile de réfuter longuement la théorie qui vient d'être rappelée. Rathke et Bergmann avaient déjà indiqué que l'apophyse odontoïde, étant traversée par la corde dorsale, doit être considérée comme corps de l'atlas. Les recherches de Henri Müller ont confirmé cette appréciation, et après les observations nombreuses faites sur le développement de l'apophyse odontoïde comme corps vertébral (Robin, Rambaud, Renault), on ne peut plus douter que cette éminence ne doive être envisagée de cette façon. Les vues de J. Müller relativement à l'atlas sont beaucoup moins en harmonie avec les lois du développement des vertèbres cervicales et avec l'anatomie comparée. [2])

Dans la dernière édition de son manuel d'anatomie, Hyrtl donne de la signification des parties de l'atlas un aperçu qui renferme le germe d'une théorie exacte, mais qui doit être regardé comme incomplet par rapport aux autres vertèbres (épistrophée et occipital), et comme inexact en ce qui concerne l'arc antérieur de l'atlas. „Qu'on se représente — dit-il — l'atlas pourvu d'un corps. Qu'on se figure ce corps partagé en trois pièces; les deux pièces latérales se développent fortement et deviennent les *masses latérales,* la pièce moyenne forme un arceau osseux mince (arc antérieur)." De cette manière les masses latérales, avec les surfaces articulaires pour l'occipital et l'épistrophée, ne sont pas des arcs, mais ont été à l'origine des parties d'un *corps de vertèbre.* Ainsi se

---

[1]) La corde dorsale traverse, naturellement, aussi les plaques épiphyséales, de sorte que l'opinion de J. Müller, relativement à la dent de l'épistrophée, n'est pas absurde. Je fais cette remarque, parce que je désire insister uniquement sur le caractère de *corps vertébral* de l'apophyse odontoïde. Une autre opinion pourrait être soutenue, d'après laquelle la dent de l'épistrophée constituerait le corps d'une huitième vertèbre cervicale dont le développement ne serait pas allé plus loin. Cette opinion pourrait être appuyée par la considération des huit ou neuf vertèbres cervicales qu'on trouve dans le genre *Bradypus.* Je reviendrai plus loin sur ce point. Ce qui importe surtout pour les vues qui suivent, c'est que la dent de l'épistrophée représente un *corps de vertèbre,* tandis que ce qu'on appelle arc de l'atlas ne peut jamais avoir cette signification.

trouve expliquée la circonstance que les deux nerfs cervicaux supérieurs ont leurs racines situées *en arrière* des surfaces articulaires, tandis que les autres les ont dirigées *en avant* des apophyses articulaires.

Mais cette théorie de Hyrtl attribue à l'arc antérieur de l'atlas le rôle originaire de portion d'un corps de vertèbre, signification que, nous le verrons plus tard, il ne possède certainement pas. On ne peut la faire cadrer, d'ailleurs, avec l'interprétation de la dent de l'épistrophée comme corps primitif de l'atlas (point que Hyrtl passe sous silence dans sa dernière édition). En outre, dans la manière de voir de Hyrtl la corde dorsale devrait nécessairement passer par l'arc antérieur de l'atlas, tandis qu'elle traverse l'apophyse odontoïde.

Des vues presque indentiques au sujet de l'atlas se rencontrent chez Henle [1]). Il fait servir, toutefois, la portion médiane du corps primitif de l'atlas à la formation du ligament transverse de l'atlas; la dent de l'épistrophée se trouve alors au milieu „comme un noyau cylindrique, libre sur tout son pourtour", et se confond, par les progrès de l'accroissement, avec la face supérieure du corps de vertèbre situé au-dessous. En même temps, les apophyses articulaires supérieures (de l'arc) ne se développent pas dans l'épistrophée; au lieu d'elles, ce sont les parties latérales du corps qui s'accroissent, en correspondance avec celles de l'atlas auxquelles elles s'articulent. „On obtient ainsi une image des particularités qui distinguent la première et la seconde vertèbre cervicale des autres vertèbres".

Mais, ce n'est aussi guère plus qu'une *image*. Il me semble que l'ostéogénie, l'anatomie comparée, et les particularités anatomiques qu'on observe, chez l'homme adulte, aux deux premières vertèbres cervicales et à l'occipital, fournissent un ensemble de faits suffisant pour donner une base plus certaine à l'interprétation des parties constitutives de ces os. Jusqu'à présent on n'a tenu aucun compte de l'os occipital; il est clair, pourtant,

---

[1]) Henle: Handb. der systematischen Anatomie. Knochenlehre, p. 42.

que l'idée qu'on se fait de la signification des masses latérales de l'atlas doit avoir également de l'influence sur les considérations spondylogéniques propres à l'occipital. En effet, les condyles de l'occipital s'articulent avec les masses latérales de l'atlas. Ces condyles appartiennent aux parties latérales de l'occipital, qui sont regardées comme représentant *l'arc vertébral*: en considérant les masses latérales de l'atlas comme parties d'un *corps vertébral*, on aurait donc ici une articulation entre un arc et un corps de vertèbre, fait qui serait, assurément, des plus étranges.

Pour dissiper cette confusion par une appréciation plus exacte, rappelons-nous d'abord les lois du développement de chaque vertèbre. La masse blastématique du feuillet embryonnaire moyen, qui est située sous le canal médullaire de l'ovule en voie de développement, s'étend peu à peu, comme on sait, tout autour de ce canal et finit par l'envelopper complétement. La production de la colonne vertébrale en résulte, car le canal médullaire, renfermant la masse blastématique pour le système nerveux central, se trouve maintenant entouré d'une couche de blastème du feuillet embryonnaire moyen, d'où naissent des os, des muscles, etc. Mais, avant que le canal médullaire soit entièrement enveloppé, une partie, devenue distincte, du feuillet embryonnaire moyen a déjà donné naissance à la *corde dorsale*, située au-dessous du canal et qui va servir de centre pour la formation des corps vertébraux. Autour de la corde apparaissent autant de points d'ossification qu'il se formera de corps de vertèbres. Ce n'est que plus tard que se produit latéralement, à droite et à gauche, un point d'ossification pour chaque moitié de l'arc qui s'ajoute à chacun des corps vertébraux formés autour de la corde.

Les points d'ossification pour les arcs se réunissent en avant avec celui pour le corps, et ils s'unissent entre eux pour former l'apophyse épineuse; en même temps se développent, vers le haut et vers le bas de l'arc, les apophyses articulaires (processus obliques). Les apophyses transverses offrent, au contraire, plus de complication; on doit distinguer deux points d'origine, dont l'antérieur appartient au corps, le posterieur à l'arc de la vertè-

bre. Cette double origine rend compte, comme on le sait, de la formation de côtes et de processus transverses aux vertèbres dorsales, et de celle de processus costaires (corps) aux vertèbres lombaires, dont les arcs ne présentent que des apophyses transverses rudimentaires. La forme spéciale des processus transverses des vertèbres cervicales (racine antérieure au corps, racine postérieure à l'arc) et le développement de côtes cervicales accidentelles sont aussi en parfaite harmonie avec le même fait.

Les trois points d'ossification qui apparaissent dès la période de la vie foetale, sont donc constants pour toutes les vertèbres, au moins en principe. Les modifications qui se produisent dans le cours du développement, en vertu desquelles, par exemple, la dernière vertèbre coccygienne n'acquiert pas d'arc, et la formation de points d'ossification accessoires après la naissance, sont sans importance pour l'objet que nous avons en vue.

Comme, de plus, le système nerveux central se développe en même temps que les arcs, et comme les racines nerveuses apparaissent entre les arcs en voie de formation, de manière à se placer entre les corps des vertèbres et les processus obliques naissants, il est clair que la situation relative de toutes ces parties est fixe et déterminée. Lorsque les phénomènes suivent leur cours normal, des arcs ne peuvent jamais être situés dans une même ligne avec des corps de vertèbres, des racines nerveuses ne peuvent passer tantôt en avant tantôt en arrière des processus obliques, le trajet de la corde dorsale caractérise une pièce osseuse comme corps de vertèbre, etc.

Outre ces faits, qui concernent principalement le développement des vertèbres chez l'homme, nous devons encore prendre en considération l'apparition fréquente, surtout chez les vertébrés inférieurs, d'arcs vertébraux antérieurs. C'est là-dessus que repose le type vertébral d' Owen, qui admet un point central, — le corps, — des arcs postérieurs (neuraux) avec une „neurospine" des arcs antérieurs (hémaux) avec une „hémospine", et d'autres pièces latérales dont nous n'avons pas à nous occuper ici. Les arcs antérieurs servent, comme on sait, à recevoir des vais-

seaux sanguins, ce qui se voit, entre autres, très clairement chez beaucoup de poissons (p. ex. chez l'esturgeon). Toute trace d'arcs hémaux fait défaut aux vertèbres de l'homme, mais chez beaucoup de Mammifères nous en trouvons des indications dans les apophyses, doubles ou simples, qui se montrent au côté antérieur des corps vertébraux. Toutefois, comme, d'après les lois générales de la spondylogénie, les arcs antérieurs *peuvent* apparaître, l'existence, aux vertèbres humaines, de productions pouvant être comparées à ces arcs, n'aurait rien d'extraordinaire.

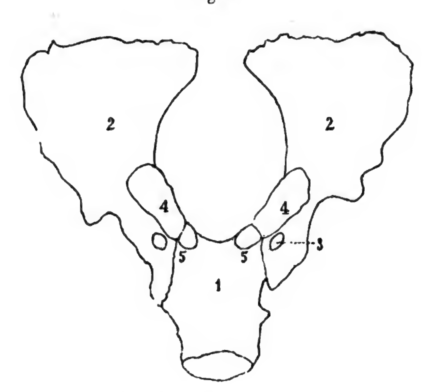
En nous guidant d'après ces faits embryogéniques, examinons maintenant les particularités que présentent, après la naissance, l'occipital et les deux vertèbres cervicales supérieures. Nous avons déjà vu que la corde dorsale traverse la dent de l'épistrophée, et non l'arc antérieur de l'atlas. Par contre, un an environ après la naissance, et alors que l'ossification des masses latérales est déjà très avancée, il se forme au milieu de l'arc antérieur, encore cartilagineux, de l'atlas un point d'ossification (tuberculum anticum). Ce point d'ossification a donc une signification tout autre que celui des corps vertébraux. Parfois il peut manquer et, comme l'arc postérieur de l'atlas reste alors également sans s'ossifier, l'atlas ne se compose plus que de deux pièces (osseuses) latérales. Ce cas, pourtant, est rare; plus fréquemment l'arc postérieur seul s'ossifie incomplétement, de manière à être formé de deux moitiés latérales.

Tous les auteurs rapportent aussi, et l'on a assez souvent l'occasion de s'en assurer, que les surfaces articulaires par lesquelles les masses latérales de l'atlas s'unissent à l'occipital, se composent quelquefois de deux facettes, une antérieure et une postérieure. Il se forme ainsi une cavité articulaire dans laquelle s'adapte le condyle de l'os occipital. Quand on fait macérer cet os, entièrement développé, on y remarque souvent un sillon transversal partageant le condyle en deux parties. Ce sillon est souvent très profond et devient une véritable cavité. Quand on suit le développement de l'occipital, on trouve que l'existence de ce sillon n'est pas un phénomène accidentel, mais qu'elle est

en relation avec le mode de formation de l'occipital au moyen d'une pièce antérieure (basilaire) et de deux parties latérales.

En harmonie exacte avec ce qui se passe dans le développement d'une vertèbre, il se forme un noyau osseux, *corps vertébral*, dans la pièce basilaire de l'occipital (traversée par la corde dorsale), et un autre de chaque côté dans les parties condylifères. Si l'on suit la ligne de séparation entre la partie basilaire et les parties latérales, on trouve qu'elle passe par le condyle de l'occipital, comme le montre l'esquisse suivante de l'occipital d'un enfant âgé de près de deux ans.

Fig. 1.



1. pièce basilaire de l'occipital. 2. 2. pièces latérales. 3. trou condyl. antérieur. 4. 4. partie du condyle formée par la pièce latérale. 5. 5. partie du condyle formée par la pièce basilaire.

On pourrait donc appeler la pièce basilaire tout aussi bien condylifère que la pièce latérale. Une portion du condyle est formée par la partie de la pièce basilaire (corps), qui joint la pièce latérale (arc), *et représente par conséquent, eu égard à son origine, une portion d'un corps vertébral* [1]).

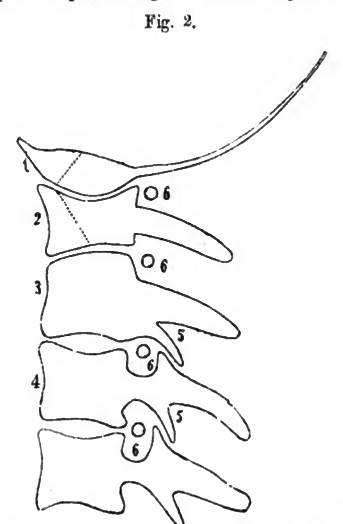
---

[1]) Cette formation du condyle de l'occipital, au moyen de deux parties distinctes, a été décrite très exactement par Henle: „Les pièces latérales paires ne correspondent pas, toutefois, à la partie de l'os appelée partie latérale

Si nous mettons ce fait important en regard de la circonstance que la cavité articulaire de la masse latérale de l'atlas se montre fréquemment partagée en deux moitiés, nous serons amenés à conclure que celles-ci ont la même origine: que la moitié antérieure doit être considérée comme partie d'un corps vertébral, la moitié postérieure comme production de la partie limitrophe de l'arc vertébral.

En projetant dans un même plan la superposition des vertèbres cervicales supérieures et de l'occipital, leurs rapports mutuels seront donc exprimés par la figure idéale ci-jointe.

Fig. 2.



1. 2. 3. 4. Représentation idéale de l'occipital, de l'atlas, de l'épistrophée et de la troisième vertèbre cervicale. 5. 5. processus obliques. 6. 6. racines des nerfs rachidiens.

Dans l'atlas les processus obliques manquent entièrement; dans l'épistrophée, ils font défaut à la partie supérieure de l'arc. L'union

chez l'adulte; car la suture qu'on observe chez le nouveau-né entre les pièces latérales et le corps de l'os traverse les condyles articulaires, et l'extrémité antérieure de ces derniers est portée par le corps de l'os." (Knochenlehre, p. 97).

entre l'occipital, l'atlas et l'épistrophée se fait par les corps vertébraux et par les parties immédiatement voisines des arcs.

Les lignes pointillées indiquent la limite entre les parties antérieures du condyle occipital et de la face supérieure de la masse latérale de l'atlas, qui doivent être regardées comme corps vertébral, et les parties postérieures de ces mêmes pièces osseuses, qui doivent être envisagées comme productions de l'arc.

La surface articulaire supérieure de l'épistrophée et l'inférieure de la masse latérale de l'atlas doivent être considérées comme appartenant en entier au corps de la vertèbre. C'est ce qui résulte, d'abord de la circonstance qu'on n'y observe jamais de séparation en deux parties, ensuite de l'étude de l'épistrophée lui-même. En effet, les parties qui servent à l'articulation avec l'atlas sont des portions fortement développées du corps de la vertèbre; la racine antérieure (*côte*, d'après la signification), bien développée, du processus transverse y passe en entier, tandis que la racine postérieure se confond avec la tige de l'arc. La première impression qu'on reçoit en examinant la face supérieure de l'épistrophée, est que l'apophyse odontoïde, en s'y soudant, a partagé le corps primitif de la vertèbre en deux pièces latérales.

La considération de l'atlas ne milite pas moins en faveur de notre proposition. Lorsqu'un atlas adulte montre encore distinctement séparées les deux pièces primitives de la cavité articulaire destinée à recevoir l'occipital, on y voit la racine antérieure de l'apophyse transverse (*côte*, d'après la signification) passer dans la pièce articulaire antérieure, et la racine postérieure se réunir avec l'arc juste à l'endroit où se trouve la pièce articulaire postérieure. Si l'on place l'atlas sur l'épistrophée, la pièce articulaire antérieure de la cavité qui couronne la masse latérale est située sur la même ligne que la surface articulaire de dessous, qui correspond entièrement avec la surface articulaire de l'épistrophée, mais la pièce articulaire postérieure du haut de l'atlas tombe en dehors de cette ligne, et plus en arrière.

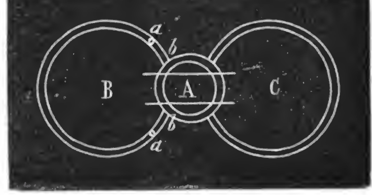
La conclusion des considérations qui précèdent est que les condyles de l'occipital, les deux surfaces articulaires de l'atlas, et

les surfaces articulaires supérieures de l'épistrophée, doivent être regardés comme pièces latérales de corps de vertèbres, et, pour une partie, comme pièces latérales des portions d'arcs joignant immédiatement aux corps vertébraux. Ils n'ont donc rien de commun avec les processus obliques des autres vertèbres, qui se développent comme apophyses des arcs, à une certaine distance des corps vertébraux.

On obtient ainsi une vue nette de la signification des parties principales des trois os en question, vue fondée sur l'ostéogénie et sur l'étude anatomique des os. Mais l'atlas offre encore une particularité dont nous devons tâcher de trouver une explication en harmonie avec la théorie que nous venons d'exposer: c'est de *l'arc antérieur* qu'il s'agit.

Nous avons déjà indiqué qu'à l'époque de la naissance cet arc antérieur est encore entièrement cartilagineux, et que c'est seulement dans le courant de la première année qu'il acquiert en son milieu un noyau osseux, dont la formation n'est toutefois pas constante. C'est une opinion fort répandue que la place de ce noyau (le tubercule antérieur) représente le corps de l'atlas. Nous avons fait connaître les motifs qui nous font rejeter cette opinion. Mais pour nous former une idée de la signification véritable de l'arc antérieur de l'atlas, il est nécessaire d'appeler à notre secours les lois générales de la spondylogénie, qui ont conduit à la théorie de M. Owen dont il a déjà été question en passant.

Fig. 3.



A Corps de la vertèbre. B Arc postérieur (entourant le système nerveux central).
A Arc antérieur. a. a. Point où se développent les processus articulaires ordinaires.
b. b. Point où se développent les surfaces articulaires entre l'atlas, l'épistrophée et l'occipital.

Si l'on ramène à un type commun, à un *plan de formation*, toutes les parties qui peuvent se rencontrer aux vertèbres considérées en général dans la série animale, on obtient, comme représentation la plus simple possible, les parties figurées dans le diagramme ci-joint.

L'arc antérieur (hémal) ne se développe pas, en général, aux vertèbres humaines; il ne se développe pas non plus, ou ne s'observe qu'à l'état rudimentaire, chez beaucoup de Mammifères. Mais dans les deux vertèbres cervicales supérieures, dont le développement modifié présente tant de complication, on voit apparaître un analogue de l'arc antérieur des vertébrés inférieurs. Nous devons nous représenter que les éléments primitifs du corps de la première vertèbre cervicale donnent naissance à trois pièces (comme l'indiquent les deux droites horizontales du diagramme). La partie médiane, par coalescence avec le corps sous-jacent de la seconde vertèbre cervicale, devient: dent de l'épistrophée [1]). Les deux pièces latérales, conjointement avec les parties adjacentes de l'arc, forment les parties articulaires de l'atlas (masses latérales), comme nous l'avons exposé plus haut en partant de la considération du développement de l'os occipital. Mais l'atlas ne formerait ainsi qu'un arc ouvert par devant. Cet arc est complété par une masse qui vient se présenter comme prolongement des pièces latérales en voie d'ossification, et qui entoure la pièce médiane (la dent de l'épistrophée). La partie antérieure de ce prolongement devient cartilagineuse, acquiert un noyau osseux dans la première année après la naissance, et se soude ensuite

[1]) Nous avons déjà dit un mot de la possibilité que la dent de l'épistrophée doive être considérée comme corps d'une huitième vertèbre cervicale dont le développement n'aurait pas été poussé plus loin. Au fond, cela ne changerait rien à notre manière de voir; il n'y aurait qu'à admettre l'interposition de ce huitième corps entre les parties latérales du corps de l'atlas. Néanmoins, l'interprétation de la dent de l'épistrophée comme corps de l'atlas est beaucoup plus acceptable; elle repose sur l'observation de Cuvier, que la dent ne se soude pas au corps de la seconde vertèbre cervicale chez beaucoup de Tortues, tandis que chez d'autres, les Chelys p. ex., on la trouve, au contraire, réunie avec l'atlas.

entièrement aux pièces latérales. La partie de la masse blastèmatique située derrière la dent devient le ligament transverse de l'atlas, de sorte que l'apophyse odontoïde se trouve alors enchâssée dans un anneau. Si l'on se figure les masses latérales d'un atlas complétement ossifié, rapprochées et réunies, on obtient, en effet, une forme qui répond entièrement à notre diagramme, avec un arc antérieur qui, évidemment, a tout à fait la même signification que les arcs dits hémaux dans la théorie vertébrale.

Cette interprétation de l'arc antérieur de l'atlas n'est pas seulement d'accord avec les notions exactes relativement au développement et à la composition de l'occipital et des deux vertèbres cervicales supérieures chez l'homme, elle est aussi en parfaite harmonie avec les faits d'anatomie comparée, ce qui a surtout été mis en lumière par M. Auguste Müller [1]). Cet auteur s'accorde entièrement avec M. Rathke pour regarder la dent de l'épistrophée comme corps de l'atlas: „Le corps de l'atlas est donc représenté par l'os odontoïde. Son arc ventral, au contraire, se projette en avant du plan des corps vertébraux, et n'est pas traversé par la corde dorsale." M. Rathke l'a donc déterminé très exactement en le considérant comme une „apophyse épineuse inférieure, modifiée." (l. c.)

Ce qui apporterait la confirmation la plus décisive à l'interprétation d'une partie de la masse latérale de l'atlas comme corps de vertèbre, ce serait, assurément, de trouver pendant l'ossification un noyau spécial pour la pièce médiane, qui devient la dent de l'épistrophée, et de chaque côté un noyau osseux pour la masse latérale, distinct de celui des parties d'arc. Les indications habituelles relatives à l'ostéogénie des vertèbres ne mentionnent, toutefois, rien de semblable. Je n'en ai rien découvert non plus chez les foetus que j'ai pu examiner moi-même. Il paraît, ou bien que le point d'ossification pour chaque moitié latérale de

---

[1]) Beobachtungen zur vergleichenden Anatomie der Wirbelsäule, dans: Archiv. für Anatomie, Physiologie und wissensch. Medizin von Joh. Müller, 1853, p. 260.

l'arc se confond, dès l'origine, avec celui que nous supposons exister dans la portion latérale du corps primitif, ou bien que l'ossification de l'arc s'étend principalement en avant, par conséquent dans cette même portion. Ainsi se trouveraient, peut-être, également expliqués le développement fréquemment incomplet de l'arc postérieur de l'atlas et l'absence de l'apophyse épineuse.

Je n'affirme pas, d'ailleurs, que ce qui me semble, surtout d'après l'ossification du condyle occipital, être la vraie signification de la masse latérale de l'atlas chez l'homme, soit d'une application universelle. Chez beaucoup d'animaux la ligne de séparation entre la partie basilaire et les parties occipitales ne passe *pas par le condyle.* Celui-ci est formé uniquement par les parties occipitales latérales; mais il touche immédiatement à la partie basilaire, et il ne peut donc être question de le comparer aux processus obliques. C'est ce que m'a montré le squelette d'un jeune hippopotame, ainsi que celui d'un dauphin. Dans des cas pareils *l'arc seul* paraît donc produire les parties destinées à unir l'atlas avec l'occipital, tandis que le corps primitif de l'atlas passe *en entier* dans la dent de l'épistrophée.

L'ouvrage de Rambaud et Renault [1]), qui renferme un nombre très considérable de faits ostéogéniques, fruit de trois années de recherches étendues, ne mentionne également que les points ordinaires d'ossification pour l'atlas et l'épistrophée. On y voit pourtant que la formation de points accessoires d'ossification peut se présenter dans des corps de vertèbres. Pendant le troisième mois de la vie foetale, les auteurs trouvérent, derrière le point d'ossification ordinaire du corps des vertèbres dorsales et lombaires inférieures, un second petit point d'ossification qu'ils appellent „point médian accessoire, et qui n'a été signalé par personne." Il me paraît douteux qu'un point d'ossification accessoire, latéral, existe constamment dans le corps de l'atlas sans qu'il ait été remarqué. Le seul auteur qui mentionne un point accessoire d'ossification à l'endroit où l'arc et le corps se joignent, est Albinus (Icones

[1]) Origine et développement des os. Avec atlas. Paris, Chamerot, 1864.

ossium foetus, pag. 54) „Frequenter autem, ubi cohaerent, in colli vertebris granulum osseum a priore parte in cartilagine exoritur, quod se deinde ossium lateralium principio jungit." Il est évident que ce point d'ossification est autre chose que celui qui s'observe uniquement à la 7e vertèbre cervicale, dans le processus transverse (côte). En tout cas, je crois pouvoir regarder les considérations morphologiques que j'ai développées au sujet de l'atlas, comme l'expression de la vérité.

Je crois devoir présenter encore quelques remarques qui se lient avec ces considérations. Comme nous l'avons vu, il ne se développe de processus obliques ni à l'arc de l'atlas, ni à la face inférieure des pièces latérales de l'occipital. Le canal condyloïde, qui livre passage au nerf hypoglosse, traverse, comme on sait, la partie condylifère. La voie par laquelle ce nerf sort du crâne est, évidemment, l'analogue des intervalles que laissent entre elles les vertèbres véritables. La pièce osseuse qui recouvre en dessus le canal du nerf hypoglosse me semble pouvoir être regardée comme représentant un processus oblique supérieur. Elle se forme *derrière* le nerf, mais ne trouvant pas de partie correspondante à laquelle elle puisse s'unir (le temporal est intercalé comme „os d'organe des sens" entre les arcs des vertèbres crâniennes postérieure et moyenne), elle s'étend en avant par dessus le nerf, et s'unit avec l'arc de l'autre côté. Le fait que, parfois, la paroi supérieure du canal condyloïde ne se soude pas intimement, en avant, avec le reste de l'os, mais s'y adosse simplement par son bord, me paraît venir à l'appui de cette opinion.

En second lieu, les connexions accidentelles qu'on observe parfois, chez l'homme, entre l'occipital et l'atlas, méritent également de fixer l'attention. Dans certains cas, on trouve une surface articulaire, garnie de cartilage, au milieu du bord antérieur du grand trou occipital de l'homme (V. entre autres: J. van der Hoeven, Catalogus craniorum diversarum gentium, n°. 17.) Dans d'autres cas il existe plus en avant, à la face inférieure de la partie basilaire, un petit condyle articulaire qui se trouvait en relation avec une facette articulaire de l'arc antérieur de l'atlas.

Ce tubercule se compose de deux petites éminences juxtaposées qui peuvent finir par se confondre en avant [1]).

Les meilleures descriptions de faits de ce genre ont été données par M. Wenzel Gruber [2]). Il observa au crâne d'un homme de 18 — 20 ans „une éminence en avant du bord antérieur du grand trou occipital, laquelle s'était probablement articulée avec une facette de l'arc antérieur de l'atlas.'' Et plus loin: „Cette anomalie est surtout remarquable en ce qu'elle constitue un trait d'animalité, et rappelle le condyle articulaire unique de l'occipital chez les oiseaux.''

Dans un autre cas M. Gruber trouva une „double éminence articulaire moyenne'', 1 — 1½ ligne en avant du milieu du bord antérieur du grand trou occipital. Il voit encore ici un „trait d'animalité'', parce que, chez quelques oiseaux, il se rencontre un petit sillon au condyle articulaire de l'occipital.

La „double éminence moyenne'' n'est évidemment pas autre chose que les deux petites éminences que moi-même j'ai décrites plus haut. Mais il me paraît tout à fait inexact de regarder ces éminences comme „trait d'animalité'', et de les comparer au condyle situé, chez les oiseaux, au bord antérieur du grand trou occipital.

Lorsqu'on examine attentivement le mode, si remarquable, d'union entre la colonne vertébrale et l'occipital, chez les oiseaux et les reptiles, on reconnait l'inexactitude de la description habituelle, d'après laquelle on trouverait, au bord antérieur du grand trou occipital, un condyle unique reçu dans une cavité articulaire antérieure de l'atlas, tandisque chez les mammifères il existe deux condyles latéraux reposant sur des surfaces articulaires latérales de l'atlas. Parmi les squelettes que j'ai pu étudier, ce sont ceux de la spatule et du héron qui m'ont présenté les faits avec le plus de netteté. On y voit que le condyle du bord antérieur du grand trou occipital touche au sommet de la dent de

[1]) Je dois la communication de la seconde de ces anomalies à feu mon collègue Halbertsma, qui se proposait de faire connaître les résultats de ses recherches sur les condyles accessoires de l'occipital.

[2]) Neue Anomaliën. Berlin, 1849, p. 3.

l'épistrophée. Chez l'homme, le sommet de la dent de l'épistrophée est lié (par l'intermédiaire du ligament suspensoire) au bord antérieur de la partie basilaire de l'occipital. Les mêmes parties sont également en connexion chez les oiseaux; seulement ici l'union se fait d'une manière un peu différente, ces parties ayant la signification de *parties articulaires*, tandis que chez les mammifères l'articulation se fait d'une autre manière, et latéralement. Les choses se passent encore de même chez les reptiles que j'ai pu examiner: les tortues, le caméléon montrent le condyle de l'occipital en contact immédiat avec la dent de l'épistrophée. — Chez les oiseaux l'arc antérieur de l'atlas entoure la dent de l'épistrophée; la face supérieure de l'arc est un peu excavée, de manière à s'adapter au condyle fortement développé de l'occipital, mais on voit de suite que ce n'est pas entre ce condyle et l'atlas que s'opère *l'union proprement dite*, comme on l'énonce ordinairement. Sur un squelette de tortue l'arc antérieur de l'atlas se présente comme une pièce distincte entre les deux pièces latérales. Il n'est pas question ici d'articulation entre atlas et occipital; la dent de l'épistrophée et le condyle du bord antérieur du grand trou occipital sont encore les parties qui se joignaient et par lesquelles s'effectuait l'union du crâne avec la colonne vertébrale.

En adoptant cette interprétation, qui me semble mieux justifiée, la signification des connexions accidentelles entre l'occipital et l'atlas, chez l'homme, devient aussi tout autre. Au lieu de rappeler une particularité de la structure des animaux, elles sont quelque chose de tout-à-fait spécial à l'homme (ou, dans un sens plus large, aux mammifères). On ne pourrait parler de conformité avec ce qui se passe chez les oiseaux et les reptiles, que si l'on trouvait, *au bord antérieur même* du grand trou occipital, un condyle cerné par l'atlas et s'unissant à la dent de l'épistrophée. Mais un condyle situé *en avant* du bord antérieur du trou occipital (comme dans les cas cités par M. Gruber) et répondant à une facette articulaire de *l'arc antérieur de l'atlas*, tandis que, plus en arriere, la dent de l'épistrophée et le bord antérieur du

trou occipital s'unissent entre eux, — c'est là une disposition qui ne peut, en aucun cas, être regardée comme l'analogue du mode d'union de la colonne vertébrale et du crâne chez les oiseaux et les reptiles.

Quant à l'articulation en question, chez l'homme, entre un condyle placé *au bord même* du trou occipital et la dent de l'épistrophée, on ignore, je crois, si elle se rencontre réellement. Le cas que nous avons cité d'après le catalogue de M. van der Hoeven n'en fait pas mention; d'autres exemples me sont inconnus.

En tout cas, des apophyses naissant à la face inférieure de la partie basilaire de l'occipital, et s'articulant avec l'arc de l'atlas, doivent être considérées comme des productions secondaires, entièrement différentes de ce qu'on observe chez les oiseaux et les reptiles. L'hypothèse la plus naturelle serait de regarder ces apophyses comme l'analogue de l'arc antérieur de l'atlas, que j'ai proposé d'envisager comme appendice hémal. Je n'attache aucune importance à cette dénomination, dont je me suis servi seulement pour être plus clair; j'avoue même que l'existence des arcs dits hémaux aux dernières vertèbres (caudales) chez les vertébrés inférieurs, ne plaide pas en faveur de sa justesse. Mon collègue M. Harting m'a fait voir, sur le squelette d'un jeune hippopotame, la dent de l'épistrophée encore intimement unie à la pièce antérieure, libre, de l'arc de l'atlas, celle-ci recouvrant la dent comme d'une couche supérieure. Il regarde, de préférence, l'arc comme une production secondaire du périoste. Toutefois, l'état cartilagineux que l'arc antérieur de l'atlas conserve, chez l'homme, jusqu'environ un an après la naissance, puis la formation d'un noyau d'ossification propre, viennent à l'appui de l'opinion de Rathke et d'Auguste Müller, à laquelle je me suis rallié.

Quoi qu'il en soit, il est certain que la corde dorsale ne traverse jamais l'arc antérieur de l'atlas, même chez les oiseaux et les reptiles. Chez ces vertébrés, la dent de l'épistrophée et la partie basilaire de l'occipital s'unissent entre elles, tout comme chez les mammifères. On ne doit regarder comme analogue, dans ces différentes classes, que l'articulation qui satisfait au caractère essentiel, celui de donner passage à la corde dorsale.

Pendant la rédaction de ce mémoire j'ai eu connaissance d'un travail que vient de faire paraître M. G. Retzius, fils du célèbre craniologue, et dans lequel les deux vertèbres cervicales supérieures sont envisagées, quant au fond, exactement comme elles l'ont été par moi. M. Retzius ne s'est, toutefois, pas occupé de l'os occipital. Il donne le nom de *eminentia centralis arcus* à une petite éminence qu'on observe constamment dans les vertèbres cervicales et parfois seulement dans les vertèbres dorsales, au point où le corps et l'arc se réunissent. Ces eminentiae centrales de M. Retzius correspondent, évidemment, aux „Seitengelenke" de M. Luschka (Anatomie I, pag. 46).

On pourrait regarder les masses latérales de l'atlas (en partie) et les facettes articulaires latérales de l'épistrophée comme des Seitengelenke de M. Luschka fortement développés.

Pour terminer, je résumerai les considérations qui précèdent, dans les propositions suivantes:

1°. Les processus obliques font défaut à la partie supérieure de l'arc de l'épistrophée, et manquent complétement à l'arc postérieur de l'atlas.

2°. Les parties articulaires au haut de l'épistrophée et au bas de l'atlas doivent être regardées comme les parties latérales du corps de vertèbre.

3°. La cavité articulaire supérieure de l'atlas, et le condyle de l'occipital, sont formés en partie par la portion latérale d'un corps de vertèbre, en partie par la portion voisine de l'arc.

4°. L'arc antérieur de l'atlas doit être considéré comme analogue des arcs appelés hémaux chez les vertébrés inférieurs.

5°. L'union de la dent de l'épistrophée avec la pièce basilaire de l'occipital est, chez les mammifères comme chez les oiseaux et les reptiles, due à un prolongement supérieur de corps de vertèbres.

6°. Les vertèbres s'unissent toujours par des parties de même nature. Les modifications que présente l'union entre l'atlas, la dent de l'épistrophée et l'occipital, dans la série animale et dans l'homme, sont en harmonie avec cette loi.

ABSENCE PARTIELLE,

A L'UN DES CÔTÉS DU CORPS,

DU CORDON LIMITE DU NERF SYMPATHIQUE;

PAR

F. E. VOS.

Candidat en médecine.

Il y a quelques semaines, M. le professeur Koster me fournit l'occasion de faire l'étude anatomique du cadavre d'un jeune enfant. Un an auparavant, le système vasculaire avait été injecté à la cire, et depuis lors la pièce se trouvait conservée dans l'esprit de vin. Après avoir examiné plusieurs autres parties, voulant mettre la veine azygos à découvert, je détachai la plèvre costale. Le nerf sympathique (partie thoracique), du côté droit devenu ainsi visible, me présenta une anomalie très apparente. Après avoir disparu entre les fibres des muscles intercostaux des 3e et 4e côtes, il se montrait de nouveau entre celles des 5e et 6e côtes, sans qu'on put apercevoir de connexion entre ces deux points. Aucune déchirure n'avait pu être produite en détachant la plèvre; et, en admettant même qu'une communication déliée eût été lacérée, on aurait dû en trouver les débris soit isolés auprès de la plèvre, soit encore attachés à cette membrane; or, on ne put découvrir rien de semblable. D'ailleurs, tout l'aspect du nerf, la manière caractéristique dont il contour-

nait la côte, démontrait suffisamment que les parties se trouvaient dans leur état naturel.

En suivant le nerf dans son cours, tant vers le haut que vers le bas, je ne trouvai pas d'autre anomalie, si ce n'est un développement irrégulier des ganglions. La portion cervicale offrait les apparences normales. Au contraire, les ganglions thoraciques supérieurs manquaient, et à leur place se voyait, sous l'artère sous-clavière et, plus bas, en avant de la première côte, un gros ganglion plat qu'un filet unissait au ganglion cervical inférieur. Venait ensuite un cordon mince qui se liait au troisième nerf intercostal, où il se terminait. Le cordon-limite reparaissait entre les cinquième et sixième côtes, et ce n'est qu'à partir de la septième côte que se montraient des ganglions régulièrement conformés. Le grand nerf splanchnique ne se composait pas d'un seul cordon, mais de deux cordons qui passaient, séparément, par les deux piliers du diaphragme.

On pouvait encore supposer une communication établie par derrière les 4e et 5e côtes. Pour m'en assurer, j'éloignai avec précaution les muscles dorsaux et intercostaux, et mis à découvert les racines rachidiennes avec les nerfs intercostaux et les cordons de communication avec le nerf sympathique. Mais je n'observai ainsi rien de particulier; tout était disposé normalement; seulement le nerf intercostal situé entre les 4e et 5e côtes n'offrait aucune connexion avec le nerf sympathique.

Dans ce cas, la continuité du cordon-limite du nerf sympathique se trouvait donc interrompue au côté droit. L'extrémité supérieure se terminait dans le troisième nerf intercostal. De cette manière, une communication médiate, par l'intermédiaire de la moelle épinière, était rendue possible.

Quant au nerf sympathique du côté gauche, on ne put y découvrir aucune anomalie: ses ganglions étaient conformés régulièrement.

Le cadavre examiné paraissait avoir appartenu à un enfant âgé d'environ huit mois, à en juger d'après le degré de développement des os et l'état des fontanelles; cet enfant était du



sexe masculin. On ne savait rien ni des particularités qu'il avait pu présenter pendant sa vie, ni des caractères de la maladie qui s'était terminée par sa mort.

Une anomalie semblable dans le cours du nerf sympathique ne paraît pas, pour autant que nous sachions, avoir été observée, ou du moins décrite, jusqu'à présent. Si elle se rencontre plus souvent, il n'y a rien d'étonnant d'ailleurs à ce qu'elle n'ait pas été remarquée, la dissection et la préparation du nerf sympathique se faisant beaucoup plus rarement que celles d'autres parties.

Utrecht, Mars 1866.

RECHERCHES ÉLECTROLYTIQUES.

PAR

A. BRESTER, Jz.

Ces recherches ont été publiées sous forme de thèse inaugurale, soumise par l'auteur à la faculté des sciences de l'université d'Utrecht, pour l'obtention du grade de docteur ès sciences physiques et mathématiques. Un assez grand nombre de composés divers, tant organiques qu'inorganiques, s'y trouvent étudiés, avec soin, sous le rapport des phénomènes qu'ils présentent lorsqu'on les soumet à l'action décomposante du courant galvanique. Pour le détail des expériences nous devons renvoyer au mémoire original; nous nous bornons ici à reproduire le résumé dans lequel l'auteur a formulé les résultats essentiels de son travail.

§ 1. 1°. L'hydrogène qui se dégage par l'action du zinc ou du fer sur l'acide sulfurique étendu, ne réduit pas une dissolution de sulfate d'argent, mais bien une dissolution de nitrate d'argent.

2°. Il en est de même de l'hydrogène qui résulte de la décomposition de la vapeur d'eau par le fer porté à l'incandescence: il ne réduit pas la dissolution de sulfate d'argent, mais bien celle de nitrate d'argent.

3°. L'hydrogène qui se dégage à une catode en platine, dans l'électrolyse de l'acide sulfurique étendu, se comporte encore de la même manière: sans action sur la solution de sulfate d'argent, il réduit celle de nitrate d'argent.

4°. L'hydrogène qu'on recueille à une catode en platine lorsqu'on soumet à l'électrolyse, selon la prescription de OSANN, une solution aqueuse d'acide sulfurique de Nordhausen récemment distillé, fait naître, il est vrai, un dépôt noir, abondant, dans une dissolution de sulfate d'argent; mais ce dépôt ne se compose que de sulfure d'argent, et non d'argent métallique.

5°. L'hydrogène qui se sépare dans l'électrolyse de l'acide sulfurique étendu, quand on se sert d'une catode en charbon, est également incapable de réduire une solution de sulfate d'argent.

6°. L'hydrogène obtenu par électrolyse ne diffère donc pas de l'hydrogène ordinaire dans la manière dont il se comporte à l'égard des sels argentiques.

§ 2. Une catode en platine qui, après avoir servi à opérer l'électrolyse de l'acide sulfurique étendu, est plongée immédiatement après dans une dissolution de sulfate d'argent, effectue parfois la réduction du sel, mais le plus ordinairement elle ne le réduit pas.

§ 3. La combinaison qui se fait fréquemment entre l'hydrogène séparé électrolytiquement et l'électrode négative, a lieu également quand cette électrode est en platine.

§ 4. 1°. Lorsque l'acide nitrique ne dégage aucun gaz à la surface d'une électrode négative en platine ou en charbon, l'acide est réduit à l'état d'ammoniaque.

2°. Dans l'électrolyse de l'acide nitrique concentré, un même courant ne dégage absolument aucun gaz à une catode en platine ou en charbon, tandis qu'il en sépare une faible quantité à une catode en fer rendu passif.

§ 5. 1°. Si dans l'électrolyse de l'acide nitrique on emploie une anode en fil de platine et une catode en fil d'argent, et qu'après les avoir rapprochées jusqu'au contact, au sein de l'électrolyte, on les sépare ensuite, l'anode prend une couleur brun-foncé à l'endroit qui avait été touché par la catode.

2°. C'est fréquemment de ce même point que part d'abord le dégagement gazeux, qui s'étend ensuite rapidement sur toute la

surface de l'anode, ordinairement après disparition de la couleur brun-foncé.

3°. Une anode en platine, une fois qu'elle a acquis la propriété de se colorer en brun au moment où l'on ferme le circuit, conserve cette propriété lors même qu'on retire et replonge 5 ou 6 fois de suite la catode dans le liquide.

4°. Une anode en fil de platine montre, après avoir été mise en contact avec une catode en fil d'argent, la même coloration brune dans l'acide sulfurique concentré que dans l'acide nitrique.

5°. Cette coloration brune ne se produit pas dans l'acide nitrique rouge, fumant, dans les sulfates, les nitrates, la potasse caustique, l'acide chlorhydrique, l'acide phosphorique, l'acide sulfurique étendu.

§ 6. Lorsqu'on conduit le courant galvanique, par l'intermédiaire de deux électrodes en fil de platine, à travers de l'acide nitrique rouge, fumant, aucun gaz n'est mis en liberté, dans les premiers temps, ni à l'une ni à l'autre électrode, et autour du pôle positif NO_4 est entièrement changé en NO_5 par oxydation. Autour du pôle négatif, NO_5 est réduit en NH_3 pendant toute la durée de l'électrolyse.

§ 7. 1°. Quoique Davy ait fait usage d'une batterie de 200 éléments pour mettre le potassium en liberté dans la potasse caustique fondue, une batterie de 6 éléments de Bunsen se montre déjà capable de produire à la surface de la catode un phénomène de lumière dû également, selon toute probabilité, à la combustion du potassium.

2°. Dans l'électrolyse de la potasse caustique fondue une anode, soit de platine soit d'argent ou de cuivre, se dissout dans l'alcali en fusion, et les métaux nommés se déposent de nouveau sur la catode.

3°. Cette électrolyse est accompagnée de nombreux phénomènes secondaires.

4°. Même sans électrolyse, l'argent se dissout en assez grande quantité dans la potasse caustique fondue.

§ 8. 1°. L'électrolyse de la soude caustique fondue manifeste des phénomènes analogues à ceux qu'on observe dans l'électrolyse de la potasse caustique fondue.

2°. Lorsque l'électrolyse des alcalis fondus se fait entre une catode en fil de platine et une anode en fil d'argent, il se forme autour de la catode un enduit qui est composé en grande partie d'argent, mais qui laisse pourtant, quand on le traite par l'acide nitrique, un résidu pulvérulent, noir, très probablement de platine.

§ 9. Dans l'électrolyse du sulfate de soude fondu, entre deux électrodes en platine, du sodium est mis en liberté au pôle négatif et il se combine avec le platine de la catode.

§ 10. 1°. Lorsque du chlorate de potasse fondu est décomposé entre une anode en platine et une catode en platine ou en cuivre, il se sépare du potassium au pôle négatif, lequel potassium s'unit au platine ou au cuivre de la catode.

2°. Dans cette même électrolyse, il arrive au pôle positif un mélange de chlore et d'oxygène, mélange dont l'oxygène présente l'odeur du phosphore et donne lieu à d'épaisses vapeurs blanches quand on le met en contact avec de l'eau.

§ 11. 1°. Quand on décompose de l'acide formique concentré, entre deux lames de platine traversées par le courant de six éléments de Bunsen, il se sépare au pôle positif un mélange de 2 volumes d'acide carbonique et 1 volume d'oxygène.

2°. Quand la décomposition de l'acide formique concentré se fait par un courant de même force, mais entre deux électrodes en fil de platine, le mélange qui se dégage au pôle positif est formé de 4 volumes d'acide carbonique et 1 volume d'oxygène.

3°. Dans cette dernière électrolyse, le cassion gazeux occupe un volume beaucoup moindre que le double de celui de l'assion gazeux.

§ 12. 1°. A mesure que n prend une valeur plus grande dans la formule générale $C_n\ H_n\ O_4$ des acides gras, ces acides se montrent des conducteurs de plus en plus imparfaits du courant galvanique.

2°. Soumis à l'action de six éléments de Bunsen, l'acide acétique étendu dégage de l'oxygène pur à l'anode en platine.

3°. L'acide acétique concentré, l'acide butyrique et l'acide valérianique conduisent encore très faiblement le courant d'une batterie de six éléments de Bunsen.

4°. L'acide palmitique et l'acide stéarique, à l'état fondu, isolent parfaitement le courant d'une batterie de huit éléments de Bunsen.

§ 13. 1°. L'acide benzoïque (C_{14} H_6 O_4), à l'état de fusion, ne conduit pas le courant de 8 éléments de Bunsen.

2°. Quand une dissolution aqueuse d'acide benzoïque, saturée à froid, est décomposée entre deux électrodes en platine, par le courant de 6 éléments de Bunsen, il se sépare de l'oxygène au pôle positif et une quantité équivalente d'hydrogène au pôle négatif.

3°. Il est très probable que, dans cette même électrolyse, il ne se sépare pas d'anhydride benzoïque au pôle positif.

4°. Pendant cette électrolyse il arrive parfois que l'électrode négative, en fil de platine, se couvre d'un enduit noir qui disparaît à la lumière.

§ 14. 1°. Dans l'électrolyse d'une dissolution aqueuse saturée d'acide cinnamique, par le courant de 5 éléments de Bunsen, le cassion gazeux occupe un volume précisément égal à 3 fois celui de l'assion gazeux.

2°. Pendant cette électrolyse, de l'oxygène, de l'acide carbonique et des cristaux d'acide cinnamique se séparent à l'anode en platine.

§ 15. 1°. Dans l'électrolyse de l'acide lactique étendu, par le courant de 6 éléments de Bunsen, le cassion gazeux prend un volume environ 7 fois plus considérable que celui de l'assion gazeux.

2°. Cet assion gazeux renferme 1 volume d'acide carbonique pour 4 volumes d'oxygène.

§ 16. 1°. Dans l'électrolyse d'une dissolution aqueuse saturée d'acide oxalique, il se dégage, au pôle négatif d'une batterie de

6 éléments de Bunsen, 2 fois plus de gaz qu'au pôle positif.

2°. L'assion gazeux qui résulte de cette électrolyse se compose de 2 volumes d'acide carbonique et 1 volume d'oxygène.

§ 17. 1°. Dans l'électrolyse d'une dissolution aqueuse saturée d'acide tartrique, il se sépare de l'hydrogène au pôle négatif d'une batterie de 7 éléments de Bunsen, et une quantité équivalente d'oxygène au pôle positif.

2°. Pendant cette électrolyse, une électrode négative de platine en lame se couvre quelquefois d'un enduit noir, qu'aucun acide ne parvient à dissoudre, mais qui se décompose à la lumière.

3°. Il serait difficile de voir dans cet enduit noir autre chose que de l'hydrure de platine.

§ 18. 1°. L'assion gazeux qui est mis en liberté dans l'électrolyse de la combinaison d'une base inorganique avec un acide organique, diffère beaucoup, en général, de l'assion gazeux qui se sépare dans l'électrolyse de l'acide faisant partie de cette combinaison, l'acide étant employé à l'état isolé.

2°. Dans l'électrolyse d'une dissolution aqueuse (dens. 1,197) de formiate de soude, il se sépare de l'acide carbonique pur au pôle positif d'une batterie de 6 éléments de Bunsen.

3°. Pendant cette électrolyse, il se forme un léger précipité rouge brun autour de chacune des deux électrodes en platine.

§ 19. 1°. Dans l'électrolyse d'une dissolution aqueuse de valérianate de potasse par le courant de 6 éléments de Bunsen, l'assion gazeux se compose de:

52,91	volumes	d'acide carbonique,
37,37	„	de butylène,
9,71	„	d'oxygène.

2°. Dans l'électrolyse du palmitate de soude fondu, au moyen du courant de 5 éléments de Bunsen, du gaz se dégage à chacune des deux électrodes en platine, et en même temps le platine du fil négatif se combine avec du sodium.

3°. Ce qui se passe dans l'électrolyse du sulfate de soude fondu, dans celle du chlorate de potasse fondu et dans celle du palmitate de soude fondu, se retrouve dans l'électrolyse du savon so-

dique fondu: une partie du métal alcalin mis en liberté au pôle négatif s'unit à la catode en fil de platine.

4°. L'axonge fondue et le suif fondu isolent parfaitement le courant d'une batterie de 10 éléments de Bunsen.

§ 20. 1°. Dans l'électrolyse d'une dissolution saturée et neutre de benzoate de potasse, de l'acide benzoïque et de l'oxygène se séparent au pôle positif d'une batterie de 5 à 8 éléments de Bunsen, et de l'hydrogène au pôle négatif.

2°. Le volume de l'oxygène dégagé dans cette électrolyse est un peu moindre que la moitié du volume de l'hydrogène mis en liberté.

3°. Après une électrolyse continuée pendant 48 heures, le benzoate de potasse se colore en brun jaunâtre autour de l'électrode positive en platine.

§ 21. 1°. Une dissolution aqueuse saturée de cinnamate de soude, se décompose, sous l'influence du courant de 5 éléments de Bunsen, en acide cinnamique, soude, oxygène et hydrogène.

2°. Une partie de l'acide cinnamique séparé dans cette électrolyse est transformée, par l'oxygène mis en liberté, en huile d'amandes amères et acide carbonique.

3°. Dans l'électrolyse des dissolutions aqueuses de plusieurs acides organiques, ainsi que des sels de ces acides, ce n'est pas l'anhydride de l'acide, mais l'acide lui-même qui est mis en liberté.

§ 22. 1°. L'assion gazeux d'une dissolution aqueuse concentrée de lactate de potasse n'occupe pas, à beaucoup près, la moitié du volume du cassion gazeux; il se compose, dans le cas où l'on se sert du courant de 6 éléments de Bunsen, de 86 volumes d'acide carbonique et 4 volumes d'oxygène.

2°. Pendant l'électrolyse du lactate de potasse il se forme de la résine aldéhydique.

§ 23. 1°. Dans l'électrolyse d'une dissolution saturée de malate de potasse, et en faisant usage du courant de 5 éléments de Bunsen, l'assion gazeux occupe un volume égal aux $\frac{2}{9}$ du volume du cassion gazeux.

2°. 33,5 volumes de l'assion gazeux se composent de 32 volumes d'acide carbonique et 1,5 volumes d'un gaz qui, étant enflammé, brûle avec une flamme claire et brillante.

3°. Dans cette électrolyse, outre l'acide malique, il se sépare encore un acide volatil au pôle positif.

4°. La dissolution de malate de potasse se colore, autour de l'anode en platine, en jaune clair pendant l'électrolyse, et au bout de huit jours, sans nouvelle action du courant, en brun rougeâtre.

§ 24. 1°. L'eau sucrée, d'une densité de 1,13, offre au courant d'une batterie de 4 éléments de Bunsen une conductibilité environ 39 fois moindre que celle de l'acide sulfurique d'une densité de 1,24.

2°. A mesure que la densité de l'eau sucrée s'élève, à partir de 1, son pouvoir conducteur augmente d'abord pour décroître ensuite.

3°. Dans l'électrolyse de l'eau sucrée, entre deux électrodes en fil de platine, le rapport entre le volume du cassion gazeux et celui de l'assion gazeux se rapproche de plus en plus de 2 à mesure que l'intensité du courant augmente.

4°. Le mélange des ions gazeux ne renferme pas d'acide carbonique dans les premiers instants qui suivent celui où l'électrolyse a commencé, mais il en contient 6,6 p. c. au bout de 48 heures.

5°. L'eau sucrée que traverse le courant de 6 éléments de Bunsen, amené par deux électrodes en fil de platine, devient acide, acquiert des propriétés réduisantes énergiques, et est précipitée par l'acétate de plomb neutre.

6°. L'eau sucrée électrolysée, lorsqu'on la chauffe au bain-marie, change très promptement de couleur et laisse distiller un liquide acide, incolore et limpide, qui jouit de propriétés réduisantes énergiques, ne contient ni acide formique ni acide acétique, et ne précipite pas l'acétate de plomb neutre.

7°. En prolongeant l'électrolyse de l'eau sucrée, l'acide qui s'était formé d'abord est décomposé et oxydé à son tour.

8°. Quand l'eau sucrée conduit, entre une catode en fil de platine et une anode en fil de fer, le courant de 7 éléments de Bunsen, il ne se dégage du gaz qu'à la catode, tandis qu'à l'anode il se sépare un corps vert, floconneux, qui, dans les points où il arrive en contact avec l'air, se décompose en un acide faible et en hydrate de peroxyde de fer.

9°. Une anode en cuivre ne laisse également dégager aucun gaz dans l'électrolyse de l'eau sucrée, mais sépare un corps bleu verdâtre, peu stable.

10°. Une anode en zinc, employée à l'électrolyse de l'eau sucrée, se couvre d'un corps blanc, floconneux, qui, lavé et séché, se trouve être formé d'hydrate d'oxyde de zinc.

§ 25. 1°. Dans les dissolutions aqueuses de fécule, de dextrine et de gomme arabique, une anode en fil de fer se recouvre également d'un sel de protoxyde de fer, vert et floconneux, dont la base, sous l'influence de l'oxygène de l'air, se change en peroxyde de fer en abandonnant l'acide.

2°. Aussi longtemps que le corps vert qui s'est formé dans une dissolution de fécule reste sans altération, cette dissolution ne réduit pas la liqueur d'essai des matières sucrées; mais elle opère cette réduction quand le corps vert a pris une couleur rouge.

3°. Une dissolution de fécule qui conduit, entre deux électrodes en fil de platine, le courant d'une batterie de 6 éléments de Bunsen, présente encore une réaction neutre même au bout de 5 jours, et ne se change pas en sucre.

4°. Le collodion conduit très mal le courant de 8 éléments de Bunsen, mais donne pourtant une faible quantité de gaz à la catode lorsqu'on rapproche les deux électrodes très près l'une de l'autre.

5°. Dans cette électrolyse une anode en platine se couvre d'une substance gélatineuse, incolore et transparente, qui, étant séchée puis allumée, brûle rapidement et avec déflagration, à la manière du fulmi-coton.

CONSIDÉRATIONS SUR LE GENRE

MÉNOBRANCHE ET SUR SES AFFINITÉS NATURELLES.

PAR

J. VAN DER HOEVEN.

Dans la distribution naturelle des Reptiles une des plus importantes améliorations est, sans aucun doute, celle que nous devons à Merrem et à F. S. Leuckart, qui, en 1820 et 1821, ont divisé cette classe en deux groupes, que le premier a nommé *Pholidota* et *Batrachia* (*Tentamen systematis Amphibiorum*, auctore Blasio Merrem, Marburgi 1820). Les batraciens ont une peau nue, tandis que les pholidotes ont le corps revêtu d'écailles ou enveloppé de deux boucliers (les chéloniens). Leuckart, en introduisant le nom de *Dipnoa* dans la science pour les batraciens, s'est servi d'un caractère plus essentiel, savoir celui de la double respiration, de la présence de branchies dans le premier âge, ou de l'existence de branchies permanentes en même temps que celle de poumons [1]). C'est à M. Fitzinger qu'on doit le nom de *Monopnoa*, correspondant à celui qu'avait proposé Leuckart, et servant à distinguer l'autre grande division, celle des pholidotes de Merrem [2]).

Les recherches de divers auteurs ont servi de plus en plus à confirmer cette division primaire. Le célèbre physiologiste Müller a surtout contribué à la démontrer, en ajoutant plusieurs carac-

---

[1]) *Isis* von Oken 1821; *Litterarischer Anzeiger* S. 257—265. *Einiges ueber die fischartigen Amphibiën.*

[2]) *Neue Classification der Reptilien von* L. J. Fitzinger. Wien, 1826, 4°.

tères anatomiques auxquels on n'avait pas prêté assez d'attention avant lui, et qui, par leur réunion remarquable, nous montrent que les deux groupes sont parfaitement naturels [1]). Il y a, en effet, une telle différence entre les reptiles de ces deux divisions, que Merrem les considérait comme deux classes, ce qui était aussi l'opinion de Blainville. Il n'entre pas dans le plan de notre notice de discuter cette opinion, mais nous devons cependant faire remarquer que la vue avancée par un auteur moderne, et d'après laquelle on devrait réunir les *dipnoés* aux poissons, nous semble exagérée et contraire à une bonne classification naturelle.

Parmi ces reptiles à double respiration il faut aussi placer un genre que Cuvier laissait encore parmi les *ophidiens*, mais dont l'affinité avec les batraciens n'avait pas échappé à cet illustre naturaliste, et avait été remarquée déjà au commencement de notre siècle par son ami et collaborateur, le professeur C. Duméril. Ce genre, celui des *Cécilies*, fut placé par Oppel [2]) et Merrem dans la sous-classe qui nous occupe. La découverte importante de deux trous branchiaux, un de chaque côté, chez un petit exemplaire de la *Caecilia hypocyanea*, faite par Müller en 1831, vint confirmer ce rapprochement, et place désormais le genre dans le voisinage des *Amphiuma* et des *Siren*, qui se meuvent en traînant leur corps sur le fond des eaux qu'ils habitent, et auxquels les pieds très petits qu'ils possèdent ne sauraient être d'aucune utilité pour marcher.

---

[1]) *Beyträge zur Anatomie und Naturgeschichte der Amphibien; Zeitschrift für Physiologie, herausgegeben von* F. Tiedemann, G. R. Treviranus *und* L. C. Treviranus, IV. Bd. 2, 1832, p. 190 et suiv. Ce travail remarquable date du commencement de la carrière scientifique de l'auteur, qui occupait alors la chaire de physiologie à l'université de Bonn. Parmi les caractères anatomiques des Dipnoa il faut retrancher celui de l'oreillette simple qu'on attribuait auparavant au coeur des Batraciens (voyez la note additionelle de l'auteur p. 274, 275.) Mais il convient surtout de remarquer un double caractère embryologique, l'absence d'un amnios et d'une allantoïde, tandis que ces parties se trouvent chez tous les autres reptiles comme chez les oiseaux et les mammifères.

[2]) *Die Ordnungen, Familien und Gattungen der Reptilien*, von M. Oppel, München 1811, 4°. p. 76. C'est sous le nom de *Batrachia apoda* que ces serpents nus sont indiqués par les auteurs que nous venons de nommer.

Les batraciens munis d'extrémités ont été divisés par Duméril en *anoures* et *urodèles*. Les premiers, dont les grenouilles et crapauds de notre faune peuvent servir d'exemples, ne nous occuperont pas maintenant. Qu'il nous suffise d'observer que la forme extérieure de ces anoures (des batraciens proprement dits), s'éloigne entièrement de celle des urodèles, celle des salamandres aquatiques p. e., et que cette différence nous prouve que la forme extérieure est de peu de valeur quand il s'agit des groupes primaires dans la classification naturelle du règne animal. Nous sommes loin maintenant du temps où Linnaeus réunissait les salamandres avec les crocodiles dans son genre indigeste *Lacerta*; mais il se peut que l'oeil du vulgaire et le jugement de tous ceux qui ne sont pas guidés par la science, trouveront cette réunion moins bizarre que celle de nos méthodes actuelles. La grenouille avec sa tête énorme, son tronc raccourci et ses longues pattes, ne ressemble aucunement à la salamandre, et moins encore au protée, tandis que ces derniers genres semblent se rattacher d'une manière intime aux lézards et surtout aux scincoides. Le scalpel nous en fera juger tout autrement, et les formes transitoires des grenouilles dans leur développement nous prouveront, sans réplique, que les apparences sont trompeuses et qu'il ne faut point se fier à elles sans un sévère examen.

Parmi les Urodèles il convient de faire une division principale. Il y a deux groupes ou deux familles parmi ces batraciens. L'une comprend le genre *Salamandra*, c'est-à-dire les salamandres terrestres et les nombreux sous-genres des salamandres aquatiques ou Tritons. L'autre famille peut emprunter son nom du genre *Proteus;* c'est la famille des *Protéides* ou *Ichthyoidés*. Au commencement de notre siècle Cuvier a publié un mémoire sur quelques reptiles de cette division, qui est inséré dans le *Recueil d'observations de Zoologie et d'Anatomie comparée* du voyage de Humboldt et de Bonpland [1]). Le titre de ce mémoire a fourni occasion

[1]) I, Paris 1811, p. 93—126: *Recherches anatomiques sur les Reptiles regardés encore comme douteux par les naturalistes; faites à l'occasion de l'Axolotl, rapporté par* M. de Humboldt *du Mexique.* Ce mémoire a été lu à l'Institut national, les 19 et 26 janvier 1807.

aux naturalistes de se servir du nom de *Reptiles douteux* pour indiquer ce groupe. Ce qui était *douteux* alors, ne l'est plus aujourd'hui; il reste bien toujours des doutes, — et quel champ de recherches qui s'ouvre à l'esprit humain en est libre, — mais ces doutes portent sur d'autres points. Ce qu'on ne savait point alors, ce que Cuvier cherchait à éclaircir, c'était la question si des Reptiles à branchies n'étaient point des larves destinées à perdre ces organes. Il examinait l'Axolotl, dont Humboldt lui avait donné deux échantillons qu'il avait rapportés du Mexique, et il le comparait à la Sirène de la Caroline méridionale et au Protée des lacs et des eaux souterraines de la Carniole et de la Dalmatie. Tous ces animaux avaient des branchies et des poumons. D'après ses recherches, Cuvier resta convaincu que la Sirène et le Protée sont des animaux adultes, qui conservent toujours leurs doubles organes de respiration [1]), tandis qu'il regardait l'Axolotl comme la larve de quelque grande salamandre inconnue [2]). Dans la suite, Cuvier plaça cependant cet Axolotl parmi les genres à branchies permanentes, avec le Protée et la Sirène [3]).

A ces trois espèces, qui forment autant de genres, il faut ajouter maintenant quelques autres qui proviennent, comme la Sirène et l'Axolotl, de l'Amérique Septentrionale. Mais, outre ces genres

[1]) De son côté le Professeur B. Smith Barton était parvenu à la même conviction (*Some Account of the Siren lacertina.* Philadelphia 1807; brochure en forme de lettre à J. G. Schneider et imprimée seulement à 50 exemplaires, dont je me suis procuré un à la vente de la Bibliothèque de Blumenbach).

[2]) *Mémoire* cité p. 116. C'était encore l'opinion de Cuvier quand il publia la première édition de son *Règne animal*, (II, 1817. p. 101.)

[3]) *Règne animal*, sec. édit. 1827, II p. 119 note: „tant de témoins assurent qu'il ne les perd pas, que je m'y vois obligé." Mais, plus récemment encore, le zoologiste distingué Américain Spencer Baird conservait les mêmes doutes. *Journal of the Academy of Natural Sciences of Philadelphia*, Oct. 1849. Vol I. Second series p. 281. *Revision of the North-American Tailed-Batrachia.* L'auteur s'explique ainsi: „It is only because there is no positive proof to the contrary, that I retain the genus Siredon as real, placing it to the bottom of the series. It so much resembles the larva of *Ambystoma punctata* in both external form and internal structure, that I cannot but believe it to be the larva of some gigantic species of this genus". p. 292.

à branchies persistantes, on ne peut refuser une place dans ce groupe naturel à des animaux fort semblables, auxquels on ne voit pas de branchies, mais qui offrent un orifice branchial de chaque côté du cou. Un grand Reptile de cette division était déjà connu de Cuvier quand il publia ses recherches sur les Reptiles douteux. C'est l'espèce à laquelle les habitants des États-unis d'Amérique donnent le nom d'*Alligator* ou de *Hell-bender* [1]), tandis que les Indiens Delawares le nomment *Tweeg* ou *Tweche*. Au commencement de notre siècle, un échantillon de cette espèce, du Musée Leverien, avait été décrit par le docteur Shaw sous le nom de *Leverian Water-Newt* [2]). Un individu de la même espèce, que le voyageur Michaux avait recueilli dans les monts Alléganis et donné au Muséum du Jardin des Plantes à Paris, fut décrit par Latreille sous le nom de *Salamandre des monts Alléganis* [3]). Dans ces descriptions, il est surprenant qu'on ne trouve pas remarquée l'ouverture branchiale. Elle est décrite dans la brochure de Barton que nous venons de citer; on la remarque sur la figure, médiocre au reste, qui est jointe à cet opuscule [4]). Cuvier parle d'une cicatrice aux côtés

[1]) Dans une brochure du Professeur Barton, imprimée pour ses correspondants et amis, (*Memoir concerning an Animal of the class of Reptilia, or Amphibia, which is known, in the United States, by the names of Alligator and Hell-Bender*, Philadelphia 1814) et que j'ai de la même source que celle sur la Sirène, on lit que le dernier nom a été imposé à cet animal par les Nègres de Virginie à cause des inflexions lentes avec lesquelles il se meut dans l'eau, son habitation naturelle, mouvements que les esclaves comparent aux horribles tortures que les réprouvés souffrent au fond des enfers.

[2]) Shaw, *General Zoology*, Vol. III, part 1, p. 303, 304, London 1802.

[3]) *Histoire naturelle des Reptiles par* Sonnini et Latreille. Paris 1802, II. p. 253, pl. 54, fig. 1; Daudin, *Hist. nat. des Reptiles*, Tom. VIII. An XI (1803) p. 231, 232; (Bosc). *Nouveau Dictionnaire d'Hist. nat.* Tom. XX. An XI p. 48. (Les mêmes lignes se trouvent, sans qu'on y ait rien changé, dans la nouvelle édition, revue et augmentée, de ce *Dictionnaire*, Tome XXX, Paris 1819, p. 61; la figure de cette espèce, Pl. XII, fig. 1, qu'on trouve au T. XXXI, p. 317, la même que celle de Labreille, mérite à peine d'être citée.

Dans les trois autres Dictionnaires d'Histoire naturelle qu'on a publiés dans ce siècle en France, je ne vois rien de nouveau sur ce reptile.

[4]) Elle a été copiée par Leuckart dans sa notice sur les Amphibies ichthyoides, *Isis* 1821, Pl. V; il ajoute une figure, beaucoup plus mauvaise encore,

du cou, précisément à la place où la Sirène a ses branchies [1]).

Tous les .naturalistes qui ont admis la distinction de deux groupes d'urodèles, ont placé ce Hell-bender dans la même division que les reptiles douteux. Mais, dès lors, il est nécessaire de chercher d'autres caractères pour ce groupe des Ichthyoides, que celui de la permanence des branchies. Ces caractères se trouvent dans l'absence de paupières; dans la conformation des vertèbres, dont le corps est concave à ses deux faces, comme chez les Poissons; dans l'état cartilagineux des pièces qui forment le carpe et le tarse; et peut-être aussi dans la grandeur extraordinaire des corpuscules du sang, remarquée d'abord dans le Protée, mais trouvée ensuite dans toutes les espèces dont on a pu examiner le sang sous le microscope. Un nouveau genre s'est ajouté, en 1821, à la division des Protéides. C'est un genre de l'Amérique Septentrionale, dont la forme allongée a une certaine ressemblance avec celle du Protée, et qui possède aussi quatre pieds mais encore plus petits que ceux du Protée. Sans ces ébauches de quatre extrémités, le genre aurait beaucoup de rapport avec la Sirène. Mais ce qui le distingue surtout, et du Protée et de la Sirène, c'est qu'il ne possède pas de branchies, mais qu'il montre un trou branchial de chaque côté du cou. Ce genre a été désigné par le nom *d'Amphiuma.* [2])

Notre connaissance des Protéides était arrivée à ce point, quand Muller s'avisa de réunir dans une même sous-division avec le

---

d'après un échantillon empaillé (!) du Musée de Vienne. On doit une meilleure figure à J. R. Peale, qui est jointe aux observations sur le genre salamandre du Docteur Harlan, *Annals of the New-York Lyceum of Natural History*, Vol. I, 1825, Pl. XVII. p. 234. Cette figure a été copiée dans l'édition anglaise, refondue et augmentée, du Règne animal de Cuvier: *Animal Kingdom by* E. Griffith, Vol. IX. London 1831, p. 475. Qu'il me soit permis de citer aussi celle qui a été publiée par moi dans le *Tijdschrift voor Natuurlijke Geschiedenis en Physiologie*, IV, 1838, Pl. V. B. fig. 7.

[1]) *Recherches*, l. c. p. 101.

[2]) Il est à noter que ce genre fut réellement découvert avant le Hell-bender ou grande Salamandre de Michaux, par ce même docteur Alexandre Garden qui a fait connaître la Sirène. Il avait envoyé cet animal, en 1771, à Linnaeus sous le nom d'*Amphiuma*. „Ces documents étaient restés parmi les

Hell-bender ce genre nouveau sous le nom de *Dirotreta* [1]). C'était une réunion artificielle, car tout ce qu'on savait alors du genre *Amphiuma* montrait plutôt que c'était dans le voisinage de la Sirène qu'il devait être placé. Le *Hell-bender*, nommé successivement *Abranchus*, *Menopoma* et *Cryptobranchus*, était imparfaitement connu quant à sa structure interne. Toutefois le crâne, dont Cuvier avait donné une figure exacte, ne présentait que des rapports éloignés avec celui des Amphiumes [2]). Un grand reptile du Japon dont on doit la connaissance au zèle du voyageur M. de Siebold, qui avait réussi à en rapporter un exemplaire vivant [3]), m'ayant paru avoir une très grande affinité avec le Hell-bender de l'Amérique Septentrionale, je crus devoir le considérer *non pas comme une espèce d'un genre nouveau*, mais comme une nouvelle espèce d'un genre connu depuis longtemps. Au lieu de proposer une nouvelle dénomination générique, je crus devoir me servir du nom de *Cryptobranchus* proposé pour le Hell-bender, en 1821, par Leuckart [4]). Il me semble que si on se

---

papiers de Linnaeus, et n'ont été connus que par l'édition que le chev. James Edouard Smith a donnée, en 1821, de la correspondance du grand naturaliste suédois." Cuvier, *Sur le genre de Reptiles batraciens nommé Amphiuma, et sur une nouvelle espèce de ce genre*; *Mémoire lu à l'Acad. des Sciences*, le 13 Novembre 1826. *Mémoires du Muséum*, Tome 14, 1827. p. 2.

[1]) *Derotremata*, Muller l. c. p. 203.

[2]) Müller, qui ne connaissait au reste ces crânes que par les figures de Cuvier, a fait déjà lui-même cette remarque; *Zeitschr. f. Physiol.* IV. p. 204. Le hyoïde a été figuré par Harlan, l. c.

[3]) Ce reptile continue toujours à vivre en Hollande et se trouve depuis plusieurs années dans le riche jardin zoologique d'Amsterdam; plusieurs autres jardins zoologiques en possèdent maintenant des échantillons.

[4]) *Isis* von Oken l. c. Le nom de *Menopoma* fut proposé par Harlan, qui avait donné auparavant le nom d'*Abranchus* à ce genre, qu'il croyait être dépourvu de branchies à tout âge (*destitute of branchiae at all periods of its existence* p. 233.) Cette opinion, contraire à toute vraisemblance, a été réfutée par les faits. Mayer, de son vivant Professeur d'Anatomie à Bonn, a trouvé des houppes branchiales, mais qui étaient déjà près de disparaître, dans un exemplaire de 4 pouces 6 lignes, qu'il avait reçu du Prince de Wied. *Analecten für vergleichende Anatomie, von* Dr. A. F. C. J. Mayer, Bonn 1835, p. 95.

Au reste, le nom *Menopoma* doit son origine, à ce qu'il paraît, à la persistance

refuse à cette réunion, il est cependant hors de doute que ces deux espèces ne sauraient trouver leur place dans *deux familles* différentes. Dès qu'on les réunit, il faut renoncer à la distinction des *Dirotrètes*. Je m'en rapporte au jugement prononcé d'une manière claire et énergique par le professeur Hyrtl dans son *Schediasma anatomicum* [1]).

Quand on place ce gigantesque Batracien dans la famille des Protéides ou des Urodèles ichthyoides, il est nécessaire de retrancher des caractères de cette division le caractère d'avoir des branchies permanentes ou des trous branchiaux. Les genres ne sont pas assez nombreux pour que la nécessité d'une division ultérieure se fasse sentir vivement. Mais ce qui reste toujours à déterminer c'est la disposition qu'il faudra donner à ces genres pour que les rapports qui les lient soient nettement indiqués d'après le degré d'affinité réciproque. C'est ce que je me suis demandé il y a plus de treize ans, quand je m'occupais de la classe des Reptiles pour la seconde édition de mon manuel de zoologie. J'ai examiné cette question de nouveau lorsque j'eus l'occasion d'étudier deux exemplaires du *Menobranchus*, qui me furent adressés par la libéralité de la *Smithsonian Institution* à Washington.

Je n'ai pas encore parlé de ce genre, qui mérite une place distincte dans la famille qui nous occupe dans ce moment. Il fut constitué sous ce nom par Harlan, qui donne en même temps

---

d'un opercule, c'est-à-dire d' un prolongement de la peau qui s'étend sur l'ouverture aux côtés du cou (de *μένειν rester* et πῶμα opercule). Comme il n'y a point d'opercule proprement dit, je pense que le nom de *Cryptobranchus* mérite d'être conservé et qu'il n'est point nécessaire d'introduire un nouveau nom. *Tritomegas*, proposé en dernier lieu pour le Reptile du Japon par les auteurs de l'Erpétologie générale (Duméril et Bibron, IX, 1854, p. 153), quand même il serait mieux composé qu'il ne l'est en effet, ne saurait être admis, comme ayant été déjà employé, d'après une étymologie très différente, pour un genre de l'ordre des Hémiptères. *Hist. nat. des Insectes Hémiptères*, par C. J. B. Amyot et Audinet Serville. Paris 1843, p. 98.

[1]) *Cryptobranchus Japonicus*, *Schediasma anatomicum*, Vindobonae 1865 4°. p. 4. „Cum *Menopomate* affinitas tanto argumentorum pondere vindicata fuit, ut nullae amplius circa hanc quaestionem lites moveri possint."

le nom d' *Abranchus* au genre que nous nommons maintenant *Cryptobranchus* [1]). Le *Menobranchus*, comme son nom l'indique, présente un caractère qu'on trouve également chez le Protée et chez la Sirène, savoir celui de ne pas perdre ses branchies. Il a avec le Protée un autre caractère en commun, qui le distingue au contraire de la Sirène, celui d'avoir quatre pieds. C'est pour cette même raison que Lacépède, qui publia en 1807 une description, accompagnée d'une figure assez médiocre, d'un échantillon de cette espèce, crut devoir lui donner le nom de *Protée tétradactyle*, ajoutant toutefois que, si c'était une larve destinée à perdre ses branchies, on devrait la nommer *Salamandre tétradactyle* [2]). Cet animal a quatre doigts à chaque pied, tandis que les salamandres ont cinq doigts aux pieds de derrière; mais on connaît maintenant des espèces de salamandres auxquelles on compte de même quatre doigts à tous les pieds [3]).

L'origine de l'échantillon du Muséum de Paris était incertaine; Lacépède savait seulement que le Muséum l'avait reçu d'un naturaliste de Bordeaux. Mais la notice publiée par Lacépède ne contenait pas la première description de ce nouveau Reptile douteux. Le savant naturaliste J. G. Schneider avait, bien certainement, vu un échantillon de la même espèce dans le cabinet de Hellwig à Brunsvick, échantillon que celui-ci avait reçu de l'Amérique septentrionale, du lac Champlain. Comme cette description de Schneider est rédigée avec concision tout en étant assez détaillée, il n'est

---

[1]) *Annals of the New-York Lyceum*, I p. 233. Mais il avait déjà été nommé *Necturus* par Rafinesque (Blainville, *Journ. de Physique*, Tome LXXXVIII, p. 418). Ceux qui cherchent à restituer les premiers noms aux genres devront donc donner ce nom à celui-ci, s'ils ne préfèrent le nom de *Sirena*, que je vois avoir été appliqué au même reptile, par le même Rafinesque, en 1818, *Amer. Monthly Mag.* IV. p. 41 (Je ne connais ce journal que par la citation de M. Spencer Baird, *Journal of the Acad. of Nat. Sciences of Philadelphia*, 1849. I.)

[2]) *Sur une espèce de quadrupède ovipare non encore décrite. Annales du Muséum d'Hist. Nat.* X. 1807 p. 230—233, Pl. XVII.

[3]) Ces espèces forment les genres de Salamandres aquatiques: *Salamandrina* Fitzinger et *Hemidactylium* Tschudi ou *Desmodactylus* de Duméril et Bibron. Voir *l'Erpétologie générale* de ces auteurs, Tome IX, p. 68 et 117 — 120.

peut-être pas dénué d'intérêt de l'insérer en entier dans une note [1]).

Une figure beaucoup plus caractéristique que celle de Lacépède a été donnée par le naturaliste Harlan, dans le premier volume des Annales du Lyceum de New-York que nous avons déjà cité plus d'une fois (Pl. 16 *Menobranchus lateralis*) [2]). Fitzinger, sans ajouter à notre connaissance du genre, lui a donné le nouveau nom de *Phaenerobranchus* au lieu de *Menobranchus*.

Il est certain que la première impression faite par la vue d'un Ménobranche sur quiconque le compare au Hell-bender, est que ces animaux ont une très grande ressemblance, et que c'est presque uniquement par la présence des houppes branchiales et par les pieds postérieurs tétradactyles, qu'on peut distinguer le Ménobranche du Cryptobranche des monts Alléganis ou de celui du Japon. Sans avoir la grandeur énorme de ces deux Reptiles, le Ménobranche est cependant une espèce très grande quand on le compare aux Tritons et aux Salamandres, et il parvient à la longueur de quatorze pouces [3]).

---

[1]) Cette description date de 1799 et paraît être la première notice qu'on possède sur le Ménobranche:

„Corpus ultra 8 pollices longum et fere pollicem crassum, molle, spongiosum, multis poris pervium, in utroque latere tribus macularum rotundarum, nigrarum seriebus variegatum; cauda compressa et anceps, utrinque maculata, inferiore acie recta, superiore curvata, in finem teretiusculum terminatur. Caput latum et planum: oculi parvi, nares anteriores in margine labii superioris, maxillae superioris geminae ut inferioris dentes conici, obtusi, satis longi; lingua lata, integra, anterius soluta: apertura oris patet usque ad oculorum lineam verticalem: labia piscium labiis similia: pedes dissiti quatuor, tetradactyli omnes, absque unguiculis: ani rima in longitudinem patet. Branchiae utrinque ternae extus propendent, appositae superne totidem arcubus cartilagineis, quorum latus internum tubercula cartilaginea, veluti in piscium genere, exasperant. Branchialis apertura gemina utrinque adest tantum: infimus enim et supremus arcus branchiarum cuti adnatus est." *Historiae Amphibiorum naturalis et litterariae Fasciculus primus*, Jenae 1799 8°. p. 50, 51. Cuvier a connu cette description et en parle à l'occasion de l'Axolotl, auquel il paraît disposé à l'appliquer, croyant qu'il y a eu quelque méprise à l'égard du nombre des doigts. C'est étonnant qu'étant attaché au même établissement et habitant le jardin des plantes, Cuvier ignorât l'existence de l'animal que Lacépède décrivait presque en même temps.

[2]) On la trouve copiée chez Griffith, *Animal Kingdom*, *Reptilia*, p. 476.

[3]) L'échantillon de Lacépède n'avait que 150 millimètres; mais le plus

Si nous faisons abstraction du caractère des houppes branchiales et des fissures latérales du cou, on pourrait disposer tous ces reptiles douteux en deux groupes, dont l'un se lie par sa forme allongée et son corps cylindrique à la Sirène, l'autre par son corps plus déprimé et beaucoup moins long à la salamandre. C'est ce que j'ai fait dans mon Manuel. La subdivision des anguiformes renferme les genres *Siren*, *Hypochthon* (ou *Proteus*) et *Amphiuma*, tandis que la subdivision des *Cordylines* [1]) contient les genres *Menobranchus*, *Cryptobranchus* et *Siredon* (*Axolotl*). Mais après avoir comparé ce que l'examen du *Ménobranche* me faisait connaître, je me suis convaincu que ce genre est bien plus intimement lié avec le Protée qu'avec le Cryptobranche. Je dirai encore une fois que les apparences sont trompeuses et qu'il ne faut pas se laisser guider par elles dans la classification naturelle des êtres; celle-ci doit être le fruit d'une sérieuse étude et d'un examen consciencieux.

Peut-être ferai-je connaître dans la suite quelques résultats de mon examen du Menobranchus, que j'ai entrepris, au reste, seulement dans le but de m'instruire moi-même. Il serait à désirer que M. le Docteur Fischer, à Hambourg, fît paraître bientôt la continuation de ses Recherches anatomiques sur les Reptiles douteux [2]). En attendant, je me borne à noter que le crâne et l'ap-

---

petit des deux exemplaires que j'ai reçus mesurait plus du double, et l'autre 362 millimètres.

La meilleure figure de ce grand Batracien que je connaisse est celle que le Prince Maximilien de Neuwied a publiée l'année passée dans les *Nova Acta Acad. Caesar. Leopoldino Carolina.* Tom. XXXII, 1, Tab. VII.

[1]) „On pourrait rendre aux larves de *Salamandres* le nom de *cordyles*, qu'elles portaient chez les Grecs, selon la remarque de M. Schneider". Cuvier *Rech. sur les Rept. dout.* p. 93.

[2]) *Anatomische Abhandlungen über Perennibranchiaten und Derotremen* von Dr. J. G. Fischer. Erstes Heft. Hamburg 1864. 4°. On trouve quelques détails sur l'Anatomie du *Ménobranche* dans le Recueil de Mayer: *Analecten für vergl. Anatomie.* Bonn 1835, 4°. p. 82, 85, avec des figures du crâne, du cerveau et des organes de la génération chez le mâle. Cette dernière figure est peu conforme à ce que j'ai vu. M. Gegenbaur a donné une description et une figure du

pareil hyoïde, la conformation des os ou cartilages de l'épaule, la disposition des viscères, la forme des poumons et la structure des organes de la génération semblent indiquer que le Protée, cet animal souterrain et comme étiolé de l'Europe [1]), a son représentant dans un animal plus robuste et plus grand qui vit dans les lacs des Etats-Unis. Cependant, il convient de remarquer que le nombre des vertèbres est plus considérable chez le Protée, et que par là il se rapproche de la Sirène, tandis que la fixation du bassin à la trentième ou trente-et-unième vertèbre chez le Protée, constitue une différence encore plus grande avec le Ménobranche, chez lequel le bassin adhère à la dix-huitième ou dix-neuvième vertèbre, comme chez le Cryptobranchus Alleghaniensis; cette disposition diffère peu de ce qu'on observe chez l'espèce du Japon, où le bassin adhère à la vingtième ou vingt-et unième vertèbre [2]), et chez l'Axolotl et les Tritons où il y a seize ou dix-sept vertèbres entre le crâne et le bassin. Il faut donc se garder d'exa-

---

carpe et du tarse ainsi que de l'appareil claviculo-scapulaire chez le Ménobranche, *Untersuchungen zur vergleichenden Anatomie.* I. Heft. *Carpus und Tarsus*, Leipzig 1864. — II^tes^ Heft. *Schultergürtel der Wirbelthiere*, 1865.

[1]) „Il (M. Schreibers) ajoute qu'il est plutôt porté à regarder les Protées comme des espèces *d'albinos* ou de *crétins*, que comme des larves; mais il faudra toujours convenir que ce ne peuvent pas être des *albinos* d'espèces connues, puisque leur ostéologie n'a rien de commun, pour le nombre et la forme des pièces, avec celle d'aucun autre reptile." Cuvier *Rech. sur les Rept. douteux*, p. 123.

[2]) Dans l'exemplaire du Cryptobranche du Japon qui a été disséqué à Rotterdam, il y a quelques années, on a trouvé le bassin suspendu à droite à la vingtième et à gauche à la vingt-et-unième vertèbre (*Aanteekeningen over de Anatomie van den Cryptobranchus Japonicus* door Dr. F. J. J. Schmidt, Dr. Q. J. Goddard en Dr. J. van der Hoeven Jzn., Haarlem, 1862. 4°. p. 11.) Les auteurs de ce mémoire citent une observation de C. A. Schultze, qui a vu une semblable inégalité ou asymétrie, dans le squelette d'un *Triton cristatus*. Ils auraient pu ajouter que l'anatomiste Mayer avait signalé un fait pareil dans l'autre espèce de Cryptobranchus, l'espèce des monts Alléganis. Tandis qu'il semble être normal chez cette espèce que le bassin soit suspendu à la vingtième vertèbre, Mayer remarqua chez un des squelettes qu'il avait préparés, que le bassin adhérait seulement du côté gauche à cette vertèbre, mais à la dixneuvième du côté droit. *Analecten*, l. c. p. 78.

gérer, et en avançant que le Ménobranche a peut-être l'affinité la plus proche avec le Protée, il nous faut avouer, néanmoins, que c'est un genre intermédiaire entre le Protée et le Cryptobranche. Je serais même disposé à regarder le genre Ménobranche comme placé au milieu de tout le groupe des ichthyoides. Au reste, il arrive ici ce que nous voyons presque toujours dans les familles et les groupes qui se composent d'espèces peu nombreuses et répandues en divers pays très éloignés: il y a presque autant de genres que d'espèces et, malgré les liens communs d'affinité, il y a une différence très marquée dans la forme générale et dans les proportions du corps et de ses parties.

Celui qui voudrait disposer les genres dans une seule série, pourrait peut-être les placer de manière que la Sirène suive les Cécilies, et que l'Axolotl occupe la place opposée pour se rattacher aux salamandres (aux Urodèles à paupières). Les ichthyoides nous fournissent, en dernière analyse, une très intéressante illustration de cette proposition que quelques animaux présentent une forme permanente qui n'est que passagère et transitoire chez d'autres, et Lamarck aurait pu dire que dans l'Axolotl la nature est prête à former le Triton. Cuvier, déjà en 1807, s'est servi de l'heureuse expression de *larve permanente*: c'est ainsi qu'il dit que l'on pourrait considérer la Sirène comme une larve permanente de cette famille [1]).

Nous aurions alors cette suite:

Siren
Amphiuma [2])
Proteus
Menobranchus
Cryptobranchus
Sirenodon,

---

[1]) *Recherches sur les Reptiles douteux*, p. 109.

[2]) Ces deux genres s'éloignent surtout des vraies Salamandres par le grand nombre de vertèbres qui distingue leur squelette. Cuvier a compté 86 vertèbres chez la Sirène, 99 chez l'Amphiuma tridactyle, et 112 chez l'Amphiuma didactyle. *Mém. du Muséum* XIV, p. 8.

que je crois être assez naturelle, quoique, à la rigueur, toute disposition dans une seule série soit défectueuse.

Maintenant que les matériaux anatomiques sur les genres de l'Amérique septentrionale sont très dispersés et contenus, en partie, dans des journaux et des mémoires de Sociétés et d'Académies, qu'on ne trouve pas toujours même dans les plus grandes bibliothèques publiques, il serait à désirer que quelqu'un se donnât la peine de rassembler tout ce qui a été publié sur ces Reptiles douteux en Amérique. Un autre travail resterait à faire, savoir une disposition méthodique de ce qu'on sait maintenant sur les diverses formes de ce petit groupe [1]); ouvrage de com-

---

Si on désirait disposer les genres dans un tableau synoptique, à la manière de Duméril, l'ordre serait un peu différent.

FAMILLE DES PROTÉIDES.

Pattes au nombre de quatre, ou seulement deux pattes de devant. Yeux petits et dépourvus de paupières. Corps des vertèbres biconcave.

CORPS.	très allongé, cylindrique; pattes très petites, au nombre de	deux; branchies persistantes..	*Siren.*
		quatre; point de branchies persistantes; deux fentes collaires.	*Amphiuma.*
		quatre; branchies persistantes.	*Proteus.*
	médiocrement allongé, plus ou moins déprimé. Pattes au nombre de quatre; branchies	pour toute la vie. Quatre doigts à tous les pieds...........	*Menobranchus.*
		pour toute la vie, en forme de longues franges flottantes. Quatre doigts aux pattes de devant; cinq à celles de derrière....	*Sirenodon.*
		dans le jeune âge seulement. Quatre doigts aux pieds de devant; cinq à celles de derrière.	*Cryptobranchus.*

[1]) A moins qu'on ne croie que le genre Protée contient plusieurs espèces (Fitzinger, *Ueber den Proteus anguineus der Autoren*, *Sitzungsberichte der mathem. naturw. Klasse der kaiserl. Akad. der Wissenschaften*, October 1850), tout le groupe compte à peine dix espèces. Je ne sais ce qu'il faut penser des huit espèces de *Necturus* que Rafinesque assure exister dans les États-Unis, (*Journal de Physique*, 88 p. 418), mais il n'en est pas fait mention par ceux qui ont écrit après lui sur la Faune de l'Amérique septentrionale.

pilation si l'on veut, mais qui ne saurait être executé que par un savant naturaliste. Les travaux de Rusconi sur le Protée sont connus, mais pour ce qui regarde les autres genres, il n'y a presque que le *Cryptobranchus* du Japon, dont l'anatomie soit connue maintenant un peu complètement, par les recherches des trois médecins de Rotterdam, qui ont été publiées par la Société Hollandaise et par l'admirable ouvrage d'un des grands anatomistes de notre siède, le professeur Hyrtl de Vienne.

Il est à regretter qu'il règne encore quelque confusion dans ce qu'on a publié sur les Reptiles douteux, même dans des ouvrages justement estimés. Dans *l'Erpétologie générale*, on lit que j'aurais figuré le trou collaire dans le *Cryptobranchus* du Japon [1]), tandis que toute la planche, et par conséquent aussi la figure citée, se rapporte à l'espèce de l'Amérique du Nord. L'ouvrage de Duméril et Bibron ayant certainement un public beaucoup plus grand que mon mémoire hollandais [2]), il me semble nécessaire de ne pas laisser passer l'occasion qui se présente maintenant pour relever cette erreur, d'autant plus que j'ai insisté moi-même sur cette différence entre deux espèces qui ont, du reste, tant de rapports entre elles. Nous devons relever aussi une confusion qui existe au sujet du Reptile du Musée de Hellwig, décrit par Schneider. Nous avons cité ce Reptile comme un *Menobranchus*, et les auteurs de l'Erpétologie le citent aussi parmi les Synonymes du Menobranchus lateralis (p. 184). Mais, en même temps, la description de Schneider est traduite par eux en français à l'occasion du *Siredon Harlanii*, avec lequel il est dit que la description de Schneider s'accorde parfaitement (p. 181). Pour que cela soit ainsi, les auteurs de l'Erpétologie ajoutent à la description des pieds (tetradactyli omnes) les mots „les pattes

---

[1]) „Il n'y aurait donc de différence que dans l'absence du trou collaire que M. van der Hoeven a figuré Pl. II, fig. 8" etc. IX. p. 164.

[2]) Je regrette que le Professeur Duméril, ce vénérable vieillard qui m'honorait de son amitié, n'ait pas consulté mes *Fragments Zoologiques* dans le troisième volume des *Mémoires de la Société de Strasbourg* (1840), où mon mémoire sur la prétendue Salamandre, le grand Reptile du Japon, a été traduit en entier.

postérieures en ont cinq." Il n'y a pas de raison pour penser que Schneider aurait commis cette erreur et, en tout cas, sa description ne devrait pas être citée pour deux espèces différentes; elle convient au *Menobranchus*, sans qu'il soit nécessaire d'y faire ce changement.

Il est peut-être permis de terminer une notice sur les Reptiles douteux, par un doute. Il y a une espèce de Batracien de Californie, que je ne connais que par la figure et la description qui se trouvent dans l'Atlas zoologique du professeur Eschscholtz, et que cet auteur a nommée *Triton ensatus* [1]). On rapporte cette espèce à la *Salamandra Jeffersoniana* de Green, dont Tschudi fait le genre *Xiphonura*. Ce n'est pas là cependant l'opinion d'un auteur qui connaît bien ces espèces des Etats-Unis d'Amérique, M. Spencer Baird, lequel ne met point cette figure d'Eschscholtz parmi les synonymes de son *Ambystoma Jeffersoniana* (p. 283), mais place le *Triton ensatus* parmi les espèces douteuses ou connues seulement par les descriptions des auteurs. Il est à désirer que cette espèce de Californie soit soumise à un nouvel examen. La taille de onze pouces et demi ferait supposer qu'elle pourrait bien appartenir au groupe qui nous a occupé, et son crâne, figuré dans l'atlas de Eschscholtz et décrit par Rathke, présente (comme celui-ci en fait déjà la remarque) beaucoup de rapports avec celui du *Cryptobranchus* des Monts Alléganis. Il est à regretter que les yeux se trouvaient mal conservés et que nous ne voyons pas dans la description s'ils étaient munis de paupières. Je croirais presque, mais je n'émets cela qu'avec doute, que les paupières n'existaient pas. Et je ne serais pas étonné si l'animal, mieux connu, donnait lieu, dans la suite, à l'établissement d'un genre nouveau qui se rattacherait au Cryptobranchus.

---

[1]) *Zoologischer Atlas. Abbildungen und Beschreibungen neuer Thierarten während des Flott-Capitains von* Kotzebue *zweiter Reise um die Welt beobachtet von* Dr. F. Eschscholtz; 5tes Heft, Berlin 1833.

NOTE ADDITIONNELLE.

D'après des observations faites à la ménagerie du Muséum d'Histoire naturelle de Paris sur la reproduction des Axolotls, ces reptiles semblent devoir être considérés comme les têtards ou cordyles du genre Ambystoma. Quelques-uns ont subi une métamorphose et perdu leurs branchies; un plus grand nombre n'a éprouvé d'autres changements que ceux qui résultent de leur accroissement. Ceci a été aussi le cas des individus qui ont fait souche à la ménagerie, et qui avaient été expédiés du Mexique à la fin de 1863; ceux-ci ont conservé leurs branchies. L'Axolotl est donc capable de se reproduire, quoique ayant encore ses houppes branchiales.

Ces observations intéressantes ont été publiées par M. le professeur Aug. Duméril dans le *Bulletin de la Société impériale d'acclimatation*, février 1866. J'en dois la connaissance à la bienveillance de l'auteur, et je regrette de n'avoir pu en profiter avant l'impression de mes considérations sur les affinités du Ménobranche.

Leyde, 22 Août 1866. J. v. d. H.

NOTE SUR LE CARPE ET LE TARSE DU CRYPTOBRANCHUS JAPONICUS,

PAR

J. VAN DER HOEVEN.

Ayant eu occasion d'examiner par moi-même les pieds de l'exemplaire du *Cryptobranchus Japonicus* qui a fourni le sujet de la description anatomique publiée par la Société Hollandaise des Sciences, dans le Tome XX de la seconde série de ses Mémoires [1]), j'ai cru qu'il ne serait pas sans intérêt de donner des figures

[1]) F. J. J. Schmidt, Q. J. Goddard et J. van der Hoeven Jzn., *Aanteekeningen over de Anatomie van den Cryptobranchus Japonicus*, 1862. Je dois cette occasion à la bienveillance de M. le Docteur Goddard, un des auteurs de ce Mémoire, qui a bien voulu me faire don de ces parties qu'il avait conservées.

nouvelles et une courte description du carpe et du tarse de ce gigantesque Batracien. La description de ces parties qui se trouve dans le mémoire publié par la Société Hollandaise n'est pas très détaillée, et les figures ne sont pas assez distinctes pour suffire à un examen comparatif qui embrasse les Batraciens urodèles, comparaison qui est devenue nécessaire depuis la publication du travail remarquable du Professeur Gegenbaur sur l'anatomie comparée du carpe et du tarse [1]). Le Professeur Hyrtl, il est vrai, a donné, après le mémoire de nos compatriotes, une description nouvelle et des figures plus exactes de ces parties chez le grand Batracien du Japon [2]), mais il ne connaissait pas alors le travail de Gegenbaur qui fut publié presqu'en même temps que le sien, et il ne pouvait se servir des dénominations comparatives qui en furent le résultat. Ajoutons que les figures de Hyrtl ne s'accordent pas exactement avec ce que notre examen nous a fait voir. L'exemplaire qui a servi aux recherches du Professeur de Vienne était plus petit que celui qui a été disséqué à Rotterdam; et il se peut qu'il y ait des différences individuelles. J'avais une raison particulière qui me faisait mettre un grand prix à examiner le carpe et le tarse du grand Reptile du Japon. Il y a presque trente ans que je m'aperçus que cet animal, annoncé comme une espèce de Salamandre (*Salamandra maxima*), n'appartenait pas plus à ce genre que le *Menopoma*, et, en publiant la première notice scientifique sur cette espèce [3]), je

---

[1]) *Untersuchungen zur vergleichenden Anatomie der Wirbelthiere*, 1stes Heft. *Carpus und Tarsus*, Leipzig 1864. 4°.

[2]) *Cryptobranchus Japonicus. Schediasma anatomicum.* Vindobonae 1865, 4°. p. 57 et 67, Tab. V, fig. 1; Tab. VI, fig. 2.

[3]) Ma notice hollandaise, *Iets over den grooten zoogenoemden Salamander van Japan* (*Tijdschr. voor Natuurl. Gesch.*, IV, 375), a été imprimée avant la publication du texte de la *Fauna Japonica* sur ce Reptile, comme il est prouvé par les mots qu'on trouve, op. cit. p. 376. („*Het is mijn oogmerk niet thans eene beschrijving van dit dier te geven; de Fauna Japonica zal weldra in dezen aan het verlangen der Natuuronderzoekers voldoen.*" enz.); c'est-à-dire, comme on lit dans le même mémoire publié plus tard en français dans le 3ième Vol. des Mém. de la Soc. de Strasbourg: „Ce ne saurait être maintenant mon but de le décrire; la curiosité des naturalistes sera pleinement satisfaite, sur ce point, par la description dans la Faune du Japon." Il n'y avait rien de publié alors que la belle et grande figure lithographiée qui se trouve dans cette Fauna.

mis à côté du crâne de cette prétendue Salamandre une figure du crâne du Menopoma. Je ne pouvais pas comparer les parties du squelette qui forment les régions du carpe et du tarse, car, quoique le Muséum de Leyde possédât un squelette du Menopoma et un autre du grand Reptile du Japon, ces squelettes desséchés ne pouvaient être d'aucune utilité pour une telle comparaison. Maintenant, que nous connaissons le carpe et le tarse du Menopoma par les figures de Gegenbaur, nous voyons que, par ces parties encore, le Reptile du Japon est plus semblable au *Menopoma* qu'à tout autre genre. Nous avons donc suivi notre comparaison *a capite ad calcem*, quoique le crâne, comme partie plus essentielle, montre sans doute une ressemblance plus parfaite que les pieds.

Pensant que le travail de Gegenbaur, que je viens de citer, contient une théorie plausible sur la composition typique du carpe et du tarse, une théorie qui sert à trouver pour les formes multiples une expression générale, définie et claire, il me sera permis de rappeler, en peu de mots, quels en sont les traits principaux.

Les pièces qui entrent dans la composition du carpe et du tarse sont disposées en deux rangées. Le premier rang s'articule avec l'avant-bras ou avec les os de la jambe. Dans le carpe, cette rangée est formée par trois pièces, dont il est une sous le radius, une autre au dessous du cubitus et une troisième, placée entre les deux premières, qui, chez l'homme et les mammifères, s'articule avec le radius. M. Gegenbaur nomme ces parties *os radiale*, *os intermedium* et *os ulnare;* dans l'anatomie humaine, le premier de ces os est nommé *scaphoïde* ou *naviculaire*, le second est le *semilunaire*, et le troisième porte le nom de *pyramidal* ou de *triquetrum*. Un quatrième osselet du premier rang, qui dans le carpe de l'homme est nommé le *pisiforme*, n'existe pas chez les Batraciens urodèles qui ont fourni le point de départ aux études comparatives de M. Gegenbaur. Cette partie doit être considérée comme un os accessoire qui, d'après sa situation et ses rapports avec le tendon du cubital interne (*m. flexor*

carpi ulnaris), entre dans la catégorie des os sésamoïdes [1]).

Quant à la disposition qu'offrent les pièces qui forment la première rangée du tarse, elle est parfaitement semblable, chez les Batraciens urodèles, à celle des pièces du premier rang du carpe. Il y a une pièce tibiale, une intermédiaire et une péronéale (*tibiale*, *intermedium*, *fibulare*). La pièce péronéale répond au *calcaneum* de l'anatomie humaine, et au lieu de l'os tibial et de l'intermédiaire on ne voit, chez l'homme et les mammifères, qu' une piéce unique, l'os qu'on nomme *astragale*. La même disposition se voit, au reste, chez plusieurs Reptiles.

La seconde rangée du carpe et du tarse peut être composée de cinq os, qui s'articulent avec les cinq métacarpiens ou métatarsiens. M. Gegenbaur indique ces pièces du second rang par le nom de *carpaux* ou *tarsaux*, et les distingue par des numéros d'ordre qui correspondent à ceux des doigts auxquels ils se rapportent. La première pièce pour le carpe (*Carpale* ¹) est le *trapèze* de l'anatomie humaine, tandis que le premier tarsal (*Tarsale* ¹) porte le nom de *grand cunéiforme*. Le second carpal (*Carpale* ²) est le *trapézoide*, le troisième (*Carpale* ³) est le grand os ou *capitatum*, tandis que les deux pièces suivantes (*Carpale* ⁴ et le *Carpale* ⁵) sont remplacées chez l'homme par un os unique qui porte le nom d'*os crochu* ou *unciforme*. Il en est de même pour le tarse, où le *cuboïde* chez l'homme représente le quatrième et cinquième tarsal, tandis que les deux cunéiformes qui supportent les métatarsiens du second et du troisième doigt, sont les tarsaux deuxième et troisième (*Tarsale* ² et *Tarsale* ³).

On aura remarqué que dans cette énumération nous n'avons pas fait mention de l'*os scaphoïde* du tarse. Cet os, placé entre les deux rangées, n'a pas une partie homologue dans le carpe humain, tandis que chez plusieurs mammifères, et même chez la presque

---

[1]) Voyez H. Meyer, *Lehrbuch der physiologischen Anatomie des Menschen*, Leipzig, 1856, p. 98. Mais déjà Albinus avait refusé une place à cet os parmi les vrais os du carpe: „*Subrotundum ad carpum ce quidem vera non pertinet.*" *De Sceleto humano*, L. B. 1762, p. 401, et il ajoute, p. 410, en décrivant cet os: *Carpo extra ordinem appositum est assidents patellæ in modum aut sesamoïdei.*

totalité des singes, cet os existe aussi dans le carpe, où il a été regardé par Cuvier comme un démembrement du grand os (*Carpale* [3]). C'est à cette partie que M. Gegenbaur donne le nom d'*os central*. Très souvent il est en connexion avec tous les os des deux rangées; dans le tarse de l'homme il s'articule avec l'astragale en arrière, avec les trois os cunéiformes en avant, et, se trouvant refoulé vers le bord interne du pied, il ne peut être nommé central dans l'exacte signification de ce mot.

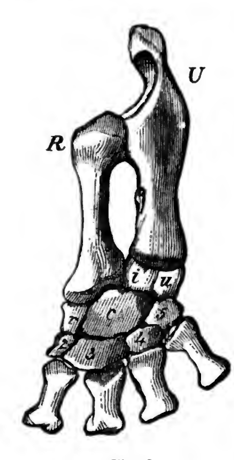


Fig. 1.

Aprés cette exposition succincte de la théorie de M. Gegenbaur, nous pourrons nous borner à décrire le carpe et le tarse du *Cryptobranchus Japonicus* en nous servant de la détermination de cet auteur. Le carpe compte huit pièces cartilagineuses. Au premier rang on a un radial qui présente une forme oblongue rectangulaire; son bord externe est légèrement concave; il est placé sous la tubérosité externe de l'extrémité inférieure du radius. L'intermédiaire (le semi-lunaire) est la plus petite partie de cette première rangée; cette pièce a presque une figure rhomboïdale; avec son angle supérieur elle touche à l'extrémité inférieure des deux os de l'avant-bras; son bord antérieur est en rapport avec la tubérosité interne de l'extrémité inférieure du radius, tandis que son bord supérieur est placé sous le cubitus. La troisième pièce (le cubital) a une forme quadrangulaire transverse; son bord externe est un peu convexe. Comme la partie inférieure du cubitus ne s'avance pas autant que celle du radius, les deux cartilages du carpe qui se trouvent placés sous le cubitus ont leur bord inférieur presque au même niveau que le bord supérieur de la pièce radiale (le scaphoïde).

Au second rang il y a quatre pièces qui répondent aux mé-

tacarpiens de la patte tétradactyle. Ces pièces sont disposées dans une courbe dont la convexité est tournée vers le métacarpe. La première pièce (*Carpale* [2]) est la plus petite de toutes celles qui entrent dans la composition du carpe; elle a une forme quadrangulaire et son bord radial est un peu convexe, d'où il résulte que ce bord du carpe présente une forme sigmoïdale. Il ne touche qu'à une petite partie de l'extrémité supérieure du premier métacarpien; la plus grande portion de cette extrémité est placée sous la seconde pièce du second rang (*Carpale* [3]) qui est la plus grande de ce rang et qui supporte le second métacarpien. Les deux autres pièces qui complètent cette rangée sont presque quadrangulaires, et supportent les deux derniers métacarpiens.

L'os central du carpe est représenté par une pièce sexangulaire, la plus grande de toutes celles qui entrent dans la composition du carpe; par son bord supérieur elle touche à l'extrémité inférieure du radius; ses autres bords sont circonscrits par six pièces du carpe, la première partie carpale étant la seule qui ne la touche pas.

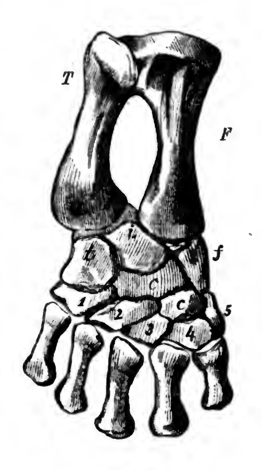


Fig. 2.

Tandis que la face supérieure du carpe est unie et légèrement convexe, la face inférieure est concave, et trois des pièces du second rang montrent des tubérosités proéminentes pour l'insertion des tendons qui appartiennent aux muscles fléchisseurs du carpe.

Il y a dix pièces qui entrent dans la composition du tarse. Dans la première rangée, les deux pièces qui répondent au tibial et à l'intermédiaire de M. Gegenbaur sont placées sous l'extrémité inférieure du tibia; elles ont une forme oblongue, et la première est la plus grande de toutes les pièces tarsales. La troisième pièce (le *fibulare* de M. Gegenbaur) est placée sous le

bord externe de l'extrémité inférieure du péroné et se rétrécit inférieurement. Les cinq pièces de la seconde rangée (les tarsales 1 — 5 de M. Gegenbaur) sont des pièces transversales, excepté la cinquième qui a une forme oblongue, presque triangulaire, à pointe tournée vers le métatarse. Le métatarsien du cinquième doigt est supporté surtout par le quatrième *tarsale*, qui s'articule avec lui comme avec le métatarsien du quatrième doigt.

Il y a *deux* pièces centrales au tarse (*c* et *c'*), dont celle qui touche aux cartilages de la première rangée est la plus grande et, offre la forme d'un rectangle irrégulier et transverse (*c*.) Elle occupe l'intervalle entre le *tibiale* et le *fibulare*, et est placée sous *l'intermedium*. Inférieurement elle est entourée par les *tarsale* 1 et 2 et par la seconde pièce centrale *c'*, qui a une forme sexangulaire dont les bords répondent aux six pièces qui l'environnent, le premier central, le *fibulare*, les *tarsale* 5, 4, 3 et 2.

On remarque des tubercules à la face inférieure interne du tarse comme à celle du carpe. Enfin, une petite pièce cartilagineuse est placée au dessus du métatarsien du cinquième doigt, et paraît représenter un os sésamoïde. M. Hyrtl en indique une autre, placée entre le *tarsale* 5 et le *fibulare*. Je ne la trouve pas dans les exemplaires que j'ai examinés; peut-être avait elle été enlevée par la préparation.

Tandis que le carpe et le tarse restent constamment cartilagineux, les métacarpiens et les métatarsiens sont parfaitement ossifiés.

Explication des Figures.

Fig. 1. . . . . *Carpe gauche.*

„ 2. . . . . *Tarse gauche.*

La présence de deux pièces centrales *c* et *c'* distingue le tarse du Cryptobranchus Japonicus de celui de toutes les autres espèces d'urodèles que nous connaissons jusqu'ici.

RECHERCHES SUR LA

FORME DU BASSIN DES FEMMES JAVANAISES;

PAR

Dr. T. ZAAIJER,

Professeur d'anatomie à l'université de Leyde.

Un grand nombre de savants ont consacré des recherches étendues et approfondies à l'étude de la forme du crâne chez les différentes races humaines; des hommes illustres se sont appliqués à faire connaître les résultats de leurs investigations, et ont ainsi jeté beaucoup de jour sur l'étude en question.

Le fait ayant été établi que la forme du crâne présente, sinon dans chaque individu isolé, au moins pour les grandes divisions de l'espèce humaine, des particularités qui nous permettent de distinguer chacune de ces divisions, il semblerait qu'on eût dû se demander tout naturellement si des différences analogues pourraient être saisies dans d'autres parties du squelette humain, et qu'involontairement l'attention eût dû se porter d'abord vers le bassin. Peu de personnes, toutefois, paraissent s'être senties attirées vers ce sujet; jusqu'à présent, du moins, l'étude des différences que le bassin peut offrir chez les diverses races, n'a été traitée qu'avec beaucoup de parcimonie. Mais la faute n'en est pas aux naturalistes; ou, du moins, elle ne doit pas leur être attribuée exclusivement. Dans toute collection ethnologique

un peu riche on trouve ordinairement un nombre considérable de crânes des différentes variétés de l'espèce humaine, tandis que les bassins n'y sont représentés que très pauvrement, ou même font complétement défaut. Il semble, en outre, qu'un attrait moins vif pousse vers l'étude du bassin, ce que la nature même de cette partie explique peut-être jusqu'à un certain point.

Feu le professeur G. VROLIK, d'Amsterdam, est, à ma connaissance, le premier qui se soit occupé de ce sujet. [1]) Dans son travail il examine d'abord les bassins d'un homme et d'une femme d'Europe, puis ceux d'un nègre et d'une négresse; ces derniers lui paraissent se rapprocher de la forme du bassin qu'on observe chez les singes. Il décrit ensuite le bassin d'une femme boschismane, et enfin ceux d'un Javanais et d'une Javanaise. Il cite les particularités suivantes comme caractéristiques du bassin des Javanais [2]): 1° la forme arrondie de l'entrée (détroit supérieur) du petit bassin, forme qui est accusée le plus nettement chez la femme mais qui se retrouve également chez l'homme, et qui offre, en quelque sorte, l'empreinte du crâne court et ramassé des Javanais; 2° la dimension moindre du diamètre transversal de l'entrée; 3° un degré remarquable de légèreté et de finesse des os; 4° le peu de saillie de la base du sacrum; 5° les épines sciatiques plus profondément dirigées en dedans que sur le bassin de tout autre rameau ethnologique.

Pour apprécier l'influence exercée sur la forme du bassin par le croisement de races éloignées, G. VROLIK décrit encore, à la fin de son travail, le bassin d'une métisse. Quelques années plus tard, M. J. WEBER a décrit et figuré quelques bassins appartenant à diverses branches ethnologiques, mais uniquement en vue de montrer qu'il existe une conformité entre le crâne et le bas-

---

[1]) Voyez: Beschouwing van het verschil der bekkens in onderscheidene volksstammen door G. Vrolik, Amsterdam 1826, ainsi que les planches qui accompagnent ce mémoire, lequel a aussi été publié en français, à Amsterdam; plus tard, il a été traduit également en allemand.

[2]) P. 29 et 30 de: Beschouwing enz.

sin, non-seulement dans chaque race prise en général, mais encore dans chaque individu considéré isolément [1]). Dans les mémoires qu'il a publiés sur cette matière, la seule donnée qui se rapporte à notre sujet est la figure de l'entrée du bassin d'une femme javanaise. [2])

En 1835, Kilian [3]) a figuré également plusieurs bassins de femmes de différentes races, entre autres celui d'une femme javanaise; cette figure ne paraît être, toutefois, qu'une copie du bassin déjà représenté par G. Vrolik. [4])

Autant que j'ai pu m'en assurer, ce sont là les seules recherches publiées relativement à la forme du bassin chez les différentes races humaines, lorsque, en 1862, je défendis, pour l'obtention du grade de docteur en médecine, une thèse inaugurale portant le titre de: „Beschrijving van twee vrouwenbekkens uit den Oost-Indischen Archipel." Dans cette dissertation je décrivis six bassins de femmes javanaises, dont un provenait de la collection anatomique de l'université de Leyde, un autre de la collection de l'hôpital académique de Leyde, et quatre de la collection particulière du professeur W. Vrolik d'Amsterdam. Mon mémoire contenait, en outre, la description du bassin d'une indigène de l'île de Nias, située à l'ouest de Sumatra.

Mes recherches de cette époque, bornées il est vrai à un bien petit nombre d'objets, conduisirent à quelques résultats que je ne fis connaître, toutefois, qu'avec beaucoup de réserve.

Il en ressortait, en premier lieu, que les bassins soumis à

---

[1]) Voyez: M. J. Weber, *Ueber die Conformität des Kopfes und Beckens* (Journal der Chirurgie und Augenheilkunde, herausgegeben von v. Graefe und Walther, T. 4, p. 594 et suiv., Berlin, 1823; et: Verhandlungen der Kaiserl. Leopold. Carolin. Akademie der Naturforscher T. XI. 2, p. 413 et suiv., Bonn, 1823), et aussi le mémoire étendu du même auteur: *Die Lehre von den Ur- und Racenformen der Schädel und Becken des Menschen*, Dusseldorf, 1830.

[2]) Die Lehre von den Ur- und Racenformen etc. Pl. XXXIII, fig. V.

[3]) H. F. Kilian, Geburtshülflicher Atlas, Düsseldorf, 1835.

[4]) Planche VII.

l'examen se partageaient en deux groupes d'après la forme de l'entrée du bassin. La forme ronde de cette entrée caractérisait le premier groupe, la forme ovale, d'avant en arrière, le second groupe. Trois des bassins nommés pouvaient être rapportés au premier groupe, tandis que les quatre autres se plaçaient, très naturellement, dans le second groupe. [1])

Ce résultat acquis, je me demandai de quelle manière il fallait envisager la différence trouvée dans la forme de l'entrée du bassin. Il était possible, sans doute, qu'elle ne dépendît que de particularités individuelles et qu'elle dût être regardée, par conséquent, comme analogue de la différence qu'on observe dans le bassin des femmes européennes et dont les chirurgiens-accoucheurs distinguent quatre variétés. [2])

Mais une seconde hypothèse était également admissible: les personnes dont les bassins provenaient, pouvaient avoir appartenu à des races distinctes. Dans ce cas, la différence remarquée aurait pris plus de valeur et, au moins pour l'ethnologie, son importance aurait été plus grande.

Ce point, toutefois, pour des motifs divers, dut rester indécis. [3])

En comparant les bassins étudiés avec le bassin des femmes européennes, je trouvai que le bassin des femmes javanaises se distingue par les particularités suivantes:

„L'ensemble du bassin indique une structure plus fine du système osseux; les os iliaques s'élèvent davantage postérieurement; leur position est, en général, plus horizontale, leur excavation moins profonde, leur étendue plus faible. Le sacrum est plus étroit, et sa courbure, dans les deux sens, plus uniforme; la ligne innominée n'est pas formée par un bord osseux plus ou moins tranchant, mais est fortement arrondie. Le diamètre transversal est moins rapproché de la face antérieure du sacrum; il

---

[1]) Dissertation, p. 22.

[2]) Voyez entre autres: G. W. Stein, Lehre der Geburtshülfe, Elberfeld, 1825, T. I. § 53.

[3]) Dissertation, p. 23 et 24.

est plus court relativement au diamètre antéro-postérieur. Les épines sciatiques se projettent plus fortement en dedans."

Postérieurement à mes recherches, M. JOULIN a fait connaître celles qu'il avait entreprises sur le même sujet. [1]) Il a examiné dix-sept bassins de négresses et neuf de femmes mongoles. Ses résultats reviennent essentiellement à ceci:

„Les caractères fournis par le bassin des différentes races ne sont pas assez prononcés pour qu'ils puissent faire reconnaître l'origine de chaque bassin particulier. La race mongole et la race nègre offrent une telle conformité dans leur bassin, qu'il est impossible de les séparer sous ce rapport. D'après le bassin, l'espèce humaine ne peut être divisée qu'en deux races principales: la première se compose de la race caucasique, la seconde comprend la race mongole et la race nègre. Dans toutes les races le diamètre transversal de l'entrée du bassin surpasse le diamètre antéro-postérieur. Il n'y a aucune corrélation entre la forme de la tête et celle du bassin."

Depuis la publication de ma dissertation, la collection anatomique de Leyde s'est encore enrichie de vingt bassins de femmes javanaises. Sept de ces bassins, accompagnés des crânes des mêmes individus, furent envoyés par le Dr. C. SWAVING, médecin en chef de la ville de Batavia; les treize autres bassins par le Dr. MENS FIERS SMEDING, médecin de la ville de Soerabaya. Les renseignements transmis par les donateurs établissent suffisamment que tous ces bassins peuvent être regardés comme provenant de femmes javanaises.

En possession de ces nouveaux matériaux, je crus devoir reprendre les recherches auxquelles je m'étais livré précédemment, en ne tenant plus compte, toutefois, du bassin de l'indigène de Nias, afin d'obtenir des résultats plus homogènes; je dois ajouter que je n'avais plus à ma disposition, pour mes nouvelles études, les bassins que feu le professeur W. VROLIK m'avait autrefois communiqués avec tant de bienveillance.

---

[1]) Du bassin, considéré dans les races humaines, par Mr. le docteur Joulin Gazette des Hôpitaux No. 70, 16 juin 1864.

Dans un travail plus développé consacré à ce sujet, et inséré dans les Mémoires de la Société Hollandaise des Sciences, à Harlem, j'ai décrit séparément chacun des 26 bassins et des 7 crânes en question; j'y ai joint deux tableaux renfermant les différentes mesures prises sur ces crânes et ces bassins. Pour de plus amples détails il faut renvoyer à ce mémoire.

Mes recherches m'ont appris que le bassin des femmes javanaises présente, tant dans son ensemble que dans chacun des os dont il se compose, des particularités qui le distinguent du bassin des femmes européennes.

Les bassins que j'ai eu occasion d'examiner, offrent, en général, une structure plus délicate, on pourrait même dire plus élégante, que celle que montrent les bassins des femmes d'Europe. Cette finesse de structure ne s'observe pas seulement dans les os du bassin lui-même, mais aussi dans les fémurs et les vertèbres lombaires attachés à quelques-unes des pièces. G. VROLIK avait déjà fait remarquer la finesse et la légèreté du bassin javanais.

Pour qu'on puisse apprécier plus facilement les particularités qui distinguent l'os innominé, j'ai fait représenter Pl. XIV fig. III l'os d'un des bassins de femmes javanaises, et Pl. XV, fig. IV l'os correspondant du bassin d'une Européenne. L'os innominé européen est, en général, plus grand; la surface de l'ilion est plus étendue; elle se rapproche davantage de la forme quadrilatère, tandis que l'ilion javanais présente une configuration plus triangulaire. Cette différence de forme dépend, il est vrai, en partie de la différence de position et d'étendue de la facette auriculaire.

Dans la grande majorité des bassins javanais je trouvai les os iliaques fortement inclinés vers l'extérieur. Ce fait avait déjà été remarqué par G. VROLIK et regardé par lui comme rendu nécessaire par les dimensions moindres du diamètre transversal du détroit: sans cela il n'y eût plus eu correspondance entre la capacité de l'abdomen et celle de la poitrine. JOULIN est également d'avis que la direction plus ou moins verticale des os iliaques est en rapport avec la forme du thorax et qu'elle ne l'est point du tout avec celle du crâne.

Tandis que le bassin européen montre, le plus souvent, une fosse iliaque bien distincte, on trouve ordinairement les ilions plats dans le bassin des femmes javanaises.

En étudiant les os iliaques je remarquai, dans la plupart des cas, en avant de la facette auriculaire, un sillon servant à l'insertion des ligaments sacro-iliaques antérieurs. J'ai donné à ce sillon, qui n'a été mentionné, autant que je sache, par aucun anatomiste, le nom de sillon préauriculaire. Sa largeur et sa profondeur varient beaucoup sur les différents bassins; son fond est ordinairement un peu rugueux et inégal. Parfois il s'étend tout le long du bord antérieur de la facette auriculaire; mais le plus souvent il n'existe que devant la partie qui se trouve au-dessous de la ligne innominée. Ce sillon se voit distinctement sur la Pl. XIV, fig. III. Sur 40 iliaques européens, que j'ai examinés spécialement sous ce rapport, le sillon a été trouvé absent 30 fois, tandis qu'il ne manquait que sur 3 des 26 bassins javanais.

„La face interne (de l'iliaque) est divisée en deux parties, — une inférieure, petite, et une supérieure beaucoup plus grande, — par une ligne angulaire, saillante et *tranchante* (linea arcuata interna), qui se dirige obliquement d'arrière en avant et en bas." [1]) Cet énoncé ne peut être appliqué, d'une manière générale, au bassin des femmes javanaises; la ligne arquée n'y forme pas un bord tranchant, mais il y a, latéralement, un passage en quelque sorte insensible entre les cavités du grand et du petit bassin; du moins, sur 20 des bassins examinés je trouvai la ligne arquée interne doucement arrondie.

La forte saillie interne des épines sciatiques, sur laquelle G. Vrolik avait déjà attiré l'attention, ne se montre pas, il est vrai, sur tous les bassins de femmes javanaises, mais dans la plupart des cas elle est pourtant beaucoup plus apparente que sur les exemplaires européens.

---

[1]) Voyez: J. Hyrtl, *Lehrbuch der Anatomie des Menschen*, 8e. éd. p. 343.

Dans 23 bassins je trouvai, de chaque côté, une tache translucide sur les os iliaques; l'étendue de ces taches et leur degré de translucidité présentaient de très grandes variations. Parfois, leurs dimensions n'étaient pas les mêmes des deux côtés et, dans ce cas, la tache la plus grande se trouvait constamment au côté droit.

Telles sont les particularités observées à l'os innominé. Quant au sacrum, mes recherches actuelles m'ont appris qu'il peut affecter des formes très diverses dans le bassin des femmes javanaises. Quelquefois il était tout à fait plat à la face antérieure; d'autres fois il offrait une courbure prononcée dans les deux sens; ailleurs il était plus fortement courbé dans une des deux directions, soit longitudinalement soit transversalement. Le nombre des bassins examinés était donc trop faible pour qu'on pût acquérir quelque certitude à cet égard. Sous le rapport des dimensions absolues on peut dire, que le sacrum est moins large que chez les femmes européennes.

En ce qui concerne l'entrée du bassin javanais, elle montre tantôt une forme arrondie, tantôt une forme ovale d'avant en arrière; comme on le voit pour la forme arrondie dans la figure I de la planche XIV, qui répond au n°. 4 de l'énumération ci après, et pour la forme ovale dans la figure II de la planche XV, qui est le bassin n°. 16 de la série. Pour avoir un point fixe de comparaison, j'ai déterminé le rapport entre le diamètre transversal du détroit et le diamètre antéro-postérieur, le premier étant représenté par le nombre 100. De la considération des rapports ainsi obtenus j'ai cru pouvoir déduire que, lorsque les deux dimensions indiquées sont entre elles comme 100 à 90, ou à un nombre inférieur, l'entrée du bassin peut être regardée comme ronde. On peut, au contraire, regarder cette entrée comme ovale d'avant en arrière là où le diamètre antéro-postérieur est, relativement au diamètre transversal, plus grand que ne l'exprime le rapport précédent. En admettant cette base de division, les 26 bassins examinés se partagent entre les deux groupes de la manière suivante. Le premier groupe (forme

ronde de l'entrée) comprend les bassins décrits sous les N°s. 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 20, 22 et 25, c'est-à-dire 16 en tout. Le second groupe (forme ovale d'avant en arrière de l'entrée du bassin) renferme les 10 autres bassins, décrits sous les N°s. 1, 2, 5, 10, 16, 19, 21, 23, 24 et 26 (voyez les contours Pl. XVI, XVII, XVIII et XIX). Quant à l'origine de cette différence, je n'ai pu, jusqu'à présent, parvenir à m'en faire une idée bien nette; elle peut dépendre d'une diversité de race, mais il est possible aussi qu'elle ne soit que l'expression d'une variation individuelle.

Parmi les caractères qui distinguent le bassin des femmes javanaises, G. VROLIK cite encore le peu de saillie du promontoire. Cette circonstance se remarque, en effet, sur tous les bassins, comme le montrent les figures des Pl. XVI à XIX, qui représentent le détroit supérieur.

Pour ce qui regarde l'excavation pelvienne, je n'ai que peu de chose à en dire. Il a déjà été question de la manière dont les épines sciatiques se projettent en dedans. Par la forme très variable du sacrum il est extrêmement difficile de donner une idée générale de l'excavation pelvienne. Tout ce que les mesures prises permettent d'affirmer, c'est que le canal pelvien est, en général, court.

Je me suis efforcé de trouver quelque relation constante entre certaines dimensions du bassin et celles du crâne; mais je n'ai pu y parvenir et je suis obligé, au moins en ce qui concerne les objets de mon examen, de nier l'existence d'une pareille relation. C'est le résultat auquel JOULIN était déjà arrivé de son côté, ainsi que je l'ai rappelé plus haut.

On peut résumer dans les propositions suivantes les résultats de mes recherches:

1°. Le bassin des femmes javanaises possède une structure délicate, élégante.

2°. La surface des os iliaques est moins étendue que dans le bassin des femmes européennes.

3°. Il existe presque toujours une tache translucide aux os iliaques; cette tache est quelquefois plus distincte et plus grande au côté droit qu'au côté gauche.

4°. Les os iliaques s'inclinent, pour la plupart, fortement en dehors, et sont très plats.

5°. Le sillon préauriculaire, qui se rencontre sur la plupart des bassins des femmes javanaises, manque complétement au bassin européen ou n'y est que très faiblement développé; il sert à l'insertion des ligaments sacro-iliaques antérieurs.

6°. La ligne arquée interne ne constitue pas un bord osseux tranchant, mais elle est arrondie.

7°. Les épines sciatiques se projettent fortement en dedans dans la plupart des bassins des femmes javanaises.

8°. Le sacrum présente chez divers individus une forme très différente; sa largeur absolue est moindre que dans le bassin européen.

9°. Le détroit supérieur du bassin est tantôt rond, tantôt ovale d'avant en arrière.

10°. La différence entre le diamètre transversal et le diamètre antéro-postérieur du détroit supérieur est plus faible que dans le bassin européen.

11°. Le promontoire ne fait qu'une saillie peu prononcée.

12°. Les objets étudiés ne montrent aucune relation entre la forme du crâne et celle du bassin.

SUR L'ARÉOMÈTRE NORMAL.

PAR

E. H. VON BAUMHAUER.

Les avantages nombreux et importants qu'offrirait pour la science, l'industrie et le commerce l'adoption d'un système uniforme de poids, mesures et monnaies, ont été proclamés à bien des reprises par les autorités les plus compétentes et ne sont plus guère contestés aujourd'hui. Mais la routine et les préjugés s'attachent obstinément aux usages établis et n'ont encore permis, jusqu'à présent, que des réformes partielles et insuffisantes.

Parmi les résultats salutaires qu'ont amenés les expositions universelles des produits de l'industrie, un des plus heureux a été de rappeler l'attention sur cette question, et, en faisant toucher au doigt les inconvénients de toute nature qu'entraîne la diversité des unités de mesure, de pousser à rechercher les moyens les plus propres à substituer partout, dans ce domaine, la simplicité et l'homogénéité à la complication et à la discordance. Déjà, lors de l'Exposition de 1855, une Commission spéciale s'était occupée de cette recherche, et à l'impulsion donnée par ses travaux on doit la création, en divers pays, de Sociétés se consacrant exclusivement à la poursuite de ce but, et l'adoption de mesures législatives destinées à offrir satisfaction, dans de certaines limites, aux aspirations manifestées.

L'Exposition de 1867 imprimera un nouvel élan à ce mouvement. Dans des conférences préparatoires, tenues à Paris au

mois de mai dernier, il a été décidé qu'à côté des produits de l'industrie, on organiserait une exposition des mesures, des poids et des monnaies en usage dans les différents pays, ainsi que de tous les documents officiels relatifs à ce sujet. Une grande Conférence internationale serait en même temps appelée à étudier les collections exposées, et à discuter la question sous toutes ses faces.

On ne peut qu'applaudir aux efforts des hommes honorables qui ont pris l'initiative de ce projet. Mais, pour qu'il porte tous les fruits qu'on est en droit d'en attendre, il est à désirer qu'on ne se borne pas aux mesures, poids et monnaies proprement dits, mais que tout ce qui s'y rattache plus ou moins directement soit compris dans l'examen, et, entre autres, les échelles qu'on applique aux différents instruments de mesure de la physique. Si, comme on peut s'y attendre, le système décimal métrique est reconnu comme celui qui offre les avantages les plus nombreux, il faut espérer qu'on s'accordera enfin pour abandonner définitivement la division de l'échelle barométrique en pouces et lignes, qui continue encore à être employée concurremment avec la division en millimètres. Pour le thermomètre, il est encore beaucoup plus urgent de renoncer une bonne fois aux échelles de Fahrenheit et de Réaumur, dont les indications, mêlées, avec une persistance aveugle, à celles de l'échelle centigrade, sont dans les ouvrages scientifiques une source continuelle d'embarras et de confusion.

Dans la présente note je désire fixer spécialement l'attention sur l'aréomètre, et sur la convenance de faire choix, pour cet instrument, d'une échelle en harmonie avec les principes du système décimal. L'aréomètre a d'autant plus de droits à ne pas être négligé quand on s'occupe de poids et de mesures, que, destiné à indiquer le volume que les liquides présentent sous l'unité de poids ou, réciproquement, le poids qu'ils possèdent sous l'unité de volume, il est lui-même un véritable instrument de mesure et de pesée. C'est, d'ailleurs, un des instruments les plus usuels: la commodité de son emploi en fait un auxiliaire utile dans les recherches scientifiques, et dans les relations commer-

ciales il est devenu tout à fait indispensable, soit pour ses indications propres, soit pour les notions qu'on peut en déduire relativement à la quantité de certaines matières, solides, liquides ou gazeuses, que les liquides tiennent en dissolution.

La variété des usages auxquels on l'applique, et, en partie aussi, l'arbitraire et les prédilections nationales, ont fait proposer et adopter successivement un grand nombre de modifications, sinon dans la forme de l'appareil, qui est à peu près toujours la même, au moins dans la division de l'échelle qu'on y adapte. Il en résulte dans les données aréométriques une complication telle qu'il est souvent difficile de s'y reconnaître, et que leur comparaison devient pénible même aux personnes le mieux au courant des principes qui ont présidé aux différentes graduations.

Cette complication est-elle nécessaire, et la multiplicité des aréomètres répond-elle à un besoin réel? Je suis loin de le croire.

Occupons-nous d'abord de la nombreuse famille des instruments dont la graduation est combinée de manière à faire connaître immédiatement, dans les liquides, la proportion des principes qui font la base de leur valeur commerciale: alcoomètres, pèse-esprits, oenomètres, saccharimètres, galactomètres, pèse-acides, pèse-sels, et une foule d'autres, ayant chacun son échelle particulière reposant sur une base spéciale. On allègue en faveur de ces instruments la commodité de leur emploi, qui permet, dit-on, aux personnes les plus étrangères à toute connaissance aréométrique, de trouver de suite ce qu'elles ont intérêt à savoir, par une simple lecture, sans avoir de calculs à exécuter, ni même de tables à consulter. Cet avantage serait, sans doute, d'un grand poids s'il était réel; mais, dans la pratique, il devient, le plus souvent, tout à fait illusoire. L'échelle de chacun de ces instruments a dû être établie pour une température déterminée, — celle de 15° C, par exemple, pour l'alcoomètre de Gay-Lussac, — et ce n'est que pour cette température qu'il fournit des indications exactes. Dès qu'on s'écarte de ces conditions précises, la densité du liquide change et une correction devient nécessaire. Or, comme il est impossible dans les opérations cou-

rantes du commerce et de l'industrie, de ramener chaque fois le liquide à la température normale, on voit que l'usage des tables de réduction s'impose forcément, et qu'ainsi disparaît l'avantage qu'on attribue ordinairement à ce genre d'aréomètres. Si, maintenant, on réfléchit que leur échelle doit offrir pour beaucoup de liquides, tels que les mélanges alcooliques, par exemple, une division inégale, irrégulière et, partant, difficile à construire; que le défaut de liaison entre les bases de ces diverses échelles rend impossible toute comparaison entre leurs indications; enfin, que la multiplicité des appareils apporte de véritables entraves dans la pratique, on conviendra, je pense, qu'il est à souhaiter qu'un aréomètre unique vienne remplacer tous ces instruments spéciaux.

Cet aréomètre normal devant convenir à tous les liquides quelconques, le principe de sa division ne pourra être emprunté qu'à la propriété que la nature de l'aréomètre le destine à mesurer directement, le volume ou le poids spécifique. C'est donc entre les volumètres et les densimètres que nous avons à choisir. Chez les premiers, la tige, supposée exactement cylindrique ou prismatique porte des divisions toutes égales entre elles; chez les seconds, au contraire, les divisions de l'échelle vont, comme dans les alcoomètres et autres instruments analogues, en s'allongeant à mesure qu'elles se rapportent à des liquides plus légers; seulement, cet accroissement est uniforme pour les densimètres, tandis qu'il ne l'est pas pour les alcoomètres. La différence que je viens de rappeler me paraît décisive en faveur du volumètre, parce qu'elle rend sa construction plus facile. Sans doute, la division en parties inégales, telle que le densimètre la demande, ne présente pas de bien grandes difficultés; mais la division en degrés égaux est encore beaucoup plus simple et, par suite, moins sujette à erreur; l'ouvrier pouvant l'effectuer immédiatement à l'aide de sa machine à diviser, après avoir déterminé expérimentalement deux points de l'échelle, ou un plus grand nombre si la tige de l'aréomètre n'est pas exactement cylindrique. Rien de plus facile, d'ailleurs, que de passer des indications du volumètre à celles que le densimètre aurait fournies: les volumes

spécifiques et les poids spécifiques étant inversement proportionnels, une simple division suffit pour déduire la densité du volume.

Après avoir fait choix du volumètre comme aréomètre normal, il faut décider à laquelle des divisions proposées il conviendra de donner la préférence. Pour ce qui concerne la carène normale de l'instrument, c'est-à-dire le volume de la partie immergée dans l'eau distillée, il existe de légères divergences quant à la température à laquelle l'eau doit être prise pour la détermination de cette carène; les uns adoptent la température de 15° C, d'autres celles de 60° F = 15 $\frac{5}{9}$° C, 55° F = 12 $\frac{7}{9}$° C, 14° R = 17°, 5 C, ou 4° C. Aujourd'hui, que l'on s'accorde généralement, tant dans la science que pour le système décimal des poids et mesures, à prendre comme unité l'eau à son maximum de densité, c'est-à-dire à 4° C, il est tout naturel de s'arrêter également à l'eau de 4° C comme mesure commune des volumes spécifiques, et, par conséquent, comme base pour la fixation de la carène aréométrique.

La carène déterminée, il faut la supposer partagée en un certain nombre de parties égales, puis marquer sur la tige des divisions dont chacune représente un volume égal à celui d'une de ces parties. Mais quel nombre adoptera-t-on? Sera-ce le nombre 144 comme dans l'aréomètre de Beaumé, le nombre 132 qui distingue l'aréomètre de Cartier, ou le nombre 100 qui caractérise le volumètre de Gay-Lussac? Poser cette question c'est la résoudre. Evidemment la division centésimale de la carène est celle qui mérite la préférence. Outre les avantages généraux attachés au système décimal, il y en a un particulier au cas actuel: le volumètre centésimal fait connaître le volume spécifique des liquides sans aucune espèce de calcul.

Le point où l'instrument affleure dans l'eau pure est naturellement désigné par 100, de façon que les indications 99, 98 etc. expriment des densités supérieures, les indications 101, 102 etc. des densités inférieures à celle de l'eau. Pour les instruments destinés aux liquides moins denses que l'eau, je propose de substituer aux nombres 101, 102 etc. les nombres 1, 2 etc., ce

qui a le léger avantage d'employer des nombres un peu moindres, auxquels il suffit, d'ailleurs, d'ajouter le nombre 100 pour leur faire marquer immédiatement les volumes spécifiques.

C'est donc, en définitive, le volumètre ou aréomètre centigrade, à carène déterminée par rapport à l'eau au maximum de densité, que je propose de conserver comme aréomètre unique, pouvant suffire à tous les besoins et remplacer tous les instruments du même genre. Pour que cet aréomètre puisse s'adapter à tous les cas, sans qu'il soit nécessaire de donner à sa tige une longueur excessive, on devra, il est vrai, avoir recours à plusieurs instruments, ne comprenant chacun qu'une partie de l'échelle totale, et dont les degrés pourront, d'ailleurs, être subdivisés suivant le plus ou moins d'exactitude qu'on voudra atteindre. Mais tous ces appareils, reposant sur le même principe, ne pourront être considérés que comme des parties d'un même instrument fractionné pour la commodité de l'usage.

Il est clair, d'ailleurs, que pour que l'aréomètre centigrade puisse se substituer dans la pratique aux divers instruments employés jusqu'ici, dans l'alcoométrie, l'acidimétrie, l'alcalimétrie, la galactométrie, etc., il sera nécessaire de construire, pour chacune de ces applications spéciales, des tables particulières permettant de passer facilement des indications de l'aréomètre à celles qu'on a en vue dans l'emploi déterminé qu'on en fait.

Tels sont les principes généraux qui, à mon avis, devront servir de point de départ lorsqu'on voudra soumettre, de commun accord, l'aréométrie à une règle uniforme. Ces principes, je me suis efforcé de les faire prévaloir il y a déjà plusieurs années, et j'ai eu la satisfaction de les voir triompher dans les nouvelles dispositions prises par le Gouvernement Néerlandais pour la perception des droits sur les eaux-de-vie. L'aréomètre centigrade était déjà employé par les agents de l'administration dans les raffineries de sel; il l'est aujourd'hui pour la détermination de la richesse des liquides spiritueux, et ce n'est plus que dans les réglements relatifs à l'exercice de l'art pharmaceutique que les indications de l'aréomètre de Beaumé continuent à figurer. Mais

il est à prévoir que là aussi elles ne tarderont pas à faire place à celles de l'aréomètre centigrade, qui sera alors d'un usage exclusif, chez nous, dans toutes les branches de service.

La méthode habituellement suivie pour la construction de l'échelle aréométrique, à l'aide de quelques points fixes déterminés dans des mélanges de densité connue, laissant beaucoup à désirer, j'ai proposé aux constructeurs une autre méthode, quoique déjà ancienne, qui, sans être moins exacte, exige bien moins de précautions; l'on n'a besoin que d'eau distillée, d'un thermomètre, d'une balance et d'une boite de poids minces, cylindriques, faits de fil de platine ou de laiton. Expliquons cette méthode pour les échelles des aréomètres destinés aux liquides moins denses que l'eau.

Le poids de l'aréomètre ouvert et muni d'une échelle provisoire quelconque est d'abord déterminé exactement dans l'air, et l'on observe ensuite sur l'échelle la position que prend l'instrument dans l'eau distillée à 15° C. Pour trouver les points où doivent être placées les indications des divers degrés, on introduit successivement dans la tige de l'appareil des poids représentant un nombre correspondant de centièmes du poids total primitif, et l'on observe chaque fois le point d'affleurement dans l'eau distillée de 15° C; mais, vu que c'est l'eau à 4° C et non à 15° C qui a été prise comme point de départ, la charge de l'aréomètre ne doit pas se faire par des centièmes justes, mais par des fractions du poids total que la table suivante fait connaître: en posant $1 - D'' = 0{,}0008692$ et négligeant la correction $+ \frac{n}{100}\, c.\, m'^2$ (voyez form. (7) pag. 360).

Dégré	Poids.	Dégré	Poids.	Dégré	Poids.	Dégré	Poids.	Dégré	Poids.
1	0.00912	7	0.06907	13	0.12902	19	0.18896	25	0.24891
2	0.01911	8	0.07906	14	0.13901	20	0.19895	26	0.25890
3	0.02910	9	0.08905	15	0.14900	21	0.20895	27	0.26889
4	0.03910	10	0.09904	16	0.15899	22	0.21894	28	0.27888
5	0.04909	11	0.10903	17	0.16898	23	0.22893	29	0.28888
6	0.05908	12	0.11902	18	0.17897	24	0.23892	30	0.29887

Si, par exemple, l'aréomètre pèse 43,562 gr. dans l'air, il faudra le charger de $43{,}562 \times 0{,}00912 = 0{,}397$ gr. pour obtenir dans l'eau de 15° C l'indication du degré 1. On détermine de cette manière au moins trois points de l'instrument, et un plus grand nombre si la distance non proportionnelle entre ces points indique la non-cylindricité de la tige. Après avoir débarrassé l'aréomètre de sa charge, et avoir remplacé l'échelle provisoire par l'échelle définitive, dont on fixe la position à l'aide de cire à cacheter, on remet l'instrument, bien nettoyé, sur la balance. Il est indispensable de lui rendre exactement le poids qu'il avait lors de la première pesée, ce qu'on obtient facilement en ajoutant ou enlevant un peu de verre au moment où l'on ferme la tige à la lampe. L'instrument achevé, plongé dans l'eau à 15° C, ne doit pas indiquer le point O, mais un point supérieur d'environ 0,087 de degré, parce que c'est l'eau à son maximum de densité qui fixe le 0 de l'échelle.

Si l'on veut appliquer la correction pour la capillarité, les poids trouvés comme ci-dessus, doivent encore être augmentés d'un nombre de milligrammes donné par l'expression

$$\frac{\pi}{100}\, m'^2\, d\, v = 0{,}0314\, m'^2\, d\, v,$$

dans laquelle

m'^2 = une constante pour l'eau distillée,
d = diamètre de la tige en millimètres,
v = le nombre de degrés

Supposant $m'^2 = 6$ (voyez pag. 360) cette expression devient:

$$+ 0{,}188 \ d \ v.$$

Voici une petite table de la correction:

Dégré.	Diam. $d = 4$	Diam. $d = 5$	Diam. $d = 6$	Diam. $d = 7$	Diam. $d = 8$
	mgr.	mgr.	mgr.	mgr.	mgr.
0	0	0	0	0	0
5	4	5	6	7	8
10	7	9	11	13	15
15	11	14	17	20	23
20	15	19	22	26	30
25	19	23	28	33	38
30	22	28	34	40	45

Le procédé que je viens d'exposer pour la construction de l'aréomètre peut aussi s'appliquer avec succès au contrôle de l'instrument. Comme il est à craindre que les employés de l'administration, pour ne pas encourir de réprimande de leurs supérieurs lorsqu'il leur arrive de briser ou de perdre l'appareil qui leur a été confié, ne le remplacent par un autre du premier constructeur venu, l'échelle de chaque aréomètre porte la griffe du fonctionnaire chargé d'opérer la vérification. Mais je crois préférable de mettre tout le monde à même de répéter ce contrôle rapidement et sans peine. Pour cela, l'aréomètre présente sur son échelle l'indication de son poids dans l'air, et il est accompagné de trois anneaux en fil de laiton doré sur lesquels se trouve inscrit le poids qu'ils possèdent dans l'eau distillée à 15° C. On fait glisser un ou plusieurs de ces anneaux sur la tige de l'instrument et on observe le point auquel celui-ci, sous cette charge, affleure dans l'eau à 15°. En appelant V ce point de l'échelle, A le poids de l'aréomètre pesé dans l'air, *a* le poids de l'anneau dans l'eau, on doit avoir:

$$v = 100{,}087 \frac{a}{A} + 0{,}087.$$

Supposons, par exemple, que des deux aréomètres (voyez pag. 348) destinés à la pesée de liquides moins denses que l'eau, l'aréomètre I, allant de 0 à 9, pèse 37,50 gr. et l'aréomètre II, allant de 8 à 30, pèse 34,84 gr., et que les anneaux a, a', a'' qui les accompagnent pèsent respectivement, dans l'eau à 15°, 1,482, 2,862 et 5,913 gr., on aura les vérifications suivantes:

L'aréom.	I,	non chargé,	affleurera	à	0°,087
„	„	avec a	„	„	4,04
„	„	„ a'	„	„	7,73
L'aréom.	II,	avec a'	„	„	8,30
„	„	„ a''	„	„	17,07
„	„	„ $a + a''$	„	„	21,33
„	„	„ $a' + a''$	„	„	25,30.

En tenant compte de l'action capillaire la formule devient, avec $m'^2 = 6$:

$$v = 100{,}087 \frac{a}{A} + 0{,}087 - \frac{0{,}01885}{A} d\, v.$$ Voyez form. (8) p. 361.

$d =$ le diamètre de la tige: A exprimé en grammes.

Supposant $d = 5$ mm. pour l'aréomètre I et $d = 7$ mm. pour l'aréomètre II, les vérifications seront:

L'aréom.	I,	non chargé,	affleurera	à	0°,087
„	„	avec a	„	„	4,03
„	„	„ a'	„	„	7,71
L'arèom.	II,	avec a'	„	„	8,27
„	„	„ a''	„	„	17,01
„	„	„ $a + a''$	„	„	21,25
„	„	„ $a' + a''$	„	„	25,20

Jusque dans ces dernières années la perception de l'impôt sur les eaux-de-vie s'était faite dans le royaume des Pays-Bas d'après une loi qui datait de 1822. En vertu de cette loi ce n'était pas la quantité d'alcool absolu contenu dans les liquides spiritueux qui servait à l'évaluation des droits à percevoir, mais la quantité d'un mélange déterminé d'alcool et d'eau, nommé *Nederlandsche proef;* ce mode est encore suivi par l'Angleterre, qui a son *proofspirit.* Quant à l'instrument qui servait à fixer le titre des mélanges spiritueux, c'était l'aréomètre néerlandais, qui n'est autre chose que l'aréomètre de Beaumé modifié; il marque 0° au point d'affleurement dans l'eau distillée de 60° F, et chaque degré représente $\frac{1}{145}$ du volume limité à ce point. Ce qu'on appelait *épreuve néerlandaise* était un liquide spiritueux dans lequel l'aréomètre néerlandais plongeait jusqu'au dixième degré à la température de 55° F.

La loi du 20 juin 1862 a mis fin à cet état de choses, en substituant l'alcool absolu à l'épreuve néerlandaise comme base des droits à payer à l'Etat. Peu de temps après, l'arrêté royal du 20 avril 1863 a prescrit l'usage de l'aréomètre et du thermomètre centigrades pour la détermination de la richesse des liquides alcooliques.

La température de 15° C a été admise comme température normale à laquelle toutes les déterminations doivent être réduites. C'est pour cette même température qu'est fixé le volume de la carène normale de l'aréomètre; c'est-à-dire que l'instrument marque 0 dans un liquide dont la densité à 15° C est égale à celle de l'eau pure à 4° C.

Pour obtenir une exactitude suffisante, quel que soit le degré de concentration des liquides, sans allonger outre mesure la tige de l'aréomètre, on a jugé convenable de construire deux instruments au lieu d'un seul, savoir:

L'aréomètre I, destiné aux liquides dont le volume spécifique est compris entre 100 et 109. Cet instrument ne porte donc que 9 degrés (de 0 à 9); chacun de ces degrés est divisé en vingt parties égales, de sorte que chaque subdivision correspond à $\frac{1}{2000}$ du volume normal marqué 0.

L'aréomètre II, qui sert pour les liquides dont le volume spécifique s'élève de 108 à 130. Chacun des 22 degrés que porte son échelle est subdivisé en dixièmes; chaque subdivision représente, par conséquent, $\frac{1}{1000}$ du volume normal. Cet instrument plongé dans l'alcool absolu à 15^c C marque 25,9 degrés.

Outre ces deux aréomètres usuels, il y en a un troisième réservé pour les liquides alcooliques très faibles, ceux dont le volume spécifique se trouve entre les limites 100 et 102. Les deux degrés qui composent toute l'échelle de cet instrument étant partagés chacun en 100 parties égales, chaque subdivision équivant à $\frac{1}{10000}$ du volume normal.

Les aréomètres réglementaires sont en verre; ils ont une carène cylindrique et, au-dessous, une boule à mercure; la tige a une longueur de 22 à 25 centimètres, de sorte que chaque subdivision de l'échelle occupe une étendue d'environ 1 mm. Les instruments I et II pèsent à peu près 40 grammes; le poids de l'instrument III s'élève à environ 90 gr.

L'introduction de l'aréomètre centigrade dans l'alcoométrie rendait nécessaire la construction de tables donnant, pour chaque degré et fraction de degré, la quantité d'alcool absolu pur contenue dans 100 parties d'un mélange d'alcool et d'eau, et fournissant cette indication, non-seulement pour la température normale de 15° C, mais pour toutes les températures auxquelles on opère habituellement. Après m'être livré, avec mon ami F. H. van Moorsel, à des recherches préliminaires sur la densité, la dilatation, le point d'ébullition et la force élastique des mélanges d'alcool et d'eau [1]), nous avons publié, en 1861, des tables [2])

[1]) Mémoire sur la densité, la dilatation, le point d'ébullition et la force élastique de la vapeur de l'alcool et des mélanges d'alcool et d'eau, par E. H. von Baumhauer, publié par l'Académie royale des sciences; C. G. van der Post, Amsterdam, 1860.

[2]) Tables pour la détermination de la force réelle en alcool des mélanges d'alcool et d'eau, correspondant aux diverses indications données soit par l'aréomètre centésimal, l'aréomètre néerlandais et l'aréomètre de Beaumé, soit par la pesée hydrostatique, les densimètres et les alcoomètres, par E. H. von Baumhauer et F. H. van Moorsel; Paris, Leiber, 1861.

indiquant pour chaque volume spécifique, et pour toutes les températures comprises entre 0° et 30° C, le nombre de volumes d'alcool absolu à 15° C que renfermeraient 100 volumes d'un mélange quelconque supposé ramené à cette température normale de 15° C. Pour simplifier encore les opérations de la pratique, j'ai fait paraître, en 1863, de nouvelles tables [1]), spécialement appropriées aux indications des trois instruments décrits pag. 348, et dont les nombres ont été déduits de ceux des premières tables en y introduisant les corrections pour les variations de volume que subissent le verre de l'aréomètre et le liquide spiritueux lorsque la température diffère de la température normale de 15° C. Ces tables font, par suite, connaître directement le nombre de litres d'alcool absolu à 15° C, qui se trouvent contenus dans 100 litres d'un mélange alcoolique à une température quelconque entre 0° et 30° C.

Bien que ces tables aient été calculées pour les besoins de l'administration néerlandaise, leur usage n'est pas borné, naturellement, à notre pays; vu la concordance presque parfaite qui existe entre les résultats obtenus par moi et ceux de Gay-Lussac et de Tralles, comme le montre la table qui termine cette note, le commerce pourra se servir de l'aréomètre centésimal et de mes tables même dans les pays où les alcoomètres de Gay-Lussac et de Tralles sont encore de rigueur.

L'usage de mes tables a été déclaré obligatoire par le Gouvernement Néerlandais en même temps que celui de l'aréomètre centigrade. Grâce à ces dispositions, l'alcoométrie peut être considérée comme établie chez nous sur les bases les plus rationnelles, et on peut dire que, sous ce rapport, nous avons pris l'avance sur tous les autres pays.

En France et en Belgique on se sert toujours de l'alcoomètre de Gay-Lussac, dont le point de départ est l'eau distillée de

---

[1]) Tables indiquant la richesse en alcool des mélanges alcooliques, d'après les indications données par l'aréomètre et le thermomètre centigrades, par E. H. von Baumhauer, Leiber, Paris, 1863.

15° C, à laquelle on compare les liquides spiritueux également pris à 15° C. L'échelle de cet instrument est d'une construction difficile et, par conséquent, souvent défectueuse; la base scientifique de la division a même été tenue secrète pendant longtemps, les densités des mélanges d'alcool et d'eau que Gay-Lussac avait trouvées en 1823, et sur lesquelles il avait fondé la division de son alcoomètre, n'ayant été publiées qu'en 1862 par M. Collardeau. Dès 1861 j'avais inséré dans le *Cosmos de Mr. l'abbé Moigno* (p. 538) une petite table destinée à faire connaître les volumes que doivent occuper les différents degrés de l'alcoomètre centésimal.

En Allemagne on détermine la force réelle et la richesse d'un liquide spiritueux au moyen de l'alcoomètre de Tralles, dont le volume normal se rapporte à l'eau de $12\frac{4}{9}$° R ou $15\frac{5}{9}$° C; la température normale des liquides est de même $12\frac{4}{9}$° R. Les divisions de cet alcoomètre sont déduites des expériences de Gilpin, calculées d'abord par Tralles et, plus tard, par M. A. F. W. Brix.

En Angleterre l'aréomètre prescrit par le gouvernement est l'hydromètre de Sikes, en laiton doré, avec poids additionnels. L'unité de volume de l'instrument se détermine à 62° F ou $16\frac{2}{3}$° C. La température normale admise est de 51° F ou $10\frac{5}{9}$° C. L'Angleterre est aujourd'hui le seul pays qui n'admette pas l'alcool absolu comme base pour la perception de l'impôt sur les liquides spiritueux. Son *proofspirit* est un mélange d'alcool et d'eau qui à 51° F pèse tout juste $\frac{12}{13}$ du poids d'un volume égal d'eau distillée à 60° F. Le poids spécifique de ce liquide à 51° F est égal à 0,92224, le poids d'un volume égal d'eau à 4° C étant pris pour unité. La force réelle de *l'épreuve anglaise* est donc de 57,33, de sorte qu'un hectolitre à 51° F (= $10\frac{5}{9}$° C) contient 57,57 litres d'alcool absolu à 15° C.

Je terminerai cette note en donnant dans la table comparative suivante les indications: 1°. du nouvel aréomètre centigrade ou volumètre; 2°. du densimètre; 3°. de l'alcoomètre de Gay-Lussac; 4°. de l'alcoomètre de Tralles; 5°. de l'ancien aréomètre des

Pays-Bas; et 6°. de l'hydromètre de Sikes, — dans la supposition qu'ils plongent tous dans des liquides spiritueux à 15° C d'une force réelle exprimée par les nombres de la première colonne. Dans la dernière colonne se trouvent les valeurs correspondantes en épreuve anglaise à 59° F ou 15° C.

Les degrés du densimètre, ou plutot les densités elles mêmes des mélanges doivent encore subir la correction:

$$-\frac{m'^2 - m'\Delta}{25\,d\,l}\,\Delta + (1-\Delta)\,\delta - \alpha\,t\,\Delta$$

suivant la form. (10) pag. 363, qui sera, si l'on adopte $m'^2 = 6$; $m^2 = 3$:

$$-\frac{6 - 3\Delta}{25\,d\,l}\,\Delta + (1-\Delta)\,\delta - \alpha\,t\,\Delta.$$

Δ = la densité du mélange,
δ = „ „ de l'air,
α = la dilatation cubique du verre pour 1° centésimal,
t = le nombre des degrés du thermomètre au-dessus de 15°.
d = le diamètre de la tige en millimétres,
l = la longueur d'un dégré en millimètres.

Si l'on n'a pas appliqué la correction pour la capillarité de l'eau lors de la construction de l'échelle de l'aréomètre, la correction des densités sera exprimée par la formule (11) pag. 365.

$$-\frac{m'^2 - m^2}{25\,d\,l}\,\Delta^2 + (1-\Delta)\,\delta - \alpha\,t\,\Delta$$

ou bien, avec $m'^2 = 6$, $m^2 = 3$:

$$-\frac{3}{25\,d\,l}\,\Delta^2 + (1-\Delta)\,\delta - \alpha\,t\,\Delta$$

$$= -\,0{,}12\,\frac{\Delta^2}{d\,l} + (1-\Delta)\,\delta - \alpha\,t\,\Delta.$$

Volumes d'alcool sur 100 vol. de mélange.	Dégrés du Volumètre.	Dégrés du Densimètre.	Dégrés de l'Alcoomètre de Gay-Lussac.	Dégrés de l'Alcoomètre de Tralles.	Dégrés de l'ancien Aréomètre néerlandais.	Dégrés de l'Hydromètre de Sikes.	English Proof.
							Under Proof
0	0.09	0.9991	0	0	—0.01	99.7	99.8
1	0.24	0.9976	1	1	+0.20	99.0	98.1
2	0.39	0.9962	2	2	0.41	98.3	96.4
3	0.53	0.9947	3	3	0.62	97.7	94.7
4	0.67	0.9933	4	4	0.83	97.0	93.0
5	0.81	0.9919	5.1	5.1	1.03	96.3	91.3
6	0.95	0.9906	6.1	6.1	1.22	95.7	89.6
7	1.08	0.9893	7.1	7	1.40	95.1	87.9
8	1.21	0.9881	8.1	8	1.59	94.4	86.2
9	1.33	0.9869	9.1	9	1.77	93.8	84.5
10	1.45	0.9857	10.1	10	1.95	93.2	82.8
11	1.57	0.9845	11	11	2.12	92.6	81.1
12	1.69	0.9834	12.1	12	2.29	92.1	79.4
13	1.81	0.9822	13.1	13	2.46	91.6	77.7
14	1.92	0.9811	14.2	14	2.62	91.0	76.0
15	2.03	0.9801	15.2	15	2.78	90.5	74.3
16	2.13	0.9791	16.2	16	2.93	90.0	72.6
17	2.24	0.9781	17.3	17	3.08	89.5	70.9
18	2.34	0.9771	18.3	18.1	3.23	89.0	69.2
19	2.45	0.9761	19.3	19.1	3.37	88.5	67.5
20	2.55	0.9751	20.3	20	3.52	88.0	65.7
21	2.66	0.9741	21.3	21	3.67	87.5	63.9
22	2.76	0.9731	22.3	22	3.82	87.0	62.1
23	2.87	0.9721	23.2	23	3.98	86.5	60.3
24	2.98	0.9711	24.1	24	4.13	86.0	58.6
25	3.09	0.9700	25.1	25	4.29	85.5	56.8
26	3.20	0.9690	26.1	26	4.45	85.0	55.1
27	3.31	0.9680	27.1	27	4.62	84.4	53.3
28	3 43	0.9669	28.1	28	4.78	83.8	51.5
29	3.55	0.9657	29.1	29.1	4.95	83.3	49.8
30	3.67	0.9646	30.1	30.1	5.13	82.7	48.0
31	3.79	0.9635	31.1	31	5.31	82.1	46.3
32	3.92	0.9623	32.1	32.1	5.50	81.5	44.1
33	4.05	0.9611	33	33	5 69	80.9	42.4
34	4.18	0.9599	34	34	5.89	80.3	40.7
35	4.32	0.9586	35	35	6.09	79.6	39.0
36	4.47	0.9572	36	36	6.30	78.9	37.3
37	4.63	0.9558	37	37	6.52	78.2	35.6
38	4.79	0.9543	38.1	38	6.75	77.5	33.8
39	4.96	0.9528	39.2	39.1	6.99	76.7	32.1
40	5.13	0.9512	40.2	40	7.24	75.9	30.3
41	5.31	0.9496	41.2	41	7.50	75.1	28.6
42	5.49	0.9480	42.2	42	7.77	74.2	26.8
43	5.68	0.9463	43.2	43.1	8.04	73.3	25.1
44	5.87	0.9445	44.2	44.1	8.32	72.4	23.3
45	6.07	0.9427	45.2	45.1	8.60	71.5	21.5
46	6.28	0.9409	46.2	46.1	8.89	70.6	19.7
47	6.48	0.9391	47.2	47.1	9.17	69.6	17.9
48	6.68	0.9373	48.2	48.1	9.46	68.7	16.2
49	6.89	0.9355	49.1	49.1	9.79	67.8	14.4
50	7.11	0.9336	50.1	50	10.08	66.8	12.7

Volumes d'alcool sur 100 vol. de mélange.	Dégrés du Volumètre.	Dégrés du Densimètre.	Dégrés de l'Alcoomètre de Gay-Lussac.	Dégrés de l'Alcoomètre de Tralles.	Dégrés de l'ancien Aréomètre néerlandais.	Dégrés de l'Hydromètre de Sikes.	English Proof.
							Under Proof
51	7.33	0.9327	51.1	51	10.40	65.8	11.0
52	7.55	0.9298	52.1	52	10.72	64.8	9.3
53	7.77	0.9279	53.1	53	11.05	63.7	7.5
54	8.00	0.9260	54	53.9	11.39	62.7	5.8
55	8.24	0.9240	55	54.9	11.73	61.7	4.1
56	8.49	0.9219	56	55.9	12.08	60.6	2.3
57	8.74	0.9197	57	57	12.44	59.4	0.6
							Over Proof
58	9.00	0.9175	58.1	58	12.80	58.2	1.2
59	9.26	0.9153	59.1	59	13.17	57.1	2.9
60	9.52	0.9131	60.1	59.9	13.55	55.9	4.7
61	9.78	0.9109	61.1	60.9	13.93	54.7	6.4
62	10.05	0.9087	62.1	61.9	14.32	53.5	8.2
63	10.33	0.9064	63	62.9	14.72	52.3	9.9
64	10.61	0.9041	64	63.9	15.13	51.0	11.7
65	10.90	0.9017	65.1	64.9	15.54	49.8	13.4
66	11.19	0.8993	66.1	66	15.96	48.5	15.2
67	11.49	0.8969	67.1	67	16.39	47.2	16.9
68	11.79	0.8945	68.1	68	16.82	45.9	18.7
69	12.09	0.8921	69.1	69	17.25	44.5	20.5
70	12.39	0.8897	70.1	70	17.69	43.2	22.2
71	12.70	0.8872	71.1	71	18.14	41.8	24.0
72	13.02	0.8847	72.1	72	18.60	40.5	25.7
73	13.35	0.8822	73.1	73	19.07	39.1	27.5
74	13.69	0.8796	74.1	74	19.55	37.6	29.3
75	14.03	0.8770	75.1	75	20.04	36.2	31.1
76	14.38	0.8743	76.1	76	20.54	34.7	32.9
77	14.73	0.8716	77	77	21.04	33.2	34.6
78	15.08	0.8690	78	78	21.54	31.7	36.3
79	15.43	0.8663	79	79	22.05	30.2	38.1
80	15.79	0.8636	80	80	22.57	28.6	39.8
81	16.16	0.8609	81	81	23.10	27.1	41.5
82	16.54	0.8581	82	82	23.64	25.5	43.2
83	16.92	0.8553	83	83	24.19	23.9	44.9
84	17.30	0.8525	84	83.9	24.75	22.3	46.6
85	17.69	0.8497	84.9	84.9	25.32	20.7	48.3
86	18.09	0.8468	85.9	85.9	25.90	19.0	50.1
87	18.51	0.8438	86.9	86.9	26.51	17.2	51.8
88	18.96	0.8406	87.9	87.9	27.15	15.3	53.6
89	19.43	0.8373	89	88.9	27.82	13.4	55.4
90	19.92	0.8339	90	90	28.52	11.4	57.2
91	20.42	0.8304	91	91	29.24	9.4	59.0
92	20.94	0.8269	92	92	29.98	7.3	60.8
93	21.47	0.8233	93	93	30.74	5.2	62.7
94	22.01	0.8196	94	94.1	31.52	3.1	64.5
95	22.57	0.8158	95	95	32.34	0.8	66.4
96	23.15	0.8120	96	96	33.18		
97	23.79	0.8079	97	97	34.08		
98	24.47	0.8035	98	98.1	35.04		
99	25.18	0.7989	99	99	36.08		
100	25.93	0.7941	100	100	37.16		

SUR L'INFLUENCE

DE L'ACTION CAPILLAIRE ET DE LA PRESSION DE L'AIR

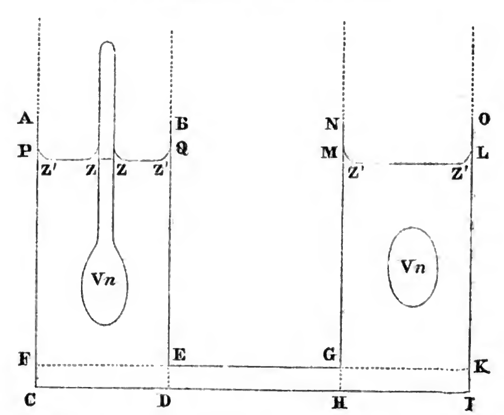
dans la construction et l'emploi des aréomètres.

DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE
DE LA QUANTITÉ DE LIQUIDE SOULEVÉE PAR L'ACTION CAPILLAIRE
A LA SURFACE EXTÉRIEURE DES TUBES.

PAR

F. J. STAMKART.

Extrait des: Verslagen en Mededeelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen, 2e série, T. I, 1866.



Soit ABCD un vase contenant de l'eau ou quelque autre liquide, et supposons qu'un aréomètre flotte dans ce liquide.

Désignons la partie immergée de l'aréomètre, jusqu'à une certaine division n du tube, par . . . . V_n,
et le volume entier de l'instrument par . . . . V,
on aura pour la portion de l'aréomètre s'élevant au-dessus de la surface horizontale du liquide . . . . $V-V_n$.

Nommons la quantité de liquide soulevée par la capillarité autour de la tige de l'aréomètre . . . . z,
et la quantité de liquide soulevée le long des parois du vase . . . . z',

Représentons la densité du liquide par . . . . . D,
le poids de l'aréomètre dans le vide par . . . . . G,
et supposons que celui-ci soit chargé, en outre, d'un petit poids égal à . . . . x.

Pour trouver les conditions d'équilibre, supposons qu'à côté du vase ABCD il s'en trouve un autre NOHI, parfaitement égal au premier, et que les deux vases communiquent ensemble au moyen du tube EDHG; représentons-nous, en outre, les deux vases prolongés supérieurement jusqu'à l'extrême limite de l'atmosphère. L'action capillaire exercée le long du contour PQ sera exactement égale à celle produite le long du contour ML. D'ailleurs, il doit y avoir égalité absolue entre les *poids* des masses qui, dans les deux cylindres, s'élèvent au-dessus d'un même plan horizontal FEGK.

Enfin, soit la densité de l'air . . . . δ;
la hauteur du baromètre . . . . B,
la section transversale ou base de chaque vase . . . S;
le volume de liquide contenu, dans chaque vase, au-dessous du plan Z Z' et environnant le volume V_n, . . V';
la hauteur totale de l'atmosphère . . . . h,
et la densité du mercure . . . . k.

Le volume de l'air contenu dans

$$\text{ABPQ sera} = hS - (V - V_n) - z - z'.$$

Le poids de cet air est . . $kBS - (V - V_n + z)\,\delta - z'\delta$.
Le liquide $V' + z$ pèse . . . . $(V' + z)\,D$.
L'aréomètre pèse . . . . $G + x$.

Par conséquent, le *poids* dans le vase ABCD (excepté z')

$$= k\,BS + G + x + V'D + z\,(D - \delta) - (V - V_n)\,\delta - z'\delta.$$

Dans l'autre vase ONHI nous trouvons:

Air . . . . $hS - z'$, pesant $kBS - z'\delta$;
liquide (excepté z') . $= V' + V_n$, pesant $(V' + V_n)\,D$.

Par conséquent, poids dans le vase NOHI (excepté z')

$$= k\ \mathrm{BS} + \mathrm{V}'\mathrm{D} + \mathrm{V}_n\mathrm{D} - z'\delta.$$

Otant des deux vases le poids k BS $- z'\delta + \mathrm{V}'\mathrm{D}$, nous obtenons l'équation:

$$\mathrm{G} + x + z\,(\mathrm{D} - \delta) - (\mathrm{V} - \mathrm{V}_n)\,\delta = \mathrm{V}_n\,\mathrm{D},$$

ou

$$\mathrm{G} + x - \mathrm{V}\delta = (\mathrm{V}_n - z)\,(\mathrm{D} - \delta)\quad .\ .\ .\quad (1)$$

$\mathrm{G} - \mathrm{V}\delta$ est le poids de l'aréomètre dans l'air. Supposons que l'aréomètre étant placé sur un des plateaux d'une balance, le poids G', mis dans l'autre plateau, lui fasse équilibre, et soit Δ la densité de la matière des *poids;* la pression exercée par G' sur son plateau sera $= \mathrm{G}'\left(1 - \frac{\delta}{\Delta}\right)$; par conséquent:

$$\mathrm{G} - \mathrm{V}\delta = \mathrm{G}'\left(1 - \frac{\delta}{\Delta}\right)$$

Quant à la pression x, elle est $= x'\left(1 - \frac{\delta}{\Delta}\right)$, en représentant par x' les *poids* qui font équilibre à x dans l'air; on a donc:

$$\mathrm{G} + x - \mathrm{V}\delta = (\mathrm{G}' + x')\left(1 - \frac{\delta}{\Delta}\right);$$

et par conséquent aussi:

$$(\mathrm{G}' + x')\left(1 - \frac{\delta}{\Delta}\right) = (\mathrm{V}_n - z)\,(\mathrm{D} - \delta).$$

Soit l le rayon d'un tube capillaire, q la hauteur à laquelle un liquide s'y élève, et supposons que le tube devienne de plus en plus délié: la limite du produit lq sera une quantité constante pour un même liquide, une même température et une même nature de verre. Soit $2m^2$ la valeur de cette constante pour le liquide qui remplit les vases, et soit c la circonférence du tube de l'aréomètre, on a, d'après la *Mécanique céleste* de Laplace (Livre X, *supplém.*)

$$z = \frac{1}{2}\,l\,q\,c = m^2\,c.$$

Ainsi:

$$(\mathrm{G}' + x')\left(1 + \frac{\delta}{\Delta}\right) = (\mathrm{V}_n - m^2\,c)\,(\mathrm{D} - \delta)\ .\ .\ .\ (2)$$

Si V_n est le volume à la température de 15°, et si, à 15°+t°, ce volume devient $(1 + \alpha\ t)\ V_n$, il faudrait mettre cette dernière valeur à la place de V_n. A la rigueur, G′ ne conserverait pas non plus la même valeur, tant à cause du changement de la température qu'à cause de celui de la hauteur barométrique; m^2 varie aussi un peu quand la température change, parce que q est proportionnel à la densité du liquide (tant que la nature de celui-ci demeure la même) etc.; mais tous ces petits changements ne produisent que des variations *imperceptibles* dans les corrections cherchées, et on peut les négliger, de même que le produit de α et δ. Ainsi, pour tenir compte dans l'équation (2) de la dilatation du verre de l'aréomètre, nous écrirons simplement:

$$D' = (1 + \alpha\ t)\ D;$$

et nous aurons:

$$(G' + x')\left(1 - \frac{\delta}{\Delta}\right) = (V_n - m^2\ c)\ (D' - \delta).$$

Supposons maintenant que l'aréomètre, non chargé, s'enfonce jusqu'au zéro de l'échelle dans un liquide dont la densité est $= 1$ à la température de 15°, et soit m'^2 la valeur particulière de m^2 pour ce liquide, nous aurons $x' = 0$, $t = 0$, $D' = 1$, et par conséquent:

$$G'\left(1 - \frac{\delta}{\Delta}\right) = (V_o - m'^2\ c)\ (1 - \delta).$$

Divisant l'équation (2) par celle que nous venons d'obtenir, il vient:

$$1 + \frac{x'}{G'} = \frac{V_n - m^2\ c}{V_o - m'^2\ c} \times \frac{D' - \delta}{1 - \delta}.$$

N.B. Si l'aréomètre, au lieu de *flotter*, était suspendu au bras d'une balance maintenue en équilibre par un poids x' placé dans l'autre plateau, il n'y aurait qu'à prendre x' *négatif* dans l'expression précédente.

L'équation de l'équilibre peut se mettre sous la forme:

$$\left(1 - \frac{c}{V_o}\ m'^2\right)(1 - \delta)\left(1 + \frac{x'}{G'}\right) = \left(\frac{V_n}{V_o} - \frac{c}{V_o}\ m^2\right)(D' - \delta). \quad (3)$$

et, écrivant:

$$\frac{V_n}{V_o} = 1 + \frac{n}{100}, \quad \frac{c}{V_o} = p, \quad \frac{D' - \delta}{1 - \delta} = D'',$$

elle devient:

$$(1 - p\,m'^2)\left(1 + \frac{x'}{G'}\right) = \left(\frac{n}{100} + 1 - p\,m^2\right) D''.$$

De cette dernière équation on déduit les trois suivantes:

1° pour trouver le poids x' lorsque n et D'' sont donnés:

$$(1 - p\,m'^2)\frac{x'}{G'} = \frac{n}{100} D'' - (1 - p\,m^2)(1 - D'') + p\,(m'^2 - m^2). \quad (4)$$

2° pour trouver n quand x' et D'' sont connus:

$$\frac{n}{100} D'' = (1 - p\,m'^2)\frac{x'}{G'} + (1 - p\,m^2)(1 - D'') - p\,(m'^2 - m^2). \quad (5)$$

3° pour trouver D'' quand x' et n sont donnés:

$$\left(\frac{100 + n}{100} - p\,m^2\right) D'' = (1 - p\,m'^2)\left(1 + \frac{x'}{G'}\right) \quad . \; . \; (6)$$

Si l'aréomètre flotte dans de l'eau d'une température de 10 à 20°, et si la densité de l'eau à 15° est prise pour unité, D, D' et D'' sont, à très peu près, = 1, et $m^2 = m'^2$; l'équation (4), qui fait trouver le poids x' correspondant à la division n, devient alors:

$$\frac{x'}{G'} = \frac{n}{100} \cdot \frac{D'}{1 - p\,m'^2} - (1 - D'');$$

c'est-à-dire, avec une exactitude suffisante:

$$\frac{x'}{G'} = \frac{n}{100}(D'' + p\,m'^2\,D'') - (1 - D'')$$

$$= \frac{n}{100} D'' + \frac{n}{100} p\,m'^2\,D'' - (1 - D'').$$

D'où:

$$x' = \frac{n}{100} D''G' + \frac{n}{100} p\,G'\,D''\,m'^2 - (1 - D'')\,G'.$$

Mais nous avons:

$$p = \frac{c}{V_o}, \text{ par conséquent } p\,G' = \frac{G'}{V_o}\,c.$$

Si nous exprimons G' en milligrammes et V_o en millimètres cubes, on a, à très peu près, $G' = V_o$ et, par suite, $p\,G' = c$.

Comme d'ailleurs D'' est presque $= 1$, on a aussi $p\ G'\ D'' = c$.

Ainsi: $x' = \frac{n}{100}\ D''\ G' + \frac{n}{100}\ c\, m'^2 - (1 - D'')\ G'$ . . (7)

$c\, m'^2 \times \frac{n}{100}$ est la correction qui, dans la construction de l'échelle, doit être apportée aux poids x', à cause de l'ascension capillaire de l'eau contre la tige de l'instrument.

Les corrections pour la *pression atmosphérique* et la *dilatation* du verre sont comprises dans:

$$D'' = \frac{D' - \delta}{1 - \delta} = \frac{D\,(1 + \alpha\, t) - \delta}{1 - \delta} = (D + \alpha\, t\ D - \delta)\ (1 + \delta),$$

ou, comme D diffère fort peu de 1 dans le cas dont il s'agit:

$$D'' = D + \alpha\ t - (1 - D)\ \delta.$$

D'après les recherches de Mr. M. E. Bède sur la capillarité (*Mém. couronnés et Mém. des savants étrangers, publ. par l'Acad. royale des sciences de Belgique*, T. XXX, 1858—1861, p. 158), on a pour l'eau distillée, en moyenne pour différents tubes dont le diamètre intérieur n'excède pas un millimètre:

$$m'^2 = 14{,}8 : 2 = 7{,}4.$$

D'après mes propres déterminations du poids de l'eau qui s'attache extérieurement aux tubes en verre, j'ai trouvé en moyenne, pour l'eau de pluie:

$$m'^2 = 5{,}33.$$

On s'éloignera donc peu de la vérité en posant, en nombres ronds, $m'^2 = 6$; ce qui signifie que, pour *chaque millimètre* de la circonférence de la tige de l'aréomètre, on peut compter 6 milligr. d'eau adhérente.

Il en résulte $cm'^2 = 6\ \pi\ d = 18{,}8\ d$, d étant le diamètre de la tige.

Pour l'aréomètre néerlandais de 0° à 9° [1]), on a $d = 4{,}8$ à 5 mm.

Pour celui de 8° à 30°, on a $d = 6{,}7$ à 7 mm.

---

[1]) Voir page 348.

D'après cela, on aura pour le premier aréomètre:

Corr. x' pour la Capillarité $= + 0{,}94 \times n$ mgr.

et pour le second aréomètre:

Corr. x' pour la Capillarité $= + 1{,}31 \times n$ mgr.

Au premier abord, il paraît singulier qu'il faille encore *ajouter* quelque chose aux poids x', lorsque déjà l'eau adhérente force l'aréomètre à s'enfoncer plus profondément, qu'il ne le ferait sans cela. La raison en est qu'on a pris pour unité de volume (V_o) une grandeur plus forte que si l'action capillaire ne s'était pas fait sentir. Les degrés de l'échelle doivent donc aussi être un peu plus grands qu'ils ne l'eussent été sans cette action.

La formule (5) peut servir à la vérification d'un aréomètre déjà construit, si l'on observe les points auxquels il s'enfonce dans un liquide de densité connue, lorsqu'on le charge de différents poids x'. Il est clair que si ces poids sont immergés dans le liquide, on doit tenir compte de la perte qu'ils en éprouvent.

Supposons que la vérification se fasse dans l'eau pure, à une température d'environ 15° C, $1-D''$ sera de nouveau un petit nombre, et $m^2 = m'^2$; par conséquent:

$$n = \frac{100}{D''}(1-pm'^2)\left(\frac{x'}{G'} + 1-D''\right),$$

ou, négligeant le produit de $p\,m'^2$ par $(1 - D'')$:

$$n = \frac{100}{D''}\cdot\frac{x'}{G'} + 100.\ \frac{1-D''}{D''} - \frac{100}{D''}\cdot\frac{x'}{G'}\ p\,m'^2.$$

Remplaçant, dans le troisième terme du second membre de cette équation, $\frac{100}{D''}\cdot\frac{x'}{G'}$ par n, et $p\,m'^2$ par $\frac{\pi d}{G'}.\ m'^2$, on a avec une approximation suffisante:

$$n = \frac{100}{D''}\cdot\frac{x'}{G'} + 100\ \frac{1-D''}{D''} - \frac{\pi\ m'^2\ d}{G'}\ n$$

$$= \frac{100}{D''}\cdot\frac{x'}{G'} + 100\ (1-D) - \frac{18{,}85\ d}{G'}\ n. \quad . \quad . \quad (8)$$

La correction pour la capillarité, $\pi\, m'^2 . \frac{d}{G'} . n$, diminue à mesure que G′ devient plus grand par rapport à d. Pour ce motif il est bon, quand il s'agit d'expériences précises, de choisir le volume V_o ou, ce qui revient au même, le poids G′ plutôt grand que petit, l'épaisseur d de la tige restant la même.

Si nous supposons d égal à 5 mm. pour l'aréomètre Néerlandais qui va de 0° à 9°, et égal à 7 mm. pour celui qui marque de 8 à 30°; si, de plus, nous adoptons 37 et 40 grammes pour la valeur de G′, la correction relative à la capillarité sera environ:

pour le premier aréomètre de 0 à — 0°,02
" " second " " — 0°,03 à — 0°,10.

L'aréomètre ayant été construit et vérifié dans l'eau, le rapport qui existe entre le volume V_n, situé en dessous d'une division quelconque n de l'échelle, et le volume V_o situé en dessous du zéro de l'échelle, sera donné par la proportion:

$$V_n : V_o = 100 + n : 100,$$

où V_o représente la partie immergée quand l'aréomètre flotte dans l'eau pure, à une densité = 1.

Pour trouver maintenant la densité de quelque autre liquide, pour lequel on a observé le point n d'affleurement de l'aréomètre, on applique la formule (6), en y faisant $x' = 0$; il vient:

$$D'' = \frac{1 - p\, m'^2}{\frac{100 + n}{100} - p\, m^2} = \frac{100}{100 + n} . \frac{1 - p\, m'^2}{1 - \frac{100}{100 + n}\, p\, m^2}$$

Soit $\Delta = \frac{100}{100 + n}$ la valeur approchée de D″, on aura approximativement:

$$D'' = \Delta . \frac{1 - p\, m'^2}{1 - \Delta\, p\, m^2} = \Delta\, (1 - p\, m'^2 + \Delta\, p\, m^2) =$$
$$= \Delta - p\, (m'^2 - \Delta\, m^2)\, \Delta .$$

Mais:

$$D'' = \frac{D' - \delta}{1 - \delta}, \text{ d'où } D' = (1 - \delta)\, D'' + \delta = D'' + (1 - D'')\, \delta,$$

ou approximativement: $D' = D'' + (1 - \Delta)\, \delta$.

Enfin, approximativement aussi:

$$D = D' : (1 + \alpha t) = D' (1 - \alpha t) = D' - \alpha t \Delta.$$

Par conséquent:

$$D = \Delta - p\, (m'^2 - \Delta\, m^2)\, \Delta + (1 - \Delta)\, \delta - \alpha t\, \Delta \quad . \quad . \quad (9)$$

Le second terme de cette expression donne la correction pour la capillarité, le troisième la correction pour la pression de l'air, le quatrième, enfin, la correction pour la dilatation du verre.

Le nombre p, qui entre dans cette expression, peut être trouvé fort simplement, au moyen de la longueur d'un des degrés de l'échelle et de l'épaisseur d de la tige. En effet, de

$$V_n = \left(1 + \frac{n}{100}\right) V_o,$$

on déduit: $V_{n+1} - V_n = \frac{1}{100}\, V_o$.

Soit $l =$ la longueur en millimètres d'un degré de l'échelle, longueur qu'on détermine, avec une exactitude suffisante, en mesurant celle d'un certain nombres de degrés et divisant par ce nombre; on aura:

$$V_{n+1} - V_n = \frac{1}{4}\, \pi\, d^2\, l = \frac{1}{100}\, V_o.$$

Mais, $c = \pi\, d$; il vient donc:

$$p = \frac{c}{V_o} = \frac{\pi\, d}{25\, \pi\, d^2\, l} = \frac{1}{25\, d\, l}$$

$$\text{Ainsi: } D = \Delta - \frac{m'^2 - m^2\, \Delta}{25\, d\, l}\, \Delta + (1 - \Delta)\, \delta - \alpha t\, \Delta. \quad (10)$$

Pour pouvoir appliquer la correction relative à la capillarité, il est nécessaire de connaître, non-seulement m'^2, mais aussi m^2. D'après les déterminations qu'on trouve, pour l'alcool, dans le mémoire déjà cité de M. Bède, et d'après celles que j'ai faites moi-même sur le genièvre ordinaire, on peut adopter pour ces liquides la valeur moyenne $m^2 = 3$. En conservant, comme

ci-dessus, pour l'eau $m'^2 = 6$, la corr. pour la capillarité devient:

$$-\frac{6-3\,\Delta}{25\,d\,l}\,\Delta = -4\,\frac{6\,n+300}{(100+n)^2\,d\,l}.$$

Un aréomètre, allant de 0 à 9°, m'a donné $l = 21{,}9$ et $d = 4{,}8$; un autre, marquant de 8 à 30°, a fourni $l = 9{,}7$ et $d = 7{,}2$. Introduisant ces données dans la formule, et prenant pour n différentes valeurs, entre 0 et 10 pour le premier aréomètre, entre 10 et 30 pour le second, on trouve que la correction pour la capillarité reste à peu près constante, pour le même aréomètre, dans les limites de l'observation: —0,00114 pour le premier, — 0,00165 pour le second. La correction pour la pression de l'air s'élève de 0 à + 0,00030 quand n varie de 0 à 30. Comme elle est de signe contraire, elle vient en déduction de la correction pour la capillarité.

L'ensemble de ces deux corr. pour l'aréomètre néerlandais, vérifié dans l'eau et employé dans des mélanges d'alcool et d'eau, est donné par le tableau suivant:

Premier aréomètre.		Second aréomètre.	
$n = 0$	Corr. D — 0,00 . . .	$n = 10$	Corr. D = — 0,00158
$n = 5$	„ „ — 0,00108	$n = 15$	„ „ = — 0,00152
$n = 10$	„ „ — 0,00102	$n - 20$	„ „ = — 0,00145
		$n = 25$	„ „ = — 0,00139
		$n = 30$	„ „ = — 0,00133.

Ce ne sont là que des valeurs moyennes; pour avoir la valeur exacte dans chaque cas particulier, il faudrait déterminer directement m'^2 et m^2 pour l'instrument dont on fait usage. Je ne crois pas que cette valeur exacte puisse s'éloigner de plus de 15 à 20 pour cent de la valeur moyenne trouvée. Un seul point reste encore indécis, savoir la grandeur de la correction entre 0 et 5, pour des mélanges faibles. Il est clair, en effet, que m'^2 ne peut devenir subitement m^2, à la moindre addition d'alcool à l'eau. Toutefois, comme pour $n = 6°$ j'ai déjà trouvé $m^2 = 3{,}69$ à $4{,}08$, c'est-à-dire notablement plus petit que pour l'eau, il est probable qu'une faible quantité d'alcool ajoutée à l'eau suffit pour modi-

fier considérablement le ménisque, et que, par suite, la correction, qui doit être *zéro* pour $n = o$, s'élève très rapidement à environ —0,001.

Examinons encore ce qui arriverait si, lors de la construction de l'échelle d'un aréomètre, à l'aide de la formule (7), on n'avait pas tenu compte de l'effet de la capillarité. La formule (8) montre qu'au lieu du nombre n on aurait inscrit, dans ce cas, au même point de la tige, le nombre $n + \frac{\pi\, d}{G} m'^2\, n = n + n\, p\, m'^2$. En d'autres mots: en calculant, pour construire l'échelle, les poids x' uniquement d'après le *premier* et *troisième* terme de (7), en les prenant, par conséquent, plus faibles que si l'on avait aussi compté le second terme, l'instrument s'enfoncera un peu moins, et les nombres n, tombant un peu *plus bas*, seront par suite un peu *plus grands* pour des points *déterminés* de la tige.

D' après cela, lorsqu'on voudra calculer la densité correspondante à une valeur observée de n, au lieu de $\frac{100}{100 + n}$ on trouvera réellement:

$$\frac{100}{100 + n + n\, p\, m'^2} = \frac{1}{1 + \frac{n}{100}(1 + p\, m'^2)} = \frac{1}{1 + \frac{1 - \Delta}{\Delta}(1 + p\, m'^2)}$$

$$= \frac{\Delta}{1 + (1 - \Delta)\, p\, m'^2} = \Delta\, [1 - (1 - \Delta)\, p\, m'^2]$$

$$= \Delta - \Delta\, p\, m'^2 + \Delta^2\, p\, m'^2 = \mathrm{A}.$$

Mais, d'après (9):

$$\Delta - \Delta\, p\, m'^2 + \Delta^2\, p\, m^2 + (1 - \Delta)\, \delta - \alpha\, t\, \Delta = \mathrm{D}.$$

Donc:

$$\mathrm{D} = \mathrm{A} - \Delta^2\, p\, m'^2 + \Delta^2\, p\, m^2 + (1 - \Delta)\, \delta - \alpha\, t\, \Delta.$$

Mais, d'après l'échelle telle que nous l'avons supposée construite en *dernier lieu*, A est $= \frac{100}{100 + n'} = \Delta$; donc:

$$\mathrm{D} = \Delta - p\,(m'^2 - m^2)\, \Delta^2 + (1 - \Delta)\, \delta - \alpha\, t\, \Delta \; . \; . \; . \quad (11)$$

$$= \Delta - \frac{m'^2 - m^2}{25\, d\, l}\, \Delta^2 + (1 - \Delta)\, \delta - \alpha\, t\, \Delta.$$

Cette formule donne une corr. un peu plus faible que la formule (10). D'ailleurs, dans la pratique, la construction des échelles est un peu facilitée lorqu'on a une correction de moins à appliquer. Aussi, lorsqu'on ne tient pas à ce que la proportion

$$V_o : V_n = 100 : 100 + n$$

se réalise rigoureusement pour chaque division de l'échelle, le second procédé paraît devoir mériter la préférence.

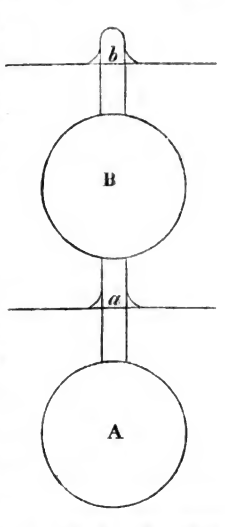
En prenant pour m'^2, m^2, d et l les mêmes nombres que ci-dessus, on trouve pour le cas actuel les valeurs moyennes suivantes:

Premier aréomètre.		Second aréomètre.	
$n = 0$ Corr. D	$= -0,00\ldots$	$n = 10$ Corr. D	$= -0,00130$
$n = 5$ „ „	$-0,00098$	$n = 15$ „ „	$-0,00113$
$n = 10$ „ „	$-0,00082$	$n = 20$ „ „	$-0,00097$
		$n = 25$ „ „	$-0,00084$
		$n = 30$ „ „	$-0,00072$

DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DE LA QUANTITÉ DE LIQUIDE SOULEVÉE PAR L'ACTION CAPILLAIRE À LA SURFACE EXTÉRIEURE D'UN TUBE.

L'ascension capillaire des liquides n'a guère été observée, jusqu'à présent, qu'à l'intérieur des tubes de verre étroits, dits tubes capillaires: pour antant que je sache, aucune expérience directe n'a encore été faite pour déterminer la quantité de liquide soulevée ou déprimée à l'extérieur d'un tube ou, en général, contre un plan vertical. Ci-dessus nous avons déduit cette quantité de l'ascension dans les tubes capillaires, et nous avons posé $m^2 = \frac{1}{2} lq$. Il y a quelques années, M. Gunning, maintenant professeur à Amsterdam, me communiqua un procédé qui permet de trouver la *différence des volumes d'eau et d'alcool* soulevés autour d'un même tube qu'on plonge partiellement dans chacun de ces deux liquides. Voici ce procédé:

Un tube de verre porte deux boules soufflées A et B; la partie a, qui réunit les deux boules, doit avoir exactement le même



diamètre que l'extrémité *b* du tube. Après avoir pesé l'instrument dans l'air, on exécute deux nouvelles pesées pendant que l'appareil plonge, d'abord jusqu'en *a* ensuite jusqu'en *b*, dans un des deux liquides, p. ex. dans l'eau. On répète les mêmes pesées pour l'alcool ou quelque autre liquide, dans lequel on fait plonger le tube successivement jusqu'en *a* et *b*. La perte de poids qu'on trouve par la pesée dans l'eau jusqu'en *a*, donne le volume de A, *diminué* du volume du liquide adhérent au tube en *a*; car le poids de ce liquide doit être équilibré par un poids égal dans l'autre plateau de la balance. La perte de poids en *b* donne de même le volume de A + B *diminué* du volume du liquide adhérent en *b*. La différence des pesées en *a* et en *b* donne *exactement* le volume B. Les opérations étant répétées dans l'alcool, les deux pesées en *a* et *b* déterminent exactement la densité du liquide; et, celle-ci étant connue, la pesée en *a* (p. ex.) donne le volume A *diminué* du volume du *ménisque de l'alcool* en *a*; nous avons déjà le volume A diminué du volume du *ménisque de l'eau* en *a*; nous pouvons donc trouver la *différence des volumes* du ménisque d'eau et du ménisque d'alcool.

On peut observer qu'on aurait le même résultat en remplaçant la pesée en *b* par une pesée avec immersion *complète;* outre que cette dernière est plus facile, elle dispenserait d'avoir en *a* et *b* un diamètre égal et un même état de surfaces. Mais il y a plus: il est facile de trouver la valeur *absolue* du poids, et par conséquent du volume du liquide suspendu en *a*. Pour cela, il n'y a qu'à retourner l'instrument après la pesée en *a*, de manière que B vienne en bas et A en haut, puis à faire une nouvelle pesée jusqu'à ce même point *a*. On a alors:

1ere pesée en *a*: volume A *moins* ménisque *a*;

2me pesée en *a*: volume B *moins* ménisque *a*; et par addition:

Volume A + B *moins* 2 × ménisque *a*.

Une pesée avec immersion *complète* donnant le volume A + B, on obtient par soustraction A + B — (A + B — 2 *a*) = 2 *a* = le double du volume du ménisque en *a*.



Pour l'application de ce procédé j'ai employé simplement des tubes en verre, fermés et munis d'un oeil à chaque extrémité. Un peu de mercure introduit dans ces tubes les maintenait, en se portant vers l'extrémité inférieure, dans une position verticale pendant les pesées. Une échelle sur papier se trouvait à l'intérieur de chaque tube. Je me suis servi de 5 tubes différents: deux tubes (DL et DK) beaucoup plus épais que les tubes aréométriques; un tube plus mince (ZB) ne renfermant pas assez de mercure pour s'enfoncer sous l'eau; et deux tubes ou tiges d'aréomètres (DA et *da*). Voici les poids et les dimensions de ces tubes:

Tube.	Long.	Épaisseur = Diamètre.		Poids dans l'air.	Poids dans l'eau de pluie.	Temp. de l'eau.	Distance des diam. mesur.
	mm.		mm.	gr.	gr.		mm.
No. 1. DL	167	Près du grand oeil	17,87	39,4508	6,4481	20°	
		Milieu..........	17,95				20
		Près du petit oeil	18,01				20
No. 2. DK	158	Près du grand oeil	17,71	39,5981	8,3599	20°	
		Milieu..........	17,62				20
		Près du petit oeil	17,59				20
No. 3. ZB Tube flottant. 1 div. de l'échelle = 2,296 mm.	160	A la division 10	7,80	5,1837	—1,438	19°,4	
		" " " 20	7,78				30
		" " " 30	7,79				30
No 4. DA Aréomètre de 8 à 30°	155	A la division 20	6,72	5,1859	0,3440	19°,9	
		" " " 40	6,71				20
		" " " 60	6,61				20
No. 5. *da* Aréomètre de 0 à 9°	143	A la division 30	4,835	3,4142	1,0623	19°,9	
		" " " 45	4,822				15
		" " " 60	4,817				15

On a pris la densité de l'eau de pluie $= 1,000164 \times$ dens. de l'eau distillée, à la même température.

Densité de l'air $= \delta = 0,001205$.

Si dans la formule (2) on fait x' négatif, parce qu'il représente maintenant un contre-poids, nécessaire pour maintenir le tube flottant, on a:

$$V_n - m^2 c = (G' - x') \frac{1 - \frac{\delta}{\Delta}}{D - \delta}$$

Après avoir retourné le tube et l'avoir fait enfoncer jusqu'à la même division n, la partie immergée devient $V - V_n$ et le contre-poids x''; par conséquent:

$$V - V_n - m^2 c = (G' - x'') \frac{1 - \frac{\delta}{\Delta}}{D - \delta}$$

Ajoutant ces deux équations, on obtient:

$$V - 2\, m^2\, c = (2\, G' - x' - x'') \frac{1 - \frac{\delta}{\Delta}}{D - \delta}$$

D'un autre côté, en désignant par K' le poids du tube lorsqu'il se trouve entièrement immergé, on a:

$$V = (G' - K') \frac{1 - \frac{\delta}{\Delta}}{D - \delta}$$

D'où:

$$m^2\, c = \tfrac{1}{2}\, (x' + x'' - G' - K') \frac{1 - \frac{\delta}{\Delta}}{D - \delta} \quad \ldots\ldots (12)$$

Si dans la seconde pesée, — après le retournement du tube, — l'immersion n'a pas atteint la division n, mais une autre division n', on trouve de même:

$$m^2\, c + \tfrac{1}{2}\, (V_{n'} - V_n) = \tfrac{1}{2}\, (x' + x'' - G' - K') \frac{1 - \frac{\delta}{\Delta}}{D - \delta} \quad \ldots (13)$$

Par cette formule on se trouve dispensé de la condition que l'immersion ait lieu exactement jusqu'au *même* point dans les pesées successives. Il suffit qu'on puisse calculer avec précision le volume intermédiaire $V_n' - V_n$; les mesures rapportées dans le tableau précédent montrent que le diamètre de chaque tube varie assez peu pour qu'on puisse exécuter ce calcul avec une approximation suffisante.

La formule (13) s'applique aussi au cas où le tube flotte dans le liquide, et où l'on observe les divisions n et n', auxquelles se fait l'affleurement avant et après le retournement.

Dans ce cas, x' et x'' sont tous deux $= 0$, et K' est négatif; on a donc:

$$m^2\, c = \tfrac{1}{2}(V_n - V_{n'}) - \tfrac{1}{2}\Big(G' - (-K')\Big)\frac{1 - \frac{\delta}{\Delta}}{D - \delta} \quad . \; . \quad (14)$$

$$= \tfrac{1}{2}(V_n - V_{n'}) + \tfrac{1}{2}\Big((-K') - G'\Big)\frac{1 - \frac{\delta}{\Delta}}{D - \delta}$$

Voici comment je procédais, en général, dans les observations. Un des bras d'une balance portait un fil à crochet, pour la suspension du tube, et une certaine tare destinée à faire équilibre à une petite capsule supportée par l'autre bras. On suspendait le tube dans le liquide, de manière à ce qu'il plongeât jusqu'à environ 1½ centim. au-dessus de son milieu, et on mettait dans la capsule les poids nécessaires pour rétablir l'équilibre de la balance. Après avoir observé la division qui affleurait, j'élevais d'environ 7½ mm. la balance et ce qu'elle supportait, et j'ajoutais dans la capsule autant de poids qu'il en fallait pour rendre l'horizontalité au fléau de la balance. Je notais alors de nouveau la division du tube qui correspondait avec la surface du liquide, etc. Après avoir fait 5 observations semblables, le tube était retourné, puis on accomplissait une nouvelle série de 5 observations, en procédant de la même manière et en amenant, autant que possible, les *mêmes* divisions à la surface du liquide. Les résultats fournis par la seconde ou par la première série de pesées

étaient ensuite ramenés exactement, à l'aide de l'interpolation, aux mêmes divisions qui avaient été notées dans la première ou la seconde série. La somme $x' + x''$ se trouvant alors déterminée, pour chaque tube, par la moyenne des 5 observations, on avait tous les éléments nécessaires pour le calcul des formules. Le tableau suivant fait connaître les résultats obtenus:

Eau. Temperature = 19 *à* 21°.

Tube.	circonférence	$m'^2 \rho$	err. moy.	m'^2	err. moy.	
No.	mm.	mm².	mm².	mm².	mm².	
1. LD	56,3	392,1	± 12,7	6,97	± 0,21	
2. KD	55,4	371,7	4,3	6,72	0,08	
3. ZB	24,5	104,7	1,8	4,28	0,08	pesé comme les autres tubes,
3. ZB	—	121,9	7,9	4,97	0,32	non flottant.
3. ZB	—	104,1	—	4,24	—	flottant, sans pesée, $\frac{1}{2}(V_n' - V_n) = 1997,4$ mm².
3. ZB	—	117,9	—	4,81	—	" " 1983,6 "
4. DA	21,1	114,2	1,8	5,41	0,09	
5. *d a*	15,1	79,3	2,6	5,23	0,09	

Genièvre D = 0,94106 *à la temp. de* 20°.

						Temp.
1		251,1	± 7,6	4,45	± 0,14	19°,2
2		293,2	11,5	5,24	0,21	19,6
3		78,6	2,1	3,41	0,09	19,8
4		85,8	2,3	4,07	0,11	21,1
4		85,7	1,5	4,06	0,07	19,5
5		51,3	0,4	3,39	0,03	21,3
5		57,6	1,0	3,80	0,07	19,7

On a donc pour les deux tubes aréométriques, en moyenne:

eau . . . . $m'^2 = 5,33$
genièvre . . . . $m^2 = 3,83$
$m'^2 - m^2 = 1,49.$

Pas plus que les observations relatives à l'ascension des liquides dans les tubes capillaires, celles qui concernent l'adhérence des liquides à l'extérieur des tubes ne fournissent des résultats parfaitement concordants. Cela est probablement la suite, dans un cas

comme dans l'autre, des différences que peut offrir l'état de la surface du verre. Il en résulte, par rapport aux aréomètres, qu'à la rigueur chacun de ces instruments devrait faire l'objet d'expériences spéciales, analogues à celles que nous venons de décrire. Il est clair, toutefois, qu'un pareil travail ne peut avoir d'utilité que s'il s'agit d'un aréomètre qui doit servir d'étalon.

La méthode que nous avons exposée, et qui consiste à peser un corps partiellement plongé dans un liquide, puis à le retourner, à l'immerger jusqu'au même point et à le peser de nouveau, cette méthode peut servir également, on le conçoit, à déterminer l'action capillaire des métaux par exemple. Seulement, il faudra avoir soin que des traits de division, ou d'autres inégalités que la surface du métal peut offrir, ne pénètrent pas dans la sphère de l'action capillaire, mais restent entièrement, soit au *dessous*, soit en *dehors* du liquide.

D'après ce qui précède, voici la marche à suivre pour construire, ou plutôt pour diviser l'échelle d'un aréomètre en le faisant flotter dans l'eau pure, avec des surcharges successives, et marquant chaque fois le point d'affleurement. Si la division doit offrir une grande précision, on déterminera préalablement, par expérience, la valeur de m'^2; dans le cas contraire, on se contentera de la valeur moyenne $m'^2 = 6$. On pèse, avec soin, l'aréomètre dans l'air, ce qui donne G'. On calcule la densité D de l'eau, pour la température observée, en prenant pour unité la densité de l'eau à 4°. On calcule D'', et ensuite, au moyen de la formule (7), et pour chaque division n qu'on veut obtenir expérimentalement, la valeur de x', c'est-à-dire le poids dont il faut charger l'aréomètre pour le faire descendre dans l'eau jusqu'à la division n désignée d'avance. Si ce poids est attaché à l'aréomètre de manière à se trouver immergé dans l'eau, il devra être augmenté en conséquence et pris égal à $x'\left(1 + \frac{1-\delta}{\Delta}\right)$.

La *correction* pour la *pression de l'air*, $-(1-D)\,\delta$, et celle pour la *dilatation du verre*, $+\alpha\,t$, sont comprises dans le calcul de D''. La corr. pour la *capillarité* est $+\frac{n}{100}\,c\,m'^2 = \pi\,d\,m'^2\,\frac{n}{100}$. Le terme $D'\,G'\,\frac{n}{100}$, légèrement modifié par $-(1-D'')\,G'$, constitue la partie essentielle de la valeur de x'.

Les lectures se font, comme on sait, en prenant le niveau de la surface de l'eau *en dessous*, à travers les parois du verre dans lequel flotte l'aréomètre.

L'échelle de l'aréomètre ayant été construite de cette manière, lorsqu'on voudra se servir de l'instrument pour trouver la densité D d'un liquide dans lequel on le met en suspension, il faudra recourir à la formule (10). Strictement parlant, on devrait encore commencer par déterminer expérimentalement la valeur particulière de m^2 pour l'aréomètre et le liquide qu'on a en vue. Comme valeur moyenne, on peut prendre $m^2 = 3$ pour les liquides spiritueux; la correction, pour l'aréomètre néerlandais, sera alors celle du tableau p. 364, à laquelle il faudra ajouter la corr. $-\alpha\,t\,\Delta$ pour la dilatation du verre.

Si dans la construction de l'échelle de l'aréomètre, on a *négligé* d'appliquer aux poids x' la *correction* pour la *capillarité*, il faut recourir, pour l'emploi de l'instrument, à la formule (11), ou aux valeurs moyennes du tableau p. 366, auxquelles il faudra encore faire la correction $-\alpha\,t\,\Delta$ pour la dilatation du verre.

SUR L'ORIGINE DES

STOMATES DE QUELQUES ESPÈCES D'ANEIMIA.

PAR

C. A. J. A. OUDEMANS.

Quand on examine l'épiderme des feuilles de certaines espèces d' *Aneimia*, p. e. de l' *Aneimia fraxinifolia*, on est frappé de deux particularités, dont cependant l'une me paraît beaucoup plus intéressante que l'autre. La dernière, moins étrange, consiste en ce que les cellules épidermiques contiennent des grains de chlorophylle (Planche XX, Fig. 1, 2, 3, c); mais, puisque ce phénomène a été rencontré aussi dans d'autres fougères et qu'il doit être rangé parmi les choses connues, il me semble superflu de m'y arrêter.

L'autre particularité, qui n'a pas encore été décrite, que je sache, et qui ne s'est jamais présentée à moi lorsque je me suis occupé de l'examen de l'épiderme d'autres plantes, consiste en ceci. Les stomates ne sont pas répandus parmi les cellules épidermiques, de manière que celles-ci les entourent de tous côtés, mais ils occupent le centre de ces cellules (Fig. 1, s), de sorte que chaque cellule épidermique forme un anneau fermé de toutes parts, au milieu duquel le stomate se laisse isoler au moyen de la solution de Schultz (Fig. 2).

Non content d'avoir observé ce fait tout-à-fait singulier, je me suis demandé quels moyens la nature pourrait avoir employés pour assurer aux stomates de notre *Aneimia* cette place toute

particulière, entièrement en désaccord avec celle que ces organes occupent d'ordinaire.

Quatre solutions se sont présentées à mon esprit. On peut les formuler en ces termes:

1. Les stomates sont originaires d'un nucléus, qui, après avoir occupé le centre des cellules épidermiques annuliformes, s'est transformé d'abord en cellule-mère, puis en deux cellules-filles, séparées par une fente.

2. Les stomates sont originaires d'une cellule parenchymateuse sous-épidermique, qui, pénétrant par le milieu de certaines cellules épidermiques, les a transformées en cellules annuliformes et s'est divisée en deux autres semilunaires.

3. Les stomates doivent être considérés comme provenant d'un poil, composé primitivement de deux cellules, l'une basilaire et l'autre apicale, et dont la dernière, tout en grandissant dans sa moitié inférieure, aura fini par détruire la cellule basilaire, en perforant la cellule épidermique du centre de laquelle le poil aurait pris naissance.

4. Les stomates ne sont que des cellules épidermiques, divisées comme de coutume en deux moitiés semilunaires par une cloison longitudinale. Leur position extraordinaire au centre de cellules épidermiques doit être expliquée par l'absorption des parois latérales qui, primitivement, divisaient les cellules annuliformes en plusieurs portions et maintenaient le rapport entre les circonférences externe et interne de l'anneau.

Il va sans dire que le principal moyen par lequel je pouvais être mis à même de décider laquelle de ces solutions présentait le plus de probabilité, consistait dans l'étude microscopique des différentes périodes d'évolution que les cellules épidermiques de notre *Aneimia* parcourent avant d'atteindre leur forme ultérieure et invariable. Cette étude, cependant, présente les plus grandes difficultés, à cause de l'extrême délicatesse des différentes parties dont les feuilles se composent. Aussi suis-je seulement parvenu à établir que les cellules, qui plus tard formeront les stomates, font saillie en dehors longtemps déjà avant leur séparation

en deux moitiés semilunaires (Fig. 9, 10, 11), et qu'elles se présentent sous forme de ballons reposant sur l'épiderme lui-même (Fig. 4, 5, 6, 7, 8 b). Cette observation, toutefois, nous force à reconnaître tout de suite, que les deux premières suppositions, énoncées plus haut, doivent être abandonnées; de sorte qu'il ne nous reste qu'à discuter les deux autres.

Quant à la 3e supposition, qui admet la probabilité que les stomates de notre *Aneimia* seraient les restes de poils, je dois avouer que je ne me souviens d'aucun fait qui plaide en sa faveur; tandis que pour la 4e, fondée sur l'absorption des parois cellulaires, on pourrait alléguer beaucoup d'observations analogues. Ajoutons, que nous avons eu la bonne fortune d'en constater presque la justesse, en observant un stomate (Fig. 3 s), occupant le milieu d'une cellule, laquelle, au lieu d'être continue et parfaitement annuliforme, laissait voir une de ses cloisons primitives (a), vraisemblablement échappée à la déliquescence par laquelle il est juste de dire que les autres ont été atteintes.

Ce qui donne encore plus de vraisemblance à notre dernière explication, c'est que dans d'autres espèces d' *Aneimia* et dans d'autres fougères en général, ces cloisons persistent toutes, de manière que les stomates, dans ces cas, sont entourés de toute une rangée de cellules épidermiques inaltérées.

J'aime à croire, que les considérations que je viens d'émettre, donneront à mes lecteurs, comme à moi-même, la conviction que la 4me supposition est la seule qui puisse donner une explication suffisante de l'étrange phénomène que je viens de décrire.

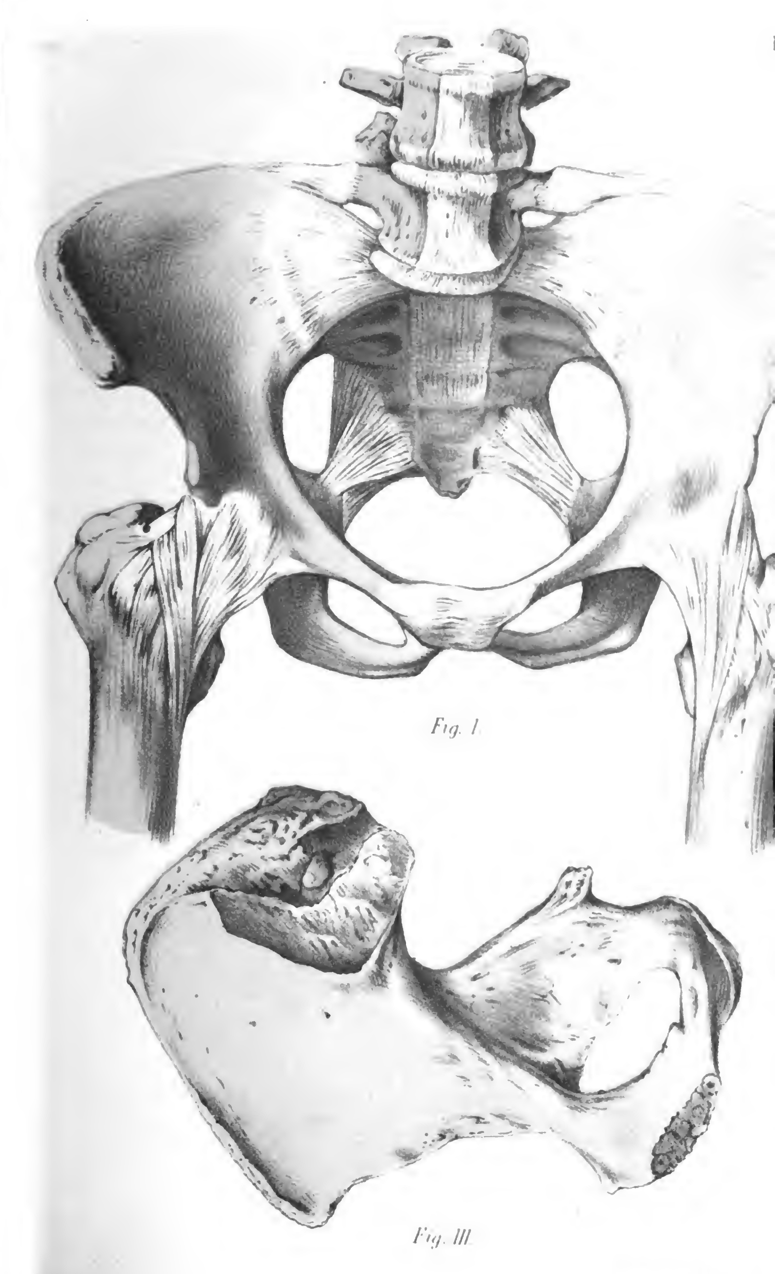


Fig. I.

Fig. III.

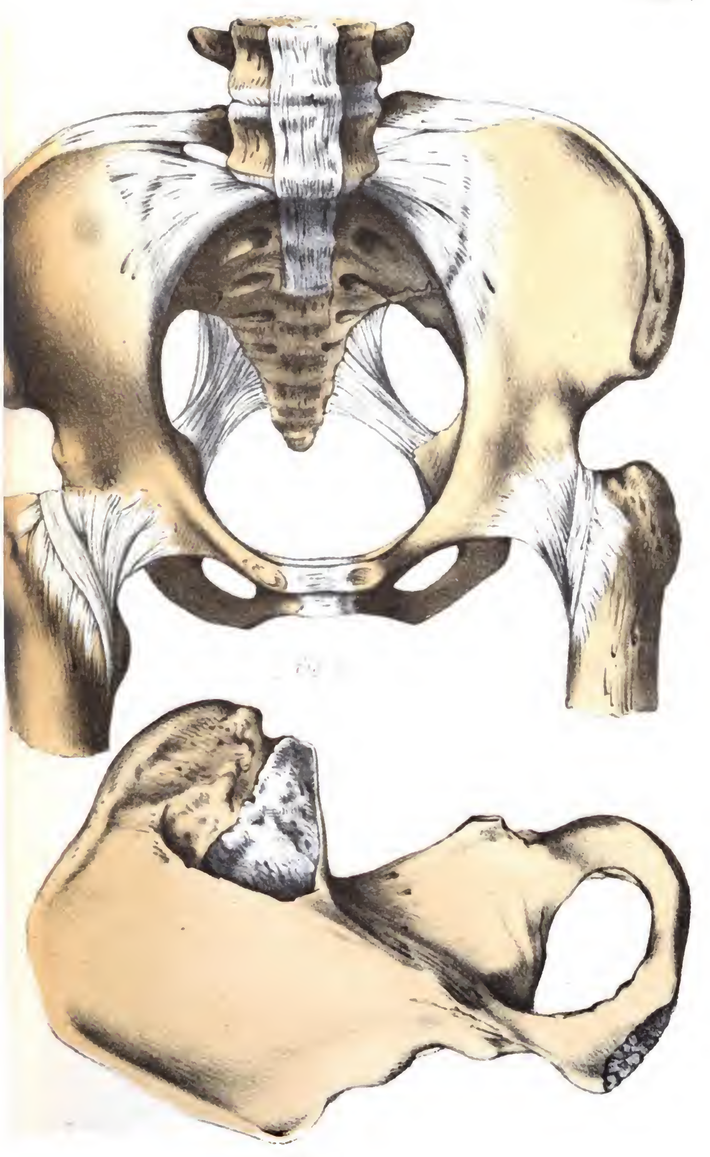
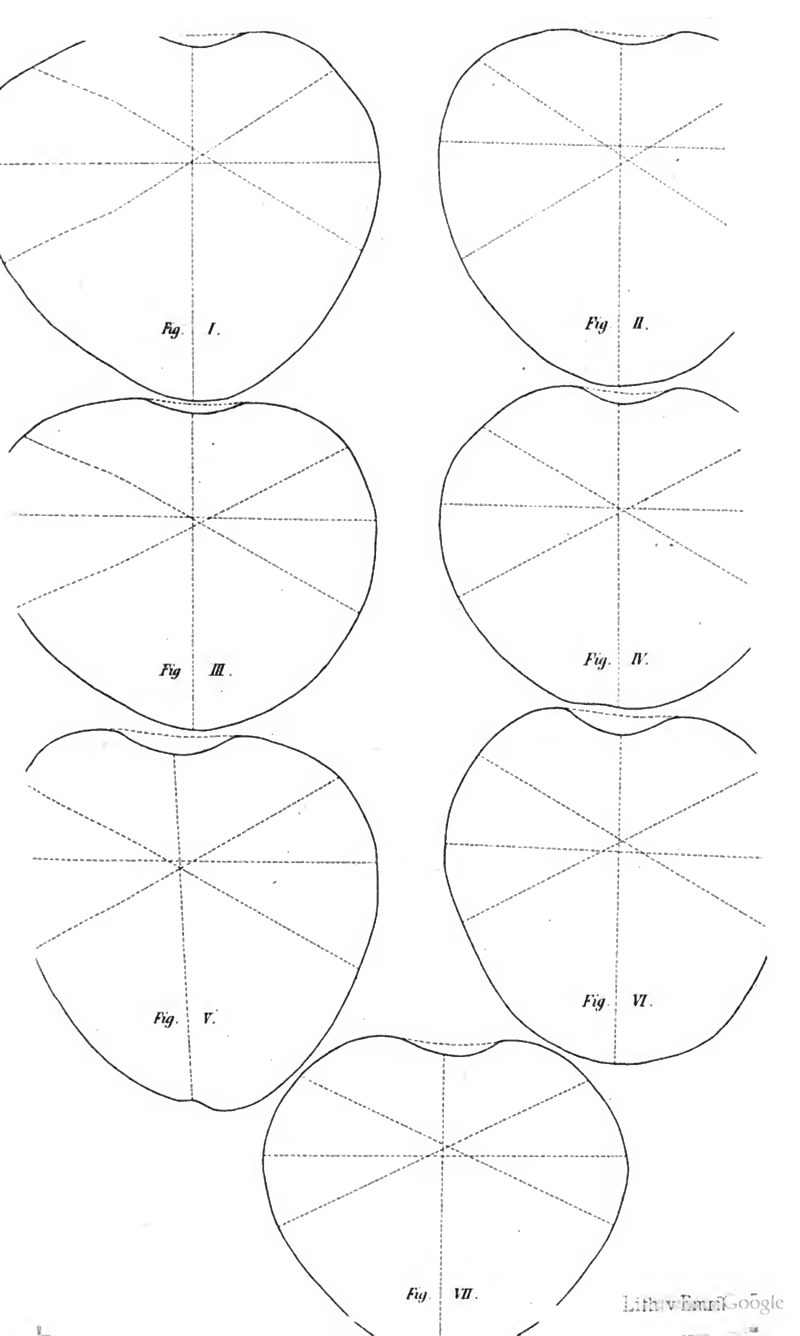
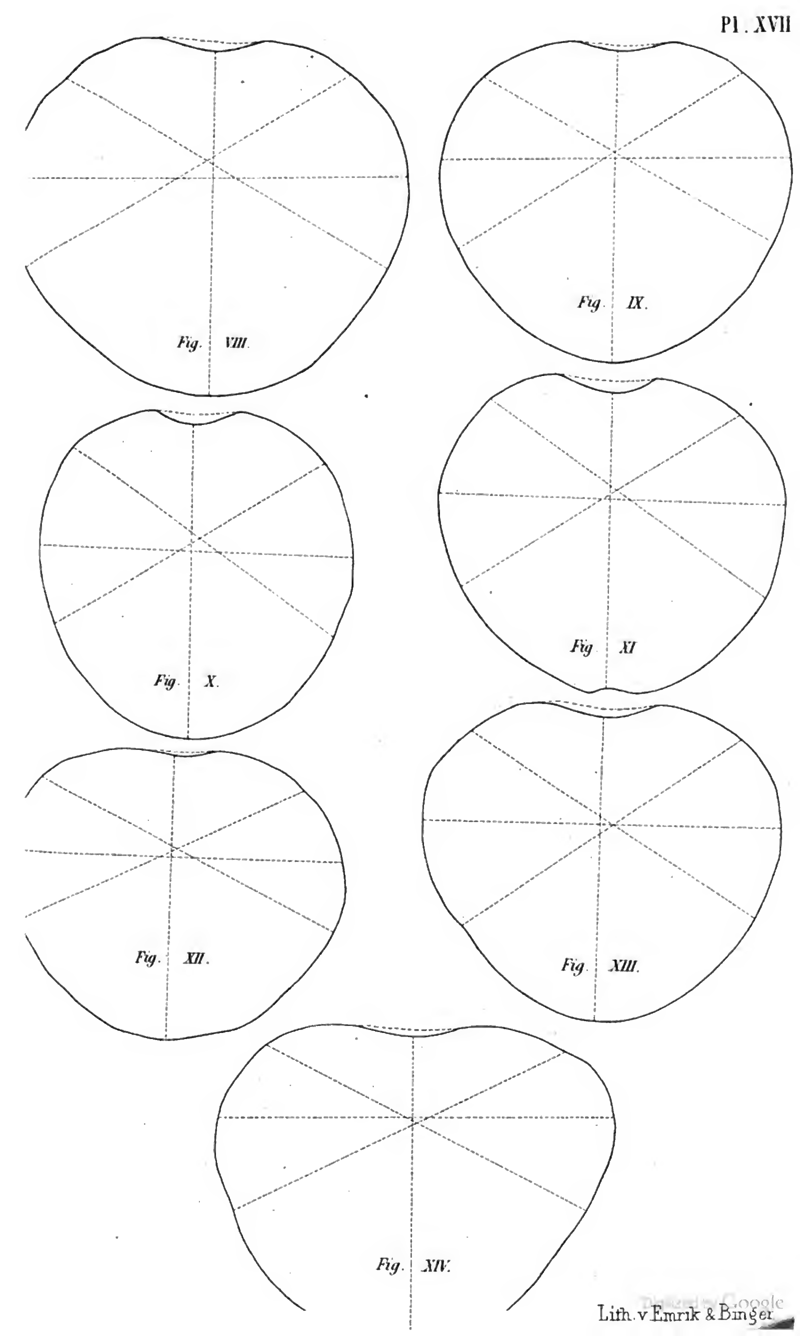
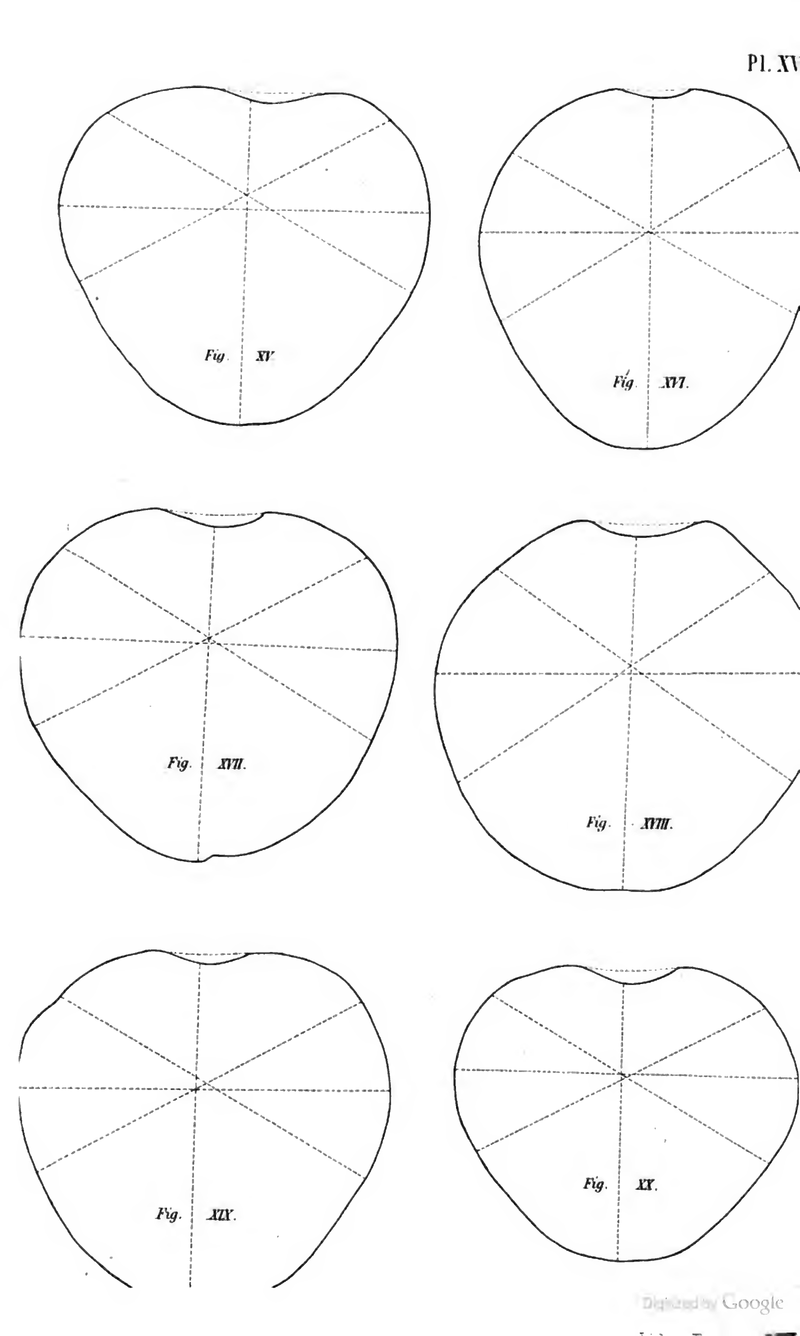
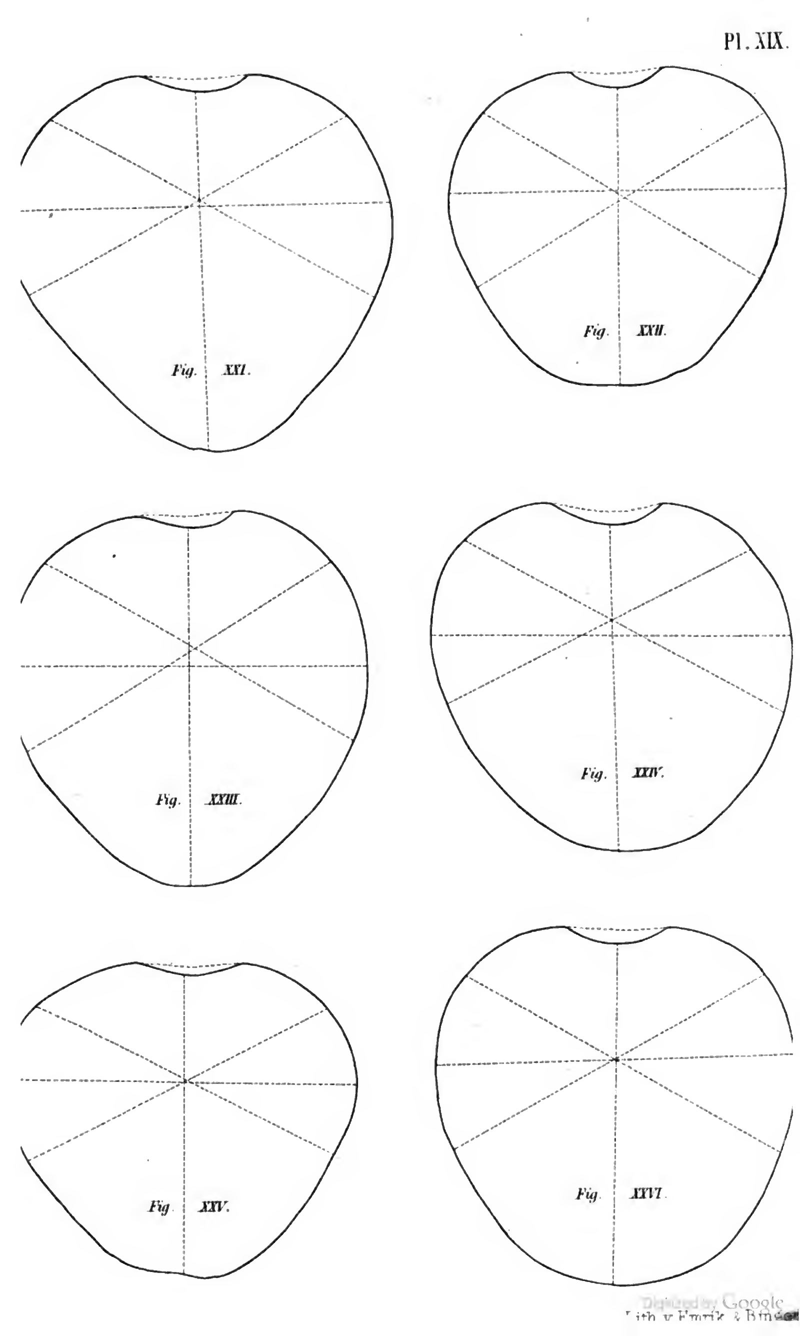


Fig. IV.

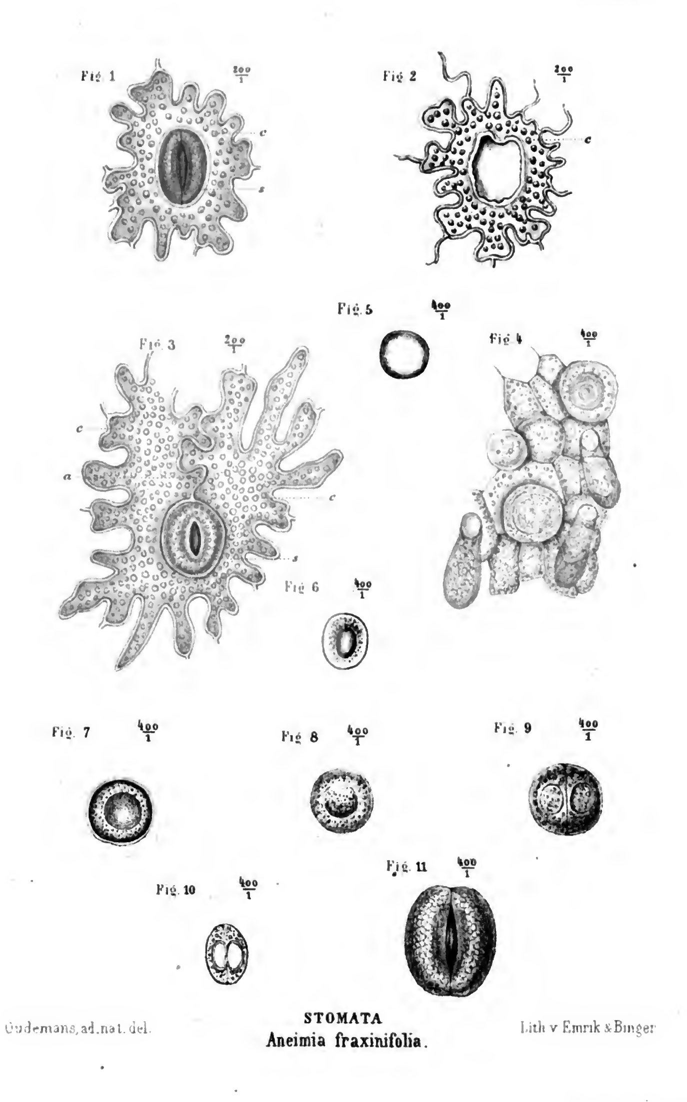

Fig. I.
Fig II.
Fig III.
Fig. IV.
Fig. V.
Fig. VI.
Fig. VII.
Lith. v. Emrik


Pl. XVII
Fig. VIII.
Fig. IX.
Fig. X.
Fig. XI
Fig. XII.
Fig. XIII.
Fig. XIV.
Lith. v Emrik & Binger


Fig. XV
Fig. XVI.
Fig. XVII.
Fig. XVIII.
Fig. XIX.
Fig. XX.



Lith. v. Emrik & Binger



Oudemans, ad.nat. del.

STOMATA
Aneimia fraxinifolia.

Lith v Emrik & Binger

ARCHIVES NÉERLANDAISES

DES

Sciences exactes et naturelles.

LA VISION BINOCULAIRE ET LA PERCEPTION DE LA TROISIÈME DIMENSION,

PAR

F. C. DONDERS.

Introduction. — En général, la vue d'un objet à l'aide d'un seul œil, et même à partir d'un point unique, suffit pour nous faire apprécier assez exactement les trois dimensions de cet objet, non seulement la hauteur et la largeur, mais aussi la profondeur ou la distance. Sous ce dernier rapport, nous ne risquons de nous tromper complétement que lorsque les choses ont été expressément disposées pour nous induire en erreur, par exemple lorsqu'on nous présente une projection perspective, tracée sur un plan, et donnant sur la rétine la même image que l'objet lui-même: il est clair que l'impression étant égale, la notion perçue le sera également.

Mais, si un objet ne s'offre à nous que par ses contours, un seul œil, regardant d'un seul point, nous laisse nécessairement en défaut. Prenons le cas le plus simple. Derrière une ouverture, et se projetant sur un fond uniforme, se trouvent deux points ou deux lignes dans l'espace. La question est de savoir laquelle de ces deux lignes ou lequel de ces deux points est le plus rapproché de l'œil. Si la différence de distance est faible, de sorte que le changement d'accommodation qu'elle requiert, ne puisse rien nous apprendre, nous chercherons en vain quelque indication qui nous guide. En regardant avec les deux yeux, au contraire, la différence de distance se manifestera immédiatement. C'est en cela que

consiste le pouvoir spécial de la vision binoculaire. Pour l'étudier, il faut donc faire choix précisément d'objets ne fournissant pas à la vision monoculaire les indications suffisantes. Tout ce qui va suivre a trait uniquement à des objets de cette nature.

L'avantage de la vision binoculaire existe seulement pour autant que la distance des objets ne soit pas trop grande par rapport à l'écartement des deux yeux entre eux. Ce n'est que dans ce cas, en effet, que la différence de distance donne lieu à une inégalité suffisante des images perspectives pour l'un et l'autre œil, et c'est de cette inégalité que naît la perception de la troisième dimension. Ce fut la reconnaissance de cette condition de la vision corporelle qui conduisit Wheatstone à la découverte du stéréoscope, dans lequel une figure plane présente à chacun des deux yeux une projection telle qu'il l'aurait reçue directement de l'objet même. Le mémoire que Wheatstone [1]) a consacré à ce sujet porte le double cachet des travaux classiques: il est original et approfondi. Ce mémoire contient réellement — sinon la détermination complète et achevée des conditions de la vision stéréoscopique — au moins le germe de tout ce qui a été développé dans de nombreux travaux postérieurs.

Dans le sujet qui nous occupe il est une question dont l'importance prime celle de toutes les autres. Sommes-nous en état de reconnaître une forme corporelle, en fixant invariablement un seul point, uniquement d'après les deux projections perspectives, ou bien le concours de certains mouvements est-il indispensable?

Si nous exécutons des mouvements, si nous dirigeons alternativement les yeux d'un point à un autre, la convergence se modifie d'après la distance des points fixés successivement, et en même temps les projections perspectives changent plus ou moins. On comprend facilement que la notion de la forme corporelle puisse en résulter.

Dans le cas, au contraire, où nous continuons à fixer un seul et même point, les mêmes projections peuvent être données par

---

[1]) *Philosophical Transactions for* 1838, P. II. p. 371.

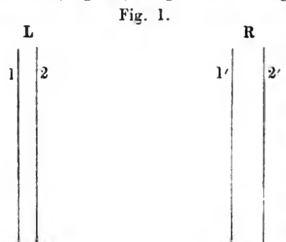
deux formes différentes, et il paraît impossible de distinguer à laquelle de ces deux formes on a affaire.

Prenons un exemple simple. Deux fils I et II sont tendus dans l'espace, l'un à côté de l'autre mais à des distances inégales de l'œil. Lorsqu'on fixe, des deux yeux, un point du fil I, le fil II apparaît sous forme d'image double, et, réciproquement, c'est le fil I qui se montre de cette manière quand on fixe le fil II. Les images doubles perçues dans ces deux cas peuvent être égales. Tout ce qu'elles nous apprennent alors, avec certitude, c'est que les fils ne sont pas situés dans le même horoptère. Mais comment en déduire lequel des deux fils est le plus rapproché, celui qui a été fixé ou bien l'autre? Pour décider à cet égard, il semble qu'une différence entre les images perspectives appartenant à l'un et à l'autre cas soit une conditio sine quâ non.

Sous un certain rapport, une pareille différence existe réellement. Les deux parties de l'image double sont croisées ou non suivant qu'on regarde le fil le plus éloigné ou le plus voisin: la ligne située à droite dans l'image double appartient à l'œil gauche dans le premier cas, à l'œil droit dans le second. Mais, pour que cette différence fournît quelque indice, il faudrait que l'impression visuelle directe résultant d'une image égale et semblable fût différente selon que l'image se forme sur l'une des rétines ou sur les points correspondants de l'autre. Or, rien de semblable n'a été constaté jusqu'à présent.

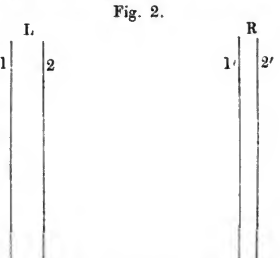
La même expérience peut se faire au moyen du stéréoscope. Qu'on fixe, respectivement avec l'œil droit et avec l'œil gauche, quelque point des lignes 1 et 1′ (fig. 1), alors 2 et 2′ seront vues, l'une à côté de l'autre, comme images doubles. Qu'on rapporte ensuite la distance des lignes L sur les lignes R, et réciproquement. On obtiendra ainsi la fig. 2, et en fixant de nouveau les mêmes points de 1 et 1′, qui sont restés invariablement à leur place, il se formera encore des

Fig. 1.



images doubles de 2 et 2′. Pour une certaine inclinaison ces images paraissent égales, de tout point, aux précédentes. La seule différence c'est que l'image de l'œil gauche a fait place à celle de l'œil droit, et vice versâ. Les images sont donc les mêmes; elles n'ont fait que permuter entre les deux yeux. — Et comment reconnaître cet échange?

Fig. 2.



Quand on passe d'un point de 1 et 1′ à un point de 2 et 2′, la convergence diminue dans la première expérience et augmente dans la seconde, et on conçoit que la vraie notion de la différence de distance puisse en résulter. Mais, en l'absence de tout changement de convergence, on ne voit plus quelle source d'indication pourrait rester.

La conclusion que j'avais tirée de ces faits était celle-ci: sans mouvements, il est possible de reconnaître que différents points ne sont pas placés à la même distance, mais impossible de décider lequel de ces points est le plus éloigné, lequel le plus rapproché.

Cette conclusion était en désaccord avec l'opinion de beaucoup de savants; mais, les faits connus jusqu'alors ne m'autorisaient pas à en suspecter la légitimité. Et pourtant — de nouvelles expériences m'ont appris que j'étais dans l'erreur. La vérité est: que la notion certaine et précise de la distance relative de lignes et de points peut être acquise, purement et simplement, à l'aide des deux projections perspectives, sans modification de la convergence, sans aucune des indications que la vision monoculaire peut également utiliser.

Mais, en admettant ce résultat, il est nécessaire de mettre en pleine lumière la difficulté qu'il suscite, soit pour l'écarter, si c'est possible, soit pour en accepter les conséquences.

Il faut rendre compte de la manière dont la notion exacte de distance peut résulter des deux seules projections, sans le secours d'aucun autre élément.

Deux hypothèses s'offrent à l'esprit: ou bien les impressions visuelles directes sont affectées de différences qui nous ont échappé jusqu'ici; ou bien, à égalité absolue de ces impressions, la notion résultante devient autre dès qu'un échange s'est opéré entre les impressions respectives des deux yeux.

L'énoncé de ce dilemme fera comprendra que la question présente peut-être plus d'importance pour la physiologie du cerveau que pour celle de l'œil. N'apporterait-elle pas un argument décisif dans le débat capital qui se poursuit relativement au mode, individuellement empirique ou non, d'origine de nos idées?

Dans les pages suivantes je me propose d'exposer succinctement l'ensemble du problème; je me placerai d'abord à mon ancien point de vue, non pour le justifier, mais pour bien faire ressortir la question qui reste à résoudre.

1. *Les deux rétines ont des points respectivement correspondants.* Ce sont des points qui, excités séparément, donnent des impressions pareilles, et qui, influencés simultanément, produisent une impression unique, non distincte des deux sensations particulières.

Les objets éloignés se voient au même point, sous la même forme et dans la même direction, soit qu'on les regarde avec un œil, ou avec l'autre, ou avec les deux yeux à la fois [1]). Il suit de là que les points dont les lignes de direction font avec les axes visuels des angles égaux et semblablement situés, sont des points correspondants.

Un prisme faible tenu devant un des yeux, l'angle réfringent étant tourné vers le haut ou vers le bas, nous montre les objets doubles, les deux images situées l'une au-dessus de l'autre, mais pareilles de forme, de grandeur et de direction [2]). Dans cette

---

[1]) Comp. Hasner: *Ueber das Binocularsehen.* p. 4. Prague. 1859.

[2]) A cela il y a une certaine restriction à faire, en ce sens que c'est seulement pour une direction déterminée des axes visuels, en rapport avec une position déterminée de la tête, que les méridiens de points correspondants sont complétement parallèles. En outre, la coïncidence de deux méridiens n'entraîne nullement la coïncidence parfaite d'autres méridiens faisant avec les premiers des angles égaux dans l'un et l'autre œil. (Recklinghausen, Volkmann). Or,

expérience la comparaison entre l'image de l'œil droit et celle de l'œil gauche est encore plus facile que dans l'expérience précédente.

Héring a proposé encore d'autres méthodes pour déterminer la position des points correspondants [1]) La première est celle qu'il nomme: *Méthode du transport apparent d'une image consécutive d'un œil dans l'autre.* Elle consiste dans la projection de l'image consécutive d'une certaine forme, obtenue avec l'œil *a*, sur une forme égale vue par l'autre œil *b*, *a* étant tenu fermé. Cette méthode ne nous apprend rien de plus que la fusion de deux images semblables dans le stéréoscope. La seconde méthode, celle de la *substitution réciproque de points identiques des rétines*, offre plus d'intérêt. Dans cette méthode on réunit en un tout symétrique, au moyen du stéréoscope, les deux moitiés égales d'une même image (par ex. celle d'un cercle pourvu de ses rayons) dont l'une appartient à la rétine de droite, l'autre à la rétine de gauche [2]).

Les points correspondants ont aussi été appelés *Deckstellen*, parce qu'ils se recouvrent approximativement quand on superpose, dans la direction convenable, les plans rétiniens idéaux des deux yeux.

Les déterminations précédentes de la situation des points correspondants ne sont applicables que dans le cas d'égalité entre les deux yeux [3]).

---

le doublement des images, au moyen d'un prisme faible, fournit une méthode excellente pour constater immédiatement — et, en même temps, pour mesurer la différence de direction des méridiens correspondants: l'angle se mesure en tournant le prisme autour d'un axe perpendiculaire au milieu de la base, jusqu'à ce que le parallélisme soit obtenu. Je me propose de donner une description complète de cette méthode et de l'appliquer également à la vision asymétrique, cas qui n'a pas encore donné lieu, pour autant que je sache, à des observations spéciales.

[1]) C'est dans l'Archiv für Anat. etc. 1864, p. 29 et suiv., qu'il a appliqué à ces méthodes les noms que nous rapportons ici.

[2]) Volkmann a déterminé d'après cette méthode la position relative des méridiens correspondants.

[3]) Lorsque les yeux ont une réfraction différente, les rétines diffèrent

2. *Les points correspondants ne sont pas, toutefois, identiques sous tous les rapports.* Jean Müller, à l'exemple de plusieurs de ses devanciers, les regardait comme tels. Il pensait qu'il est indifférent, en toute circonstance, que certains points d'un œil ou les points correspondants de l'autre soient affectés. Les observations, faites en premier lieu par Dufour, relativement à la lutte qui s'établit entre les deux yeux en cas de coloration différente de la lumière incidente, ne lui étaient pas inconnues; mais, avec raison, il n'y voyait pas une preuve contre l'identité absolue: en effet, si une certaine activité a déjà été éveillée dans les parties percevantes d'un des yeux, il est à prévoir que la lumière d'une autre longueur d'onde ne produira plus sur elles le même effet que sur celles de l'autre œil. D'ailleurs, dans la question qui nous occupe, c'est surtout de la sensation de lieu qu'il s'agit, sensation avec laquelle la lutte des couleurs n'a rien de commun [1]). La non-identité absolue

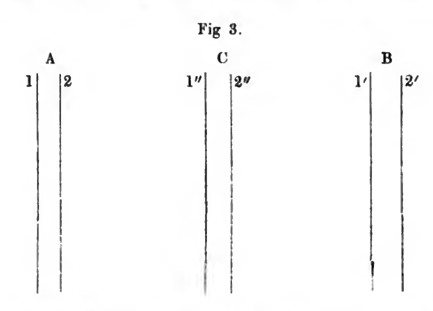
---

en étendue. Elles ne peuvent donc pas correspondre, point par point, quand on les superpose. De même les points dont les lignes de direction font avec les axes optiques des angles égaux et semblablement situés, ne correspondent plus, en général. En doublant les images, à l'aide d'un verre faiblement prismatique, on peut se convaincre, en dépit du défaut de netteté d'une des images, que celles-ci diffèrent de grandeur, et qu'en outre elles sont dissemblables de forme dans le cas d'astigmatisme irrégulier. Celui dont les yeux sont égaux n'a qu'à placer devant un œil une lentille, sphérique ou cylindrique (mieux encore, la lentille de Stokes) faible (par ex. de $\frac{1}{40}$, c'est-à-dire de 40″ de distance focale); il reconnaîtra alors sans peine la différence de grandeur et de forme des deux images obtenues au moyen du prisme. — Il reste encore ici un vaste champ de recherches, relativement aux yeux à réfraction inégale. Il faudra voir, d'abord, jusqu'à quel point il y a compensation entre le système dioptrique et la rétine (surtout entre la distance du point nodal et l'étendue de la rétine). On devra examiner, ensuite, la manière dont des yeux inégaux concourent dans la vision stéréoscopique, ainsi que le défaut de congruence dépendant d'une extension inégale. Enfin, il y aura à rechercher dans quelle mesure l'habitude fait disparaître l'influence des inégalités existantes.

[1]) Je me permettrai de consigner ici, en passant, quelques observations relatives à la lutte des couleurs. J'ai trouvé: 1°. que la couleur mixte est d'autant plus facile à obtenir et d'autant plus durable, que les surfaces sont plus petites et qu'on met plus de soin à fixer invariablement le même point; 2°. que la lutte persiste dans les images consécutives complémentaires; 3°. qu'après

ne se dévoile que dans la circonstance que deux impressions, agissant sur des points à peu près correspondants, exercent une action perturbatrice l'une sur l'autre quand elles n'appartiennent pas au même œil, tandis qu'elles subsistent sans altération l'une à côté de l'autre sur une même rétine. C'est ainsi que toutes les parties d'un réseau se voient distinctement avec un seul œil; mais si, au moyen du stéréoscope, on partage entre les deux yeux les lignes qui le constituent, on trouve que les unes et les autres manquent alternativement en différents points du champ visuel. Il est surtout remarquable de voir comment deux figures dissemblables A et B (fig. 3) se fondent en une troisième C. Si,

Fig 3.



dans le stéréoscope, on fixe les lignes 1 et 1', respectivement avec l'œil gauche et avec l'œil droit, les lignes 2 et 2' ne tombent pas sur des points correspondants, et pourtant elles se réunissent dans la ligne 2'' du couple C, couple dans lequel l'intervalle des deux lignes est moyen entre ceux des couples A

avoir été soumis, en des points correspondants, à l'action simultanée de lumières différentes, les deux yeux, par projection sur une surface blanche, perçoivent chacun, sans altération, l'image consécutive sous la couleur complémentaire (d'où il semble résulter qu'il faut chercher dans la rétine, et non dans le centre nerveux, la cause qui émousse la sensibilité pour une couleur déterminée); 4°. que dans l'éclairage au moyen d'une seule et forte étincelle d'induction on perçoit immédiatement la couleur mixte, sans aucune espèce de lutte, tandis que celle-ci s'établit, au contraire, lorsque les étincelles se succèdent avec une certaine rapidité.

et B. De même, 1 et 1′ se combinent en 1″ lorsqu'on fixe 2 et 2′. Si, au contraire, les images de A et de B se forment sur une même rétine, en se superposant comme l'indique la fig. 4, 2 et 2′ ne se réuniront jamais en une seule ligne, mais l'image se montrera invariablement semblable à la fig. 4. Le résultat est le même avec deux cercles de diamètres différents : lorsque ces cercles se peignent chacun sur une des rétines, ils se fondent en un seul cercle de grandeur moyenne ; ils sont vus, au contraire, comme deux cercles distincts et inégaux, quand leurs images sont reçues sur une seule et même rétine.

Fig. 4.

1 2 2′

C'est en se basant sur ces faits que Wheatstone rejeta l'identité absolue des points correspondants. Bien qu'il n'y eût guère d'objections à faire, Brucke essaya encore de sauver l'identité, en attribuant la fusion des deux images, dans les expériences citées, à des mouvements rapides et involontaires. Déjà cette explication ne pouvait s'appliquer à la fusion de deux cercles inégaux, qu'en faisant intervenir une hypothèse plus que hasardée ; mais les figures plus composées de Panum, et surtout le fait que la fusion des figures simples, telles que fig. 1, s'opère même à la lumière de l'étincelle électrique (Panum et Karsten), vinrent ensuite justifier complétement les vues de Wheatstone. En répétant cette dernière expérience, j'ai eu soin, pour lui donner toute sa force démonstrative, que mes yeux fussent dirigés sur des points correspondants au moment où l'étincelle éclatait. On y parvient facilement en pratiquant sur des points correspondants des figures destinées à l'un et l'autre œil, une ou deux paires de petits trous. En dirigeant le stéréoscope vers une surface de couleur grise, on voit ces trous assez distinctement pour qu'on puisse les faire coïncider avant l'instant où le passage de l'étincelle d'induction rendra les lignes visibles.

3. *Il est donc démontré que deux impressions, appartenant à des points à peu près correspondants des deux rétines, se fondent en une impression unique.* Quant au degré d'écartement ou d'inclinaison qui détermine la limite où la combinaison cesse de se faire,

c'est surtout Volkmann qui s'en est occupé [1]). Qu'il nous suffise de dire qu'on rencontre à cet égard de grandes différences individuelles (Panum et surtout Karsten vont beaucoup plus loin, sous ce rapport, que Hering et que moi-même), et qu'on arrive par l'exercice à distinguer encore des images doubles qu'on avait confondues d'abord. Je puis ajouter que la déviation des images, compatible avec leur fusion, est moindre dans le sens vertical que dans le sens horizontal. C'est pour cela qu'un cercle se confond plus facilement avec une ellipse dont le petit axe vertical est égal au diamètre du cercle, qu'avec un autre cercle qui dépasse le premier dans tous les sens. — Hering ayant manifesté quelques doutes à ce sujet, et ayant pensé qu'un changement de convergence pouvait être en jeu dans le cas de déviation horizontale, il lui sera sans doute agréable d'apprendre que, même avec un éclairage instantané, la fusion s'opère plus facilement lorsque l'écart est horizontal que lorsqu'il est vertical.

L'expérience suivante fournit une nouvelle preuve de la réalité de la fusion des images. On prend deux couples de lignes semblables à ceux de la fig. 1, mais de couleurs différentes, par ex. rouge et verte; les lignes du premier couple sont éloignées l'une de l'autre de 3 mm., celles du second de $3\frac{1}{2}$ mm. En fixant directement 1 et 1′ de manière à les faire coïncider, l'image de 2 vient se placer entièrement à côté des points correspondants de celle de 2′. Malgré ce défaut de correspondance, les couleurs se combinent tout aussi bien que dans les images de 1 et 1′: les deux lignes se voient avec une teinte blanc-

---

[1]) La question n'est pas aussi simple qu'elle le paraît au premier abord. Il y faut prendre en considération, non seulement la différence des distances auxquelles les lignes 2 et 2′ se trouvent, respectivement, de 1 et 1′ (fig. 1), mais aussi l'écartement mutuel absolu, ainsi que la distance à laquelle on regarde la figure. Des couples de lignes qui, vus à une certaine distance de l'œil et à axes croisés, se fondent facilement, restent tout à fait distincts dans le stéréoscope, où la figure entière se présente sous un plus grand angle visuel. En tout cas, les limites auxquelles la fusion devient possible doivent être rapportées aux images rétiniennes, et non aux figures elles-mêmes. Comp. Abbott, *Sight and touch*, Londres, 1864. p. 117.

grisâtre, sans aucune lutte de couleurs. Il est indispensable, pour réussir, de fixer d'une manière bien soutenue: dès que les axes optiques dévient, les deux couleurs apparaissent sur-le-champ [1]).

4. *La fusion se fait en vertu de la suppression mutuelle des impressions simples.*

Panum se borne à la formule: qu'à chaque point d'une des rétines correspond un petit cercle (ou ellipse couchée) de l'autre rétine. Réciproquement, chaque point dans ce cercle (ou dans cette ellipse) devrait avoir, alors, son cercle (ou ellipse) correspondant sur la première rétine. Il est assez difficile de se représenter les choses se passant de cette manière. On comprend, du reste, que par cette interprétation défectueuse des faits, Panum n'a pas entendu les expliquer théoriquement. On approche, peut-être, un peu plus de la nature fondamentale du phénomène en se figurant: que les effets des deux impressions se neutralisent mutuellement dans l'organe de perception, en donnant naissance à une troisième image qui diffère de ses composantes, comme un composé chimique diffère de ses éléments.

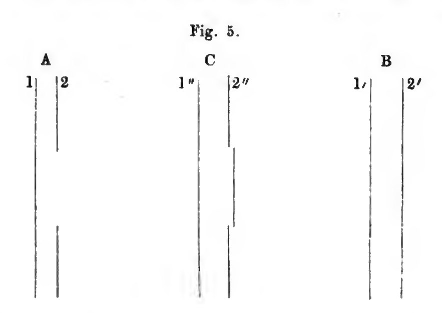
Cette suppression mutuelle peut être mise en évidence de plusieurs manières. *a.* Quand on prend la différence des distances en A et B trop forte (comme dans la fig. 1), il s'établit, en fixant 1 et 1′, une lutte dans laquelle 2 et 2′ disparaissent alternativement, et cette lutte devient d'autant plus vive que la différence des distances présente un excès moindre. *b.* Si la différence de A et B devient assez faible pour que la fusion puisse se faire, celle-ci s'observe dès l'instant qu'on se met à fixer la figure, même à la lumière de l'étincelle électrique (à condition

---

[1]) Je noterai ici, en passant, que l'action de fixer ne présente pour moi aucune difficulté. Dans des circonstances favorables je puis maintenir, pendant nombre de minutes, mon regard dirigé invariablement sur le même point, sans avoir besoin de cligner une seule fois. Ceci n'est pas sans importance pour les expériences dont il s'agit, les yeux, en clignant, changeant toujours plus ou moins leur direction.

qu'on ait pris les précautions recommandées plus haut pour fixer exactement); mais si l'observation se prolonge, il vient un moment où les images doubles se montrent subitement, pour disparaître de nouveau alternativement, — quelquefois aussi pour disparaître simultanément, auquel cas l'image composée, bien caractérisée, reparaît tout à coup. *c.* L'expérience devient surtout concluante en opérant sur des lignes rouges et vertes: on voit alors la ligne non fixée tantôt apparaître, par fusion de 2 et 2', comme une ligne blanche, tantôt se dédoubler en une ligne rouge et une ligne verte [1]). *d.* Sur toute l'étendue où les lignes de A et B (fig. 5.) existent à la fois, elles donnent lieu, par combi-

Fig. 5.

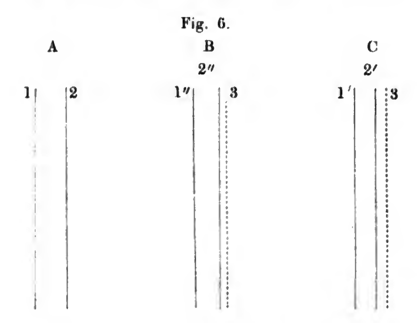


naison, aux deux lignes C; mais vers le milieu, où une partie de A manque, 2'' paraît plus éloignée de 1'' que la ligne mixte, et interrompue subitement aux points où la fusion commence [2]). *e.* Si l'on fixe les lignes 1 et 1' de la fig 6, les deux lignes noires, égales, 2 et 2' se fondent en une ligne unique C 2'', tandis qu'une ligne rouge 3 (représentée ici par une ligne pointillée) demeure visible à droite de C 2''. Or, cette ligne rouge

[1]) Il est très commode d'avoir une petite plaque stéréoscopique disposée de telle sorte qu'on puisse, par le déplacement d'une des lignes, modifier à volonté l'écartement des deux lignes qui forment l'un des couples.

[2]) Il faut avoir soin, dans cette expérience, de donner à la plaque l'inclinaison nécessaire pour que toutes les lignes se montrent parallèles.

Fig. 6.



(pointillée) 3 est située à la même distance de 1′ que 2 de 1: les images de 2 et 3 tombent donc sur des points correspondants, quand on fixe 1 et 1′. Et, malgré cela, on ne les voit pas superposées. Voici l'explication de ce phénomène: la ligne 2, se trouvant neutralisée par 2′, perd tout pouvoir à l'égard de la ligne 3, qui peut, par suite, conserver une certaine indépendance [1]). Elle perd cette indépendance dès que, par la suppression de 2′, la ligne 2 cesse, en quelque sorte, d'être distraite de sa place: la ligne 3 vient alors à coïncider avec 2, et le ton clair de la couleur rouge fait place à une teinte foncée. Le phénomène est tout aussi frappant avec un éclairage instantané.

5. *L'impression visuelle directe, résultant de la fusion de deux impressions produites sur des points non correspondants, paraît être la même, que l'image droite soit vue avec l'œil droit et l'image gauche avec l'œil gauche, ou vice versâ.* Que l'on fixe dans la

---

[1]) Wheatstone et, après lui, Nagel et Wundt avaient déduit de certaines expériences, que des impressions, appartenant à des points correspondants des deux rétines, peuvent être perçues à côté l'une de l'autre. Hering a soumis ces expériences à une analyse sévère et a combattu la conclusion qu'on en avait tirée. L'expérience que je viens de faire connaître pourrait facilement conduire à la même interprétation. Mais il est plus exact de dire: que, dans la lutte des champs visuels, l'image est déplacée dans l'un des yeux, tandis que les points correspondants de l'autre œil conservent leur activité propre.

Fig. 7.

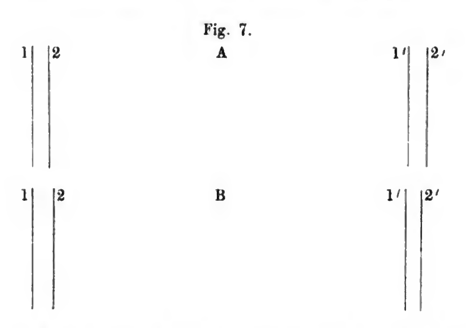


fig. 7, soit A 1 et 1′, soit B 1 et 1′, dans les deux cas 2 et 2′ se confondront. En A la ligne 2′, vue par l'œil gauche, est plus éloignée de 1′, que la ligne 2, vue par l'œil droit, ne l'est de 1; en B c'est l'opposé [1]). Pourtant, en fixant fortement 1 1′, on ne remarque aucune différence entre les résultats de la fusion de 2 2′, soit en A, soit en B; *on n'en remarque pas davantage quand on alterne rapidement entre* A *et* B. Ce que les lignes de notre figure donnent par leur réunion est à peu près l'équivalent de ce que fournissent des fils vus dans l'espace [2]). Lorsqu'on fixe un fil, un second fil, tendu soit très peu en avant, soit très peu en arrière, se voit par images doubles fondues en une seule, sans différence appréciable entre l'un et l'autre cas.

L'image qui naît du concours de points non correspondants se distingue de l'autre par un certain éclat, dépendant de la lutte. Il n'y a donc pas lieu d'être surpris qu'elle éveille l'idée d'une différence, savoir d'une différence d'éloignement. Mais pourra-t-on décider en même temps s'il y a éloignement plus grand ou plus faible? A priori, cela paraît inadmissible, puisque l'impression visuelle directe est la même dans les deux cas.

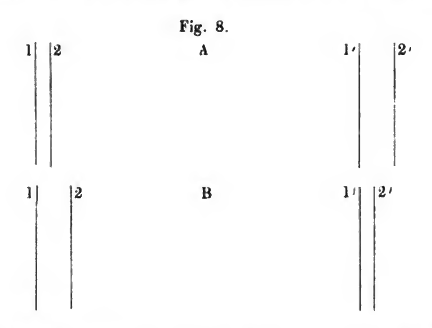
---

[1]) Je suppose que la figure soit vue à axes croisés.

[2]) Il y a pourtant une certaine différence, consistant dans l'imperfection de l'accommodation pour le fil qui est situé à une autre distance que le fil fixé, imperfection inséparable de la vision au moyen du stéréoscope, mais ne troublant pas le résultat, comme on sait.

6. *Les images doubles dont la position n'est plus suffisamment correspondante pour qu'elles se confondent, sont également semblables entre elles, de sorte qu'on est hors d'état de distinguer laquelle des deux appartient à l'œil droit, laquelle à l'œil gauche.*

Fig. 8.



Qu'on fasse l'expérience avec la fig. 8, qui ne diffère de la précédente que par une plus grande distance entre les lignes A 1′ et 2′, B 1 et 2. En fixant A 1 1′ les lignes 2 2′ sont vues comme images équilatérales, et au contraire comme images croisées en fixant B 1 1′. Mais on ne découvre rien qui différencie ces deux cas, même quand on passe, par une alternative rapide, de l'un à l'autre [1]).

Lorsqu'il fixe convenablement, l'observateur ne rapporte pas les images doubles à une même ligne. Si, pourtant, cela arrive, la perception qui se développe est celle d'une ligne située en dehors du plan de fixation. Mais comment les images doubles, considérées comme telles, résoudront-elles le dilemme du plus ou du moins d'éloignement?

Ici encore on n'aperçoit, à priori, aucune issue.

---

[1]) A cette expérience correspond, de nouveau, celle où l'on fixe un fil dans l'espace, tandis qu'un second fil se trouve tendu assez loin, soit en arrière soit en avant, pour donner lieu à des images doubles ne pouvant pas se confondre. Ici encore, on n'a conscience d'aucune différence d'impression visuelle dans l'un et l'autre cas.

7. *En général, nous ne distinguons pas non plus par quel œil nous recevons une impression visuelle.*

Même à l'égard de mouches volantes qu'on a vues, sans variation, pendant nombre d'années, on a besoin de couvrir un œil pour s'assurer auquel des deux yeux elles appartiennent. Parmi les expériences nombreuses qui démontrent la proposition, nous ne citerons que la suivante. Lorsqu'on place un prisme faible (par ex. de 4°), la base en haut, devant un des yeux, et un prisme semblable, la base en bas, devant l'autre [1]), des objets de peu d'étendue, tels que des gravures fixées au mur, se montrent doubles, une des images située au dessus de l'autre. Mais, quel que soit l'objet, et quelles que soient les conditions dans lesquelles l'expérience a lieu, on n'est pas en état de décider avec quel œil est vue l'image supérieure, avec quel œil l'image inférieure [2]).

8. *Les faits qui précèdent conduisent à la conclusion, qu'en fixant invariablement un même point, il doit être impossible de distinguer si un autre point est plus éloigné ou bien plus rapproché que le premier.*

De nombreuses expériences plaident d'ailleurs en faveur de cette conclusion. On sait, par exemple, qu'en fixant invariablement, dans le stéréoscope, un même point d'une figure, composée uniquement de lignes et de points, la perception du relief se fait

---

[1]) Il faut suivre l'indication de point en point. En n'employant qu'un seul prisme, plus fort, les images sont moins égales et il n'y en aussi qu'une seule qui se trouve déplacée: l'expérience est alors moins irréprochable. Quand la base du prisme est tournée en dedans ou en dehors, les images doubles montrent plus de tendance à se réunir.

[2]) D'après Meissner (*Bericht über die Fortschritte der Physiologie* im Jahre 1860, p. 577) Rogers (*American Journal of Science and Arts*, 1860, p. 404) a fait connaître un grand nombre d'expériences à l'appui de la proposition: „que lorsqu'on ne présente une image qu'à un seul œil, et qu'aucune circonstance accessoire n'aide à juger quel est l'œil impressionné, on ne connaît ni l'œil qui est affecté ni même que l'impression doit être rapportée à un seul œil.." Meissner ne rapporte qu'une de ces expériences, qui n'est pas des plus heureuses. Voyez aussi Abboth, l. c. p. 78.

parfois attendre longtemps, et que le moment où elle prend naissance est signalé par un mouvement, qui paraît devoir être regardé plutôt comme cause que comme effet. En tenant le regard bien dirigé sur un seul point, Tourtual [1]) vit aussi un cube, construit avec des fils, tout à fait plat, et dans d'autres cas le relief sembla même se renverser. Avec des fils tendus dans l'espace, je parviens, habituellement, à fixer pendant quelque temps un même point, sans me rendre compte si un second fil, vu au moyen d'images doubles distinctes ou confondues, est situé en avant ou bien en arrière du point fixé. En fixant alternativement les lignes A 1 1′ et B 1 1′ de la fig. 7, on ne reconnaît pas non plus immédiatement l'opposition entre les différences de distance représentées par A 2 2′ et B 2 2′. Enfin, la fusion de points séparés dans le sens *vertical*, nous apprend que cette fusion visuelle est une propriété générale de l'appareil nerveux, et qu'elle se montre aussi dans des cas où elle n'a aucun rapport à la notion de distance ou de profondeur.

9. *Le changement de convergence nécessaire pour fixer, des deux yeux, d'abord un point puis un autre, nous fait acquérir la notion de leur distance relative. Le sentiment de la convergence nous fait même juger assez exactement de la distance absolue.*

L'influence des mouvements sur l'appréciation d'objets à trois dimensions n'avait pas échappé à Wheatstone [2]). Mais son but

---

[1]) *Die Dimension der Tiefe im freien Sehen und im stereoscopischen Bilde*, Münster, 1842.

[2]) „On peut supposer", dit-il l. c. p. 392, „que nous ne voyons distinctement, à un moment donné, qu'un seul point du champ de vue, celui vers lequel les axes optiques sont dirigés, tandis que tous les autres points sont vus si indistinctement, que l'esprit ne reconnaît pas s'ils sont simples ou doubles; l'appréciation d'une figure se fait en dirigeant successivement le point de convergence des axes optiques sur un nombre de points suffisant pour nous mettre en état de juger convenablement de la forme." Et plus loin: „La perception de l'objet n'est pas la conséquence d'un seul coup-d'œil, durant lequel on n'a pu en voir distinctement qu'une faible partie; elle résulte d'une comparaison de toutes les images vues successivement, pendant que les yeux se portaient d'un point de l'objet à l'autre. Tout cela," continue-t-il, „est *vrai*

étant seulement de faire ressortir que, même en fixant invariablement un seul point, l'esprit porte un jugement sur la distance d'autres points, et de montrer les relations de ce fait avec son observation que des images binoculaires peuvent se fondre en une impression unique, bien qu'elles ne tombent par sur des points exactement correspondants, — il n'avait pas à s'occuper spécialement, dans son mémoire, de l'influence des mouvements des yeux. Ce fut donc à bon droit, que Brücke [1]) reprit la question et insista sur la signification du *changement* de convergence, que Wheatstone n'avait pas mentionné. Tourtual [2]), Brewster [3]) et Prévots [4]) ne tardèrent pas à le suivre dans cette voie.

L'influence du changement de convergence se démontre facilement [5]). Si l'on place un prisme faible, la base en dehors, devant un œil, on fait converger davantage les axes optiques, pour continuer à voir les objets simples; en même temps ceux-ci paraissent plus petits, parce qu'on se les représente à une moindre distance. Rollett obtint le même résultat avec des lames de verre à faces planes, parallèles [6]). L'effet des figures stéréoscopiques mobiles de Halske est aussi très frappant; à l'aide de ces figures on peut même forcer les yeux à diverger. Becker et Rollett [7]) ont encore montré expérimentalement que la règle générale reste vraie même en cas de divergence. Enfin, Wundt [8])

---

jusqu'à un certain point, mais, si cela était vrai d'une manière absolue, aucun relief ne pourrait apparaître quand les yeux restent attachés fortement à un même point d'une image binoculaire dans le stéréoscope." Or, c'est ce dernier point qu'il cherche surtout à prouver.

[1]) *Archiv. für Anat. u Physiologie*, 1841, p. 461—468.

[2]) l. c.

[3]) *Transactions of the Royal Society of Edinburgh*, 1849, p. 349.

[4]) *Essai sur la théorie de la vision binoculaire*, Genève 1842.

[5]) Comp. Meyer, *Archiv f. phys. Heilk.* T. I, p. 316, 1842; et Poggendorff's *Annalen*, T. 85, p. 198.

[6]) *Wiener Sitzungsberichte*, T. XLII, p. 488, 1861.

[7]) Ibid. T. XLIII, p. 667, 1861.

[8]) *Zeitschrift f. rationelle Medizin*, 3e série, T. XII, p. 157.

a fait voir que de très faibles changements de convergence sont déjà appréciés.

Ce qui précède concerne le jugement porté sur la distance relative, qui nous suffit en général quand il s'agit de prendre connaissance d'un objet. Mais, en réalité, le sentiment de la convergence fournit aussi une notion assez précise de la distance absolue. Si l'on fait mouvoir, par convergence, les figures d'une tapisserie les unes à l'égard des autres, jusqu'à ce que des figures semblables se retrouvent en coïncidence, la paroi paraît plus rapprochée, et, — dans la même proportion, — plus petite (Brewster). A la rigueur, elle peut se rapprocher jusqu'au point de convergence. On s'assure encore mieux de la vérité de notre assertion, en réunissant par convergence, de préférence sur un fond uniforme, les images de deux objets assez petits, par exemple de deux bougies placées à une certaine distance l'une de l'autre. Il arrive bientôt un moment où l'on croit voir, à proximité, une bougie unique. La distance du point de convergence est, alors appréciée exactement; car une petite tige portée rapidement au point que la bougie semble occuper, se voit simple. Il est vrai qu'on a besoin d'un peu de temps avant de réussir à faire abstraction complète de tout ce qui pouvait suggérer l'idée d'une distance plus grande: aussi, dans les premiers essais, porte-t-on ordinairement la petite tige trop loin, et la voit-on en images doubles équilatérales. Mais, finalement, la représentation idéale devient, au moins pour moi, parfaitement exacte, et, qui plus est, je sens alors qu'elle est exacte: je sais qu'elle obéit entièrement à la convergence. Si dans les expériences de Wundt, qui se bornait à diriger ses regards dans l'espace vide, sans aucun point de repère, le jugement relatif à la convergence laissa beaucoup à désirer, il n'y a guère lieu de s'en étonner: le défaut de fixité dans la direction visuelle suffit à en rendre compte. — On peut encore se convaincre de l'influence de la convergence sur l'idée de distance absolue, en se servant de prismes. Qu'on place devant les yeux, préalablement fermés, deux prismes de 5 à 10°, ajustés, la base en dehors, dans une monture de besicles;

qu'on tienne une petite tige à peu de distance en avant des yeux; qu'ayant rouvert les yeux on fixe la tige pendant un instant, puis qu'on cherche à l'atteindre avec le doigt porté vivement en travers; la main passera chaque fois entre la tige et l'œil. C'est l'inverse qu'on observe lorsque les bases des prismes sont tournées en dedans, — auquel cas la tige doit être tenue un peu plus près de l'œil [1]).

---

[1]) Hering paraît être incapable de conclure ainsi de la convergence à la distance, et il est probable que cette inaptitude individuelle entre pour beaucoup dans la vivacité qu'il met à combattre la projection selon les lignes visuelles. Tout ce qu'il croit pouvoir dire, c'est que nous voyons un point sur la „bissectrice de l'angle de convergence des axes visuels", ainsi sans détermination de distance; ailleurs il ajoute explicitement: „la distance visuelle n'est pas déterminée par le point d'intersection des axes optiques, mais reconnaît d'autres causes." Pour ce qui me concerne, lorsque ces „autres causes" font défaut, je me laisse guider par mon sentiment de la convergence, et ce sentiment ne me trompe pas. Qu'on me comprenne bien. Je ne prétends pas que dans toutes les *expériences* la convergence décide seule. La vérité est que, dans la *vision ordinaire*, la convergence et les „autres causes" sont tout à fait d'accord, qu'elles concourent à former une notion exacte. Mais il n'est pas impossible de faire naître une notion qui ne puisse être invalidée, d'une manière absolue, par la convergence. Si, par exemple, je suis amené, par des moyens artificiels, à lire avec des axes visuels parallèles, je ne me figurerai pas que la page se trouve éloignée de moi à une distance infinie, car je sais qu'il n'y a pas des caractères à une semblable distance. Tout ce que j'affirme c'est que: la convergence, par elle-même, et tout autre facteur se trouvant exclu, fournit des indications suffisantes, de sorte qu'elle ne peut manquer d'avoir aussi une grande importance pour l'appréciation exacte des distances dans la vision ordinaire, où d'autres circonstances contribuent à cette appréciation. — Ce qu'on vient de lire se rapporte plus spécialement au point fixé par les deux yeux et dont les images se forment sur les taches jaunes. Mais d'autres points de la rétine, qui appartiennent à la vision indirecte, sont aussi projetés par nous, pour chaque œil en particulier, dans une direction (je ne parle pas ici de la distance) déterminée absolument par la grandeur et la situation de l'angle compris entre leur ligne de direction et l'axe visuel.

J'ai lu avec attention les objections de Hering contre la projection selon les lignes visuelles (*Beiträge zur Physiologie.* Livr. II. p. 132 et suiv., et *Archiv f. Anatomie und Physiologie* 1864), sans arriver à comprendre qu'une réforme

10. *D'après ce qui précède, il était rationnel de regarder le changement de convergence comme une conditio sine quâ non de tout jugement relatif à la situation d'un point non fixé, par rapport au point fixé. Je maintins cette manière de voir à l'encontre des expériences de* Dove *et d'autres physiciens, selon lesquelles le jugement en question pourrait se faire à la lumière d'une étincelle électrique, lumière dont la courte durée exclut toute possibilité d'un changement de convergence.*

Les raisons développées plus haut devaient me rendre sceptique à l'égard des expériences exécutées avec un éclairage instantané. Je rapporterai ici succinctement ces expériences, en mentionnant les considérations qui m'empêchaient de leur reconnaître une véritable force démonstrative.

C'est à Dove que revient le mérite d'avoir appliqué le premier l'étincelle électrique à la stéréoscopie. Sa première communication [1]) est fort courte. Nous y apprenons seulement que les phénomènes stéréoscopiques se produisent à la lumière d'une

---

totale fût devenue nécessaire dans cette doctrine. Je pense qu'en interprétant la théorie de la projection comme il a été fait plus haut, — et il me semble que la plupart des physiologistes ne l'ont jamais entendue autrement, — toutes les expériences de Hering s'expliquent facilement. Il y a corrélation, en effet, entre les points de la rétine et les lignes de direction. Le sagace auteur a très bien senti qu'un double sens s'attache à l'expression ligne de direction, tantôt celui de „direction lumineuse", tantôt celui de „direction visuelle"; mais cette ambiguité n'avait guère d'inconvénients, puisque les deux directions coïncident. L'opinion, en admettant qu'elle eût des partisans, que les points vus indirectement apparaissent là où les lignes de direction des deux images rétiniennes se croisent, semblait à peine mériter d'être réfutée. — Il faut que Hering nous laisse le mot *projection*. Comme je l'ai fait observer jadis à Volkmann, qui voulait exclure toute projection, nous projetons le champ visuel total dans une direction déterminée par l'action musculaire, puis les divers points de la rétine conformément à leur position relative. Pourquoi cela ne s'appellerait-il pas projeter? Je ne vois aussi aucun inconvénient à parler de la projection d'une image sur un plan, bien que ce plan ne se montre à mes yeux qu'en même temps que l'image.

[1]) *Berichte über die Verhandlungen der Kön. preuss. Akademie von Wissenschaften*, zu Berlin, 1842, p. 252.

étincelle électrique, dont la durée est moindre qu'un millionième de seconde. Plus tard [1]) il donna quelques détails sur ses expériences. Il s'était servi du stéréoscope à miroir ordinaire, et, pour l'éclairage, d'une bouteille de Leyde se déchargeant à intervalles courts et réguliers. Dans ces conditions Dove, ainsi que d'autres personnes à qui il montra les expériences, vit très distinctement le relief corporel. Dove ne dit pas si ce relief fut reconnu dès la *première* étincelle. Il est donc fort possible que la vision se soit opérée avec une convergence variable à mesure que les étincelles se succédaient, et que les diverses projections se soient combinées pour fournir la notion de la profondeur. — La seconde expérience de Dove, l'observation de la réflexion d'une étincelle à la surface d'un couvercle poli circulairement, ne me semble pas plus convaincante.

Dans les expériences de Panum et Karsten [2]) il n'est pas rapporté non plus que le relief ait apparu dès la première étincelle. Cela n'aurait même guère été possible d'après la méthode suivie, qui ne permettait d'arriver à une fixation convenable qu'aprés plusieurs étincelles successives.

Recklinghausen émit d'abord des doutes sur les résultats de Dove, ce qui lui valut une réplique tranchante. Il fit amende honorable [3]) et apporta, en même temps, deux nouvelles expériences à l'appui de la proposition de Dove. La première consiste dans l'observation des images d'une étincelle électrique réfléchies à la surface d'une lentille biconvexe, images dont l'une se place en avant, l'autre en arrière de la lentille. „En regardant avec les deux yeux", dit-il, „l'effet stéréoscopique se produit presque dans toute sa profondeur, même lorsqu'on reconnaît les images doubles, ce qui arrive toujours après un exercice suffisant." Il ajoute que „même l'observateur tout à fait novice n'a besoin que *d'une seule* étincelle électrique pour s'orienter exactement au sujet

---

[1]) Dove, *Darstellung der Farbenlehre und optische Studien.* Berlin 1852, p. 163.

[2]) Voyez Panum, *Physiologische Untersuchungen über das Sehen mit zwei Augen*, Kiel 1858.

[3]) Poggendorff's *Annalen*, 1862.

de l'éloignement des images réfléchies." Cette expérience est donc à l'abri de l'objection faite à celles de Dove et de Panum. Elle ne put, néanmoins, entraîner ma conviction. Nulle part, en effet, le point précis de la difficulté ne se trouve signalé. On pouvait admettre sans peine qu'en fixant un point déterminé, un second point, apparaissant sous forme d'images doubles, confondues ou non, serait reconnu comme situé en dehors de l'horoptère. Ce qui était inexplicable, c'est qu'on saurait en même temps s'il est situé en avant ou en arrière. Il s'agissait donc de reconnaître, non seulement que les deux images réfléchies n'étaient pas comprises dans le même plan, mais, positivement, laquelle des deux était placée en avant, laquelle en arrière; or, rien n'indique que cette distinction ait été faite. En outre, il faut avoir soin, dans ces expériences, d'opérer sur un fond uniforme, ou bien, ce qui est préférable, les exécuter dans l'obscurité. — La dernière objection ne peut être adressée à la seconde expérience de Recklinghausen, où l'on se borne à réunir deux paires d'ouvertures en deux images; mais on n'y trouve pas la déclaration expresse qu'aucune confusion n'a eu lieu entre vision stéréoscopique et vision pseudoscopique, — et, d'ailleurs, il est dit ici: „la plupart des observateurs (réussirent) seulement après plusieurs étincelles."

L'expérience d'August [1]), qui permet aussi la combinaison de projections aperçues successivement, me laissa par suite également incrédule.

Volkmann [2]) imagina, pour remplacer l'étincelle électrique, un appareil qu'il appelle *Tachistoscope.* Au moyen de cet appareil, il put voir un cercle et une ellipse se confondre; mais il ne dit pas sous quelle inclinaison la figure se présentait, et à l'égard d'autres figures, il néglige également d'avertir si le relief était vu stéréoscopiquement ou pseudoscopiquement. Il faut ajouter que la durée pendant laquelle l'impression se prolonge n'est

---

[1]) Poggendorff's *Annalen*, T. CX, p. 582.

[2]) *Berichte über die Verhandl. der K. S. Gesellschaft der Wissenschaften*, zu Leipzig. T. XI, p. 90, 1859.

pas extrêmement courte dans ces expériences, de sorte que cette durée aurait demandé à être déterminée.

Déjà dans son premier travail classique, Wheatstone fait connaître une expérience fournissant, comme il dit: „la preuve élégante que l'apparence du relief, dans la vision binoculaire, est un effet indépendant du mouvement des yeux." Il réunit deux lignes rouges, inclinées l'une vers l'autre, sur un fond vert, tandis qu'il fixe invariablement un point déterminé; dans la lutte entre les deux yeux, il voit alors alternativement l'image consécutive de l'un et de l'autre, — mais parfois aussi les deux images à la fois, et dans ce cas, précisément, avec un relief fortement prononcé. Cette expérience démontre que deux projections sur les rétines suffisent, sans mouvement voulu, pour rendre la vision stéréoscopique possible; et pour autant que la contemplation des images a déjà suggéré une direction déterminée de la ligne, celle-ci sera reproduite par les images consécutives. Mais, sans l'idée suggérée par les images primaires, l'idée de la direction opposée n'aurait-elle pu se développer tout aussi bien des images consécutives?

Wheatstone s'est aussi servi de l'étincelle électrique dans les recherches stéréoscopiques; mais, à ma connaissance, il n'a pas publié ses résultats. Lorsque je m'informai auprès de lui si cet éclairage lui avait fait voir le relief corporel, il répondit affirmativement; mais, lorsque je demandai ensuite s'il pouvait assurer avoir combiné stéréoscopiquement et non pseudoscopiquement, sa réponse fut: „c'est ce que je n'oserais décider." Ce doute de M. Wheatstone, lequel avait immédiatement saisi la portée de la question, semblait bien de nature à légitimer mon scepticisme.

Peu de temps après, je me trouvais à Leipzig, où M. Hering eut la bonté de me faire voir quelques-unes de ses intéressantes expériences. On ne tarda pas à mettre sur le tapis la question, si le relief véritable peut être reconnu à l'aide de deux images perspectives, indépendamment de tout mouvement oculaire. Hering défendit cette possibilité avec son talent habituel; mais je ne pus me rendre à ses arguments. Sa conviction se fondait, entre

autres, sur une expérience qu'il a déjà fait connaître ailleurs [1]). Regardant à travers un cylindre court, il fixe la pointe d'une aiguille, puis fait opérer, par la main d'une autre personne, la chute, en avant ou en arrière de l'aiguille, d'une petite balle de grosseur inconnue; il ne se trompe jamais, dans ce cas, au sujet du côté où la balle est tombée, et peut même évaluer assez exactement la distance en deça ou au delà du point fixé. „Cette expérience écarte presque entièrement le mouvement des yeux", dit Hering. Mais c'est là précisément la question, lorsque la balle ne tombe pas d'une hauteur très considérable. Et la vitesse apparente de la chute, qui croît à mesure que la distance de l'œil diminue, ne fournirait-elle pas également quelque indication? En outre, on sait d'avance que la ligne parcourue est verticale, et, pour une pareille ligne, l'inclinaison des images doubles n'est pas la même en deça et au delà du point fixé.

Une autre expérience, communiquée par Hering au même endroit, est encore moins concluante: „Qu'on tende verticalement trois fils l'un à côté de l'autre, dans un plan parallèle au plan du visage; qu'on regarde le fil du milieu à travers le cylindre court dont il a été question plus haut; puis, qu'on charge un aide d'avancer ou de reculer, à sa guise, tantôt le fil de droite, tantôt celui de gauche, tantôt l'un et l'autre à la fois, pendant qu'on continue soi-même à fixer invariablement le fil médian; jamais il n'arrivera qu'on méconnaisse le mouvement des fils." J'ajouterais volontiers: même quand on ne regarde qu'avec un seul œil. En effet, lorsqu'on n'a qu'à choisir entre le mouvement de rapprochement et celui d'éloignement, l'accroissement d'angle que produit le premier, de même que la diminution qui résulte du second, sont tout à fait décisifs. — Il restait donc ici encore assez de place au doute.

En résumé, aucune des expériences imaginées n'apportait une réfutation péremptoire de mon opinion. Depuis longtemps néanmoins, je désirais la soumettre à l'épreuve expérimentale directe.

[1]) *Archiv f. Anat., Physiologie und wiss. Medicin*, 1865, p. 153.

Il me semblait qu'il ne serait pas impossible de disposer les expériences de manière qu'elles fussent tout-à-fait décisives.

11. *Or, mes nouvelles expériences ont établi, d'une manière convaincante, que j'étais dans l'erreur.* La notion exacte de distance et de relief peut, véritablement, se former sans aucune indication autre que celles résultant des deux projections perspectives.

C'est la grande prérogative des sciences physiques que l'exactitude d'une conclusion y peut être contrôlée par l'expérience directe. Aussi longtemps que ce contrôle lui manque, elle doit être traitée comme une simple hypothèse, quelque logique et irréfutable qu'elle puisse d'ailleurs paraître. Le problème qui nous occupe met de nouveau cette vérité en pleine lumière.

Les expériences que j'ai entreprises peuvent être ramenées à quatre séries différentes: la première se rapporte à l'appréciation de la distance relative de deux étincelles, vues sans fixation déterminée; la seconde concerne le jugement quant à la distance d'une ou de deux étincelles, par rapport à un point de fixation déterminé; la troisième est relative à la combinaison de figures stéréoscopiques, avec ou sans fixation de deux points correspondants. Enfin, quelques expériences ont été consacrées à la vision de fils tendus et d'autres objets, sous un éclairage instantané.

Première série. Pour obtenir deux étincelles faciles à distinguer, je désirais faire usage de lentilles colorées, qui réfléchissent une image incolore sur leur surface antérieure et une image colorée à la surface postérieure. On peut demander alors à l'observateur de se prononcer sur la question, si c'est l'image colorée ou l'image incolore qui est la plus rapprochée. A défaut de pareilles lentilles, je fixai, au moyen de baume du Canada, deux lentilles, planes d'un côté, sur un verre coloré plan, de manière qu'elles se trouvassent en regard l'une de l'autre; j'obtins ainsi le même effet qu'avec une lentille dont la masse entière aurait été composée de verre coloré. En combinant ensemble deux lentilles plan-convexes, ou deux lentilles plan-concaves, ou encore une lentille plan-convexe avec une lentille plan-concave, en choisissant à volonté les rayons de courbure, et enfin en tournant vers l'œil

soit l'une soit l'autre face du système, on est maître d'amener les images réfléchies, colorée et incolore, exactement aux points désirés.

Je fis réfléchir par une lentille pareille une forte étincelle d'induction [1]), qui elle-même était cachée à la vue. Les expériences avaient lieu dans une chambre obscure, où on laissait pénétrer pendant un instant assez de lumière pour pouvoir distinguer la lentille réfléchissante, et appuyer sa tête contre une barre de bois transversale au dessous de laquelle la vue se dirigeait, à travers deux ouvertures, sur la lentille. Cela fait, la chambre était remise dans un état d'obscurité complète.

Le résultat fut que tous les observateurs, sans exception, eurent besoin de plusieurs étincelles avant de pouvoir porter un jugement sur la situation relative des images. Un assez grand nombre parvenaient à fixer une des images à la seconde ou troisième étincelle, et n'en demandaient plus alors qu'une, ou parfois deux, pour déclarer, sans hésitation, laquelle des étincelles était la plus rapprochée, la colorée ou la non-colorée. Le résultat était à peu près le même, que l'étincelle non fixée fût vue en images

---

[1]) Grâce à l'obligeance de mon ami le professeur van Rees, j'avais à ma disposition le grand appareil d'induction de Ruhmkorff, que j'employais habituellement avec 6 éléments de Grove. Lorsque l'étincelle devait servir à éclairer des objets, j'introduisais encore une bouteille de Leyde dans le circuit. La distance des pôles doit être réglée de manière qu'il ne passe qu'une seule étincelle à chaque interruption du courant primaire. Si les pôles sont trop rapprochés, il part plus d'une étincelle: avant même que la plus grande moitié de l'électricité se soit accumulée aux pôles, la tension devient alors suffisante pour qu'une étincelle éclate, laquelle est suivie d'une autre au bout de $\frac{1}{200}$ à $\frac{1}{100}$ de seconde. On en est averti tant par la vue, qui distingue le double trajet parcouru par l'électricité, que par l'ouïe, qui perçoit le double bruit. J'ai donné la préférence aux étincelles d'induction sur les étincelles électriques ordinaires, parce qu'on peut en obtenir autant qu'on veut, et à des intervalles aussi longs ou aussi courts qu'on le désire. A l'aide d'un miroir tournant je me suis assuré que la durée était suffisamment courte pour l'objet que j'avais en vue; le même moyen m'a permis de reconnaître les deux étincelles qui éclatent entre des pôles trop rapprochés.

doubles confondues ou distinctes; une déviation de quelques degrés vers le haut ou vers le bas, à droite ou à gauche, fut trouvée aussi passablement indifférente.

Des images doubles très écartées restaient, toutefois, distinctes pour beaucoup de personnes, même après vingt et plus d'étincelles, uniquement parce que l'idée qu'elles appartenaient à une image unique n'arrivait pas à se développer. Même après avoir reçu les indications nécessaires, peu de personnes étaient en état d'amener les images à se réunir par un changement volontaire de la convergence. Ceux qui ne possèdent pas cette aptitude voient constamment trois images, là où d'autres, dès qu'ils ont pu en fixer une, les réunissent en deux images et ne tardent pas ensuite (à peu d'exceptions près) à savoir si l'image colorée est en avant ou en arrière.

Lorsque la chambre était tenue, dès le commencement, dans une obscurité complète, et qu'on se bornait, sans plus, à indiquer à peu près la direction dans laquelle il fallait regarder, personne ne se faisait, aux premières étincelles, quelque idée du phénomène. La plupart parlent alors d'une lumière colorée, d'un éclair, ou de quelque chose d'analogue. Presque tous avaient besoin de 6 étincelles, ou même davantage, avant de distinguer qu'il y avait deux images, une colorée et une incolore. Lorsqu'ils avaient fini par apercevoir les deux images, deux ou trois nouvelles étincelles suffisaient pour les orienter. Parmi sept personnes il y en eut deux qui, même après plus de 20 étincelles, parurent ne devoir jamais parvenir à aucun résultat: il fallut leur apprendre qu'il y avait deux images, que l'image colorée était située un peu plus haut ou plus bas, etc., etc; après quoi elles réussirent enfin à se former une idée relativement à la distance. Dans des expérienes postérieures, il se trouva quelques personnes qui, ou bien n'arrivèrent à aucun résultat, ou bien continuèrent à se tromper d'une manière permanente. En regardant avec un seul œil, et d'un même point, on ne se fait absolument aucune idée de la distance relative. Le jugement repose, positivement, sur la vision binoculaire.

En ce qui me concerne, je notai les résultats suivants:

1°. Même dans les circonstances les plus favorables, je ne pus jamais m'orienter avec certitude dès la première étincelle;

2°. En fixant une des images, surtout quand la position était symétrique, je voyais l'autre double, c'est-à-dire que j'apercevais une image de chaque côté de l'image fixée, et en apparence dans le même plan que cette dernière;

3°. Quand j'avais acquis l'idée que deux images doubles ne formaient qu'une image dans la réalité, je restais encore quelquefois dans le doute relativement à l'image qui était la plus rapprochée;

4°. Ce doute disparaissait ordinairement avec l'étincelle suivante, tandis que je m'efforçais involontairement de réunir les images doubles. Après deux étincelles, j'y parvenais toujours d'une manière suffisante, et en fixant ensuite, lors des étincelles suivantes, alternativement l'une et l'autre image, j'acquérais une notion très exacte de leur distance relative;

5°. Mais, alors même, je conservais le pouvoir de faire abstraction de ce que je savais, et de me représenter trois images comme autant de points lumineux situés dans le même plan.

Cette première série d'expériences prouvaient bien, il est vrai, qu'il n'est pas nécessaire, pour juger de la distance relative de deux points, de les voir d'une manière permanente *pendant* que la convergence change. [1]) Mais elles confirmaient encore ce que je m'attendais à trouver: qu'une différence de convergence, au moins entre des étincelles successives, est tout à fait indispensable.

Deuxième Série. Il me parut important de faire quelques expériences dans lesquelles les deux axes optiques seraient fixés rigoureusement et d'une manière permanente sur un même point visible. Je réalisai cette condition à l'aide de la disposition suivante. Une boîte longue de 0,29 mètre, large de 0,136 et haute

---

[1]) Dans la vision monoculaire il suffit aussi, pour s'orienter, de regarder la projection perspective deux fois de suite, après avoir déplacé la tête entretemps.

de 0,074, fermée en dessus par un couvercle et recouverte à l'intérieur de velours noir, est munie à l'une des extrémités de deux ouvertures pour les yeux, et donne accès latéralement à deux fils conducteurs, qui viennent presque se toucher en face du milieu de l'intervalle entre les deux ouvertures, et qui laissent passer, à 25 centim. des yeux, une série de petites étincelles d'induction encore à peine visibles. Ces étincelles produisent l'apparence d'une petite lumière continue. Tandis que l'observateur fixe cette lumière avec soin, on fait éclater, en tel point qu'on désire, une étincelle de force voulue. Les deux fils destinés à cet usage traversent le fond de la boîte, dans laquelle ils peuvent être élevés ou abaissés à volonté; en outre, le fond peut glisser en avant et en arrière, et, de plus, sa partie centrale peut être déplacée à droite et à gauche. Le fond de la boite est accessible à la main, de sorte qu'on peut faire éclater l'étincelle en avant ou en arrière du point fixé, en dessus ou en dessous, à droite ou à gauche, avec telles alternatives qu'on juge à propos, et toujours sans que l'observateur en soit le moins du monde averti. Les distances peuvent se lire au dehors.

Lorsqu'on regarde dans la boîte, le point lumineux, destiné à être fixé rigoureusement, apparaît au milieu d'une obscurité absolue. Même en faisant éclater une forte étincelle, dont on veut déterminer la position par rapport au point fixé, on ne distingue rien, ni des fils conducteurs ni des parois de la boîte. Un point lumineux permanent et, à un signal donné, une étincelle brillante, voilà tout. Et pourtant, contrairement à mon attente, presque chacun [1]) sut dire, immédiatement après la première étincelle, si celle-ci était plus rapprochée ou plus éloignée que le point fixé, soit qu'elle eût dévié un peu vers le haut ou le bas, à gauche ou à droite, soit qu'elle fût venue se placer sur la même ligne et à la même hauteur que le point fixé et les yeux. La plupart surent même déterminer la distance d'une manière passablement exacte.

[1]) Sur 16 auditeurs de mes leçons ophthalmologiques, il y en eut 14 qui écrivirent, dès la première étincelle, la réponse véritable; un seul se trompa; un autre ne hasarda pas de réponse.

Ce résultat me surprit. Mais la conclusion était inexorable. C'est en vain que je cherchai à découvrir dans l'étincelle quelque caractère distinctif direct qui pût rendre compte de la différence des perceptions.

Comparativement aux expériences mentionnées dans la première série, j'examinai ensuite si l'on pourrait aussi, en fixant un point déterminé, apprécier simultanément la situation de deux étincelles différentes. A cet effet, les lentilles colorées que j'ai décrites plus haut, et dont la monture avait été entièrement recouverte de velours noir, furent placées sur le fond de la boîte, tantôt en arrière tantôt en avant du point fixé, auquel elles ne faisaient rien perdre de sa netteté; en même temps je fis pénétrer par le fond de la boîte, en avant, deux fils conducteurs bien isolés, entre lesquels je laissai éclater une forte étincelle fournie par la grande bobine de Ruhmkorff. Outre la faible lumière sur laquelle les yeux étaient fixés, on n'apercevait dans l'appareil que les deux fortes étincelles, de couleur différente, réfléchies par la lentille, les rayons directs de l'étincelle se trouvant interceptés à la vue. Personne n'acquérait, par la première étincelle, une idée satisfaisante de la distance relative des deux étincelles réfléchies. Quelle que fût leur situation, il s'opérait une confusion de lumière qui ne permettait que rarement, même à l'égard d'une seule d'entre elles, de se prononcer sur la distance par rapport au point fixé. Ce n'était qu'après deux, trois, ou un plus grand nombre d'étincelles, qu'une notion déterminée se développait chez la plupart des observateurs, et, en général, avec plus de facilité lorsque les deux images se trouvaient rapprochées l'une de l'autre et à peu de distance du point fixé. Quand on ignorait ce qu'on allait voir et ce qu'il fallait distinguer, on avait besoin pour s'orienter complétement d'un nombre d'étincelles beaucoup plus grand, bien que moins considérable que dans les expériences de la première série. Comme dans celles-ci, on remarqua une tendance à fixer alternativement, par changement de convergence, les deux étincelles.

Troisième série. Je passai ensuite à la combinaison de figures stéréoscopiques. Dans un stéréoscope ordinaire, je fixai en avant

de la cloison médiane, à 3 centimètres de la plaque, une bande transversale de carton, large de 2,4 centimètres; j'y fis pénétrer en outre, par dessous, des fils bien isolés entre lesquels éclatait, immédiatement en avant du carton, et à un signal donné, une forte étincelle d'induction. L'étincelle éclairait la plaque, mais était cachée elle-même à la vue par le carton. Pour fixer avec précision, on pratiqua aux deux figures, en un ou deux couples de points correspondants, de petites ouvertures, qui se montraient faiblement éclairées quand on dirigeait le stéréoscope vers une surface grise [1]). Avec cet appareil, on trouva que souvent dès la première étincelle la notion exacte s'était distinctement formée, soit qu'on employât simplement deux couples de points ou de lignes, situés à des distances inégales l'un de l'autre, soit qu'on fît usage des projections de figures plus compliquées, telles que des pyramides tronquées à base polygonale, des formes à pouding, etc. Quelques-uns avaient besoin de deux ou de trois étincelles; fort peu n'arrivaient à aucune idée distincte ou bien se trompaient. — Toutefois, et la chose mérite d'être remarquée, le relief était constamment vu trop faible; surtout lorsqu'il se trouvait être très considérable, comme dans les cônes ou pyramides tronqués des dessins stéréoscopiques ordinaires. Dans ce cas, il fallait ordinairement plus d'une étincelle pour reconnaître avec certitude le sens du relief, les images doubles très écartées ne se laissant pas ramener immédiatement à une ligne unique, — et ce n'était qu'après un nombre d'étincelles encore plus considérable, et en fixant alternativement les divers points de la figure, que le relief se manifestait dans toute sa profondeur.

Quatrième Série. Elle a rapport à la vision d'objets situés dans

---

[1]) Je découvre, trop tard pour en parler dans le texte, que Aubert a également fait des expériences avec un éclairage instantané (Physiologie der Netzhaut. Breslau, 1865, p. 316), et a pris, en se servant du stéréoscope, les précautions nécessaires pour arriver à fixer convenablement. „Les deux projections qu'il s'agit de réunir en une image unique sont percées d'une ouverture au centre ou au point qu'on se propose de fixer, et elles reposent sur une lame de verre mat très faiblement éclairée par dessous."

l'espace et éclairés par la lumière d'une ou de plusieurs fortes étincelles d'induction. L'objet le plus simple, et qui suffit à trancher la question, est un fil dont il s'agit de déterminer l'inclinaison. J'employai un fil métallique peint en blanc, et placé devant un fond de velours noir; son extrémité supérieure était cachée derrière un rideau de velours, son extrémité inférieure de même. C'est derrière le rideau inférieur qu'on faisait éclater l'étincelle. L'expérience avait lieu dans une obscurité complète. Pour fixer convenablement le fil, on avait attaché à son milieu un petit morceau de phosphore, ce qui remplissait parfaitement le but. Le résultat fut qu'on ne se faisait aucune idée de l'inclinaison du fil en le regardant d'un seul œil, tandis qu'on la reconnaissait dès la première étincelle quand on se servait des deux yeux. Lorsqu'on n'avait pris aucun soin pour assurer la fixation convenable, les erreurs, lors des premières étincelles, étaient très fréquentes.

Le résultat auquel nous sommes parvenus, savoir que l'impression instantanée de deux projections perspectives peut conduire à une perception stéréoscopique exacte, est non seulement très énigmatique en soi, mais semble aussi devoir cadrer difficilement avec ce que nous avons trouvé précédemment (Comp. 8, p. 393), que cette perception peut tarder quelque temps à se produire lorsqu'on fixe invariablement sous un éclairage continu. Il est probable qu'il faut chercher une circonstance en faveur de l'éclairage instantané, dans la fusion complète des images, persistant dans l'impression consécutive, avec exclusion de toute espèce de lutte.

12. *Chaque notion visuelle est déterminée par certains facteurs. De ce nombre sont les sensations que nous recevons de l'un et de l'autre œil. Il paraît que la notion peut être différente, la sensation directe restant la même.*

Une impression visuelle n'excite pas seulement une idée de clarté et de couleur, mais aussi de forme, de grandeur et de distance. Cette idée se produit sans connaissance des facteurs qui la déterminent. Dans l'observation ordinaire il ne saurait être question de conclusions tirées de la combinaison des facteurs.

Nous disons avec Panum: „la profondeur est sentie.” Beaucoup d'hommes qui sont, avec raison, convaincus de l'exactitude de leurs perceptions, essayeraient en vain de se rendre compte des différents facteurs qui sont entrés en jeu pour leur donner naissance. Les mouvements, parfaitement appropriés au but, qu'exécutent certains oiseaux presque au sortir de l'œuf, ainsi que certains mammifères (par exemple le veau) immédiatement après la naissance, prouvent clairement qu'il se forme des perceptions qui ne reposent sur aucune expérience individuelle, sur aucun jugement, et qui sont, par suite, la conséquence directe des impressions dans une situation donnée. [1]) De même, chez l'homme, nous regardons la formation de certaines idées, en résultat d'impressions déterminées, comme d'abord innée en partie, puis naissant avec le développement ultérieur des organes, dont les conditions étaient données d'avance, — l'expérience individuelle n'ayant d'autre rôle que de faire acquérir à ces idées plus de précision et de maturité.

Ces considérations s'appliquent aux autres sens tout aussi bien qu'à celui de la vue. Nous rapportons un son à une source déterminée, avec indication de direction et de distance, sans nous demander d'abord ce qui a pu déterminer notre jugement. Et lorsque la question est posée, souvent la réponse fait défaut ou bien elle est peu satisfaisante; que, par exemple, le caractère propre d'un son, son timbre, ne soit autre chose que la combinaison du son fondamental avec des harmoniques simples, c'est ce qu'on est encore tenté de révoquer en doute même après que l'analyse a été faite rigoureusement.

Mais, si l'on ne se rend aucun compte des facteurs coopérants, il n'en est pas moins certain que ce sont ces facteurs qui déterminent la perception: cette perception, en effet, ne

---

[1]) Comparez surtout, à ce sujet, Abboth (l. c. p. 168 seqq.) qui a rassemblé les faits publiés par d'autres, en y joignant ses propres observations. Sir Joseph Banks vit un poussin chercher à attraper une mouche pendant que la coquille traînait encore à sa queue. D'après Abboth les faits de ce genre s'observent généralement chez les oiseaux qui construisent leurs nids à une faible hauteur, près de la terre.

saurait être fortuite. La science a donc pour tâche de découvrir comment chaque perception découle nécessairement des facteurs qui sont en jeu. Or, la perception se rattache à une opération déterminée, et les facteurs de cette opération se trouvent pour une partie en nous-mêmes, pour une partie dans les stimulants qui agissent sur nous.

A la première catégorie appartient l'état dans lequel se trouvent tant le centre perceptif que l'organe externe de la sensation, ainsi que les mouvements exécutés avant ou pendant l'observation. L'organe de perception peut être dans l'état de neutralité: il n'attend rien ou il attend tout, comme on veut. L'esprit est alors libre de toute prévention. Ou bien, il existe une prédisposition dans un sens déterminé, laquelle favorise ou entrave la perception exigée par l'impression suivante, selon qu'elle était ou non d'accord avec elle. Nous avons vu, par exemple, comment elle peut la favoriser, dans les expériences que nous avons fait connaître relativement à la vision avec un éclairage instantané, expériences dans lesquelles la répétition de la même impression conduisit peu à peu à une notion de plus en plus adéquate; une telle prédisposition peut aussi nous être restée, en partie, en vertu de souvenirs plus anciens. Quant au pouvoir d'entraver la perception, nous en voyons la preuve chaque fois que nous avons nous-mêmes, ou que nous éveillons chez d'autres une idée inexacte de ce qui sera vu. — On peut se représenter l'organe du sens, tout comme l'organe perceptif, dans un état d'indifférence. S'il est sous l'influence d'impressions lumineuses antérieures, ou si d'autres causes l'ont fait sortir de l'état de neutralité, l'effet immédiat des stimulants sera différent, et par conséquent aussi la perception dont cet effet est un des facteurs. — Enfin, les mouvements jouent un grand rôle. Nos yeux se meuvent ou se murent par un acte de notre volonté, et en accord avec ces mouvements se développe l'idée de la direction dans laquelle un objet se trouve par rapport à nous. Nous avons reconnu plus haut l'influence du changement de convergence. Celui de l'accommodation, bien que plus borné, ressort, entre autres, de la micropie que produit l'action de la belladonne

à faible dose, de la macropie qui est l'effet de l'action du calabar. La position que nous donnons à notre corps, volontairement ou du moins sciemment, contribue aussi à déterminer l'idée de la direction dans laquelle nous voyons les objets. — En ce qui concerne les mouvements, notre participation est plus active; il n'est donc pas surprenant que nous nous rendions plus facilement compte des facteurs qui dépendent de ces mouvements. Malgré cela, ils contribuent à la perception tout aussi spontanément que les autres, sans rien qui ressemble à un raisonnement.

Pour ce qui regarde, en second lieu, les facteurs fournis par les stimulants, nous avons à considérer, quant aux perceptions visuelles, la nature et l'intensité des stimulants, et les éléments rétiniens qui en sont impressionnés. Lorsque d'autres éléments sont excités, ou lorsque les mêmes le sont d'une manière différente, l'effet immédiat est autre, et la modification de ce facteur entraîne nécessairement celle de la perception.

Ici, toutefois, une difficulté se présente. L'impression, considérée comme purement sensitive, peut être distinguée de la perception à la formation de laquelle d'autres facteurs ont contribué. La couleur, en elle-même, n'est qu'une simple sensation. Le son d'un mot, auquel une certaine signification se rattache, le timbre d'une voix, qui évoque l'image d'une personne dans notre esprit, peuvent être isolés comme impressions purement sensitives. Or, cette impression sensitive paraît devoir offrir des différences propres pour pouvoir jouer un rôle différent comme facteur de la perception. Avec des différences pareilles, la diversité de la perception se trouve sinon expliquée du moins rendue compréhensible; sans elles, cette diversité est une véritable énigme. Or, nous avons vu que l'impression d'un des yeux ne saurait être distinguée, comme effet sensitif, de celle de l'autre œil, lorsque ces impressions résultent d'images dioptriques pareilles, formées en des points correspondants. Comment faire accorder avec cela le fait qu'on donne naissance à une perception différente rien qu'en opérant un échange des impressions entre les deux yeux? Le problème semble inso-

luble.[1]) Ou serait-il permis d'admettre que deux impressions peuvent, par leur concours, éveiller une perception différente, bien qu'on ne puisse saisir entre les deux cas une différence quant aux impressions prises isolément? Serait-il permis d'admettre que, la *somme* de deux sensations restant la même, leur combinaison puisse néanmoins conduire à une perception différente? Cette hypothése n'a, assurément, rien d'absurde, surtout quand on songe à la spontanéité de la perception, qui la fait rattacher à une action résultante s'opérant dans l'organe central. En effet, cette action résultante pourrait devenir autre par l'inversion des composantes, bien que cette inversion ne se trahisse absolument par rien quand on examine les composantes séparément, en tant que sensations. Néanmoins, il nous est défendu de recourir à une pareille hypothèse, aussi longtemps que toutes les tentatives pour découvrir une différence dans les sensations mêmes, n'ont pas été épuisées. Sous ce rapport, plusieurs points peuvent encore être examinés.

1°. Les cercles de diffusion d'un point lumineux ne sont pas les mêmes en deça et au delà du point de croisement. Il est facile de s'en assurer: pour ce qui me regarde, en étudiant les phénomènes entoptiques, j'ai appris à connaître et à distinguer exactement les deux ordres de cercles pour chaque œil en particulier. Or, si les images d'un objet, situé en avant et en arrière du point de fixation, ne sont pas parfaitement égales, on peut penser à priori qu'il en résulte une différence dans la perception. Cependant, s'il en était ainsi, l'observation à l'aide d'un seul œil serait déjà décisive, ce qui est contraire à l'expérience; puis, il ne serait pas encore rendu compte de l'effet de la vision dans le stéréoscope, où les images sont situées tout à fait dans le même plan. D'ailleurs, j'ai pu m'assurer, avec beaucoup d'autres, que la position d'une étincelle électrique, par rapport au point de fixation, n'est

[1]) Lorsque Hering attribue aux points correspondants des deux rétines des différences relativement à la faculté de sentir les distances, il ne fait que déplacer la difficulté. En tant qu'exacte, cette théorie est une paraphrase des faits, non une explication.

pas appréciée moins exactement quand on a troublé l'accommodation au moyen de verres convexes ou concaves, et qu'on a exclu avec soin toute indication pouvant provenir des cercles de diffusion.

2°. Le défaut de parallélisme entre les méridiens de points correspondants pourrait aussi fournir quelque indice. En effet, par suite de ce défaut, un fil vertical, suivant qu'il est tendu en deçà ou au delà du point de fixation, apparaît en images doubles convergeant vers le bas ou vers le haut. Mais, si l'on donne aux lignes une inclinaison telle que les directions des images doubles soient renversées, on ne se trompe pas, pour cela, relativement à leur distance, sous un éclairage instantané, et, en même temps, on reconnaît leur inclinaison. Je m'en suis convaincu par des expériences nombreuses exécutées au moyen d'un appareil construit spécialement à cette intention. D'ailleurs, quand même l'inclinaison des images doubles des diverses lignes qui circonscrivent une figure connue et suffisamment composée, ne serait pas sans quelque influence sur la perception, il est certain que la position des méridiens ne fournit absolument aucune indication pour l'appréciation de la situation d'un *point;* et pourtant, dans ce cas aussi, une seule étincelle suffit souvent pour nous faire acquérir la conviction d'un jugement exact.

3°. Les images doubles peuvent avoir des dimensions différentes. Lorsqu'un objet est placé à droite du point fixé, l'image de droite est plus grande ou plus petite que l'image de gauche, suivant que l'objet se trouve au delà ou en deçà du point de convergence. Mais l'indication qui doit en résulter vient à manquer si l'objet est situé symétriquement en face du point fixé, soit en avant soit en arrière, bien qu'on trouve expérimentalement que, dans ce cas, le jugement peut se former avec la même exactitude.

Le résultat de tout ce qui précède est que je ne puis, d'aucune façon, me rendre compte de quelque différence dans les sensations, là où pourtant les impressions conduisent manifestement à des perceptions différentes.

13°. *S'il est vrai qu'une différence dans la perception soit compatible avec l'identité des sensations directes, la perception ne peut être le pro-*

duit des sensations, ne peut être regardée comme une conclusion (consciente ou inconsciente) *tirée des sensations. Elle acquiert alors une indépendance que sa spontanéité semblait déjà lui assurer, et, ne pouvant être déduite des sensations elles-mêmes, elle doit résulter secondairement* (dans un organe spécial de perception?) *de l'acte cérébral qui accompagne les sensations.*

En admettant cette proposition, il est plausible que, même dans le cas où nous pouvons ramener notre perception à ses facteurs, elle ne résulte pas non plus des sensations mêmes, mais tire encore son origine propre de l'acte cérébral lié aux sensations; de sorte que, dans ce cas non plus, ce n'est pas une conclusion, consciente ou non, qui constitue le fondement de la perception. Le fait d'expérience que des perceptions ne se déduisant d'abord que difficilement des sensations, à l'aide du jugement et du raisonnement, finissent par se former spontanément après une répétition suffisante, ce fait, dis-je, nous conduit à la proposition que chaque acte perceptif laisse dans l'organe de perception une modification qui le met en relation plus immédiate avec l'acte de la sensation directe. Ainsi s'explique l'effet de l'exercice. D'après cette hypothèse, notre esprit [1]) travaille, pendant toute la vie, à modifier certaines parties de notre cerveau, au moyen du jugement et de la déduction, et n'a qu'à se servir du cerveau ainsi façonné là où des perceptions naissent spontanément des impressions.

Enfin cette théorie, qui accorde une certaine indépendance à l'organe de perception, suppose que dès la naissance il est dans une certaine relation avec les organes des sensations directes; elle est donc en opposition avec la théorie empirique en tant que celle-ci voudrait rapporter toute notion à l'expérience individuelle.

Je m'abstiens ici de développer davantage cette proposition, parce que je dois reconnaître que mon point de départ, savoir qu'une différence dans la perception est compatible avec l'identité des

---

[1]) Cette phrase pourrait être transformée facilement en une autre qui satisferait tout aussi bien les adversaires de tout dualisme.

sensations directes, n'est pas encore définitivement établi. J'en ai dit assez pour faire ressortir la portée de cette question, que je recommande aux méditations des physiologistes.

14. *Dans la vision ordinaire, où l'on ne fixe jamais invariablement un même point, les indications dues aux images perspectives et celles fournies par le changement de convergence ne peuvent être séparées: elles agissent simultanément et se prêtent un secours mutuel.* Si les images perspectives des deux yeux fournissent déjà, comme telles, quelque indication relativement à la troisième dimension, nous avons vu que cette indication est passablement imparfaite. Hering, néanmoins, bien qu'il déclare attacher beaucoup d'importance, pour la vision stéréoscopique, au changement de convergence, va jusqu'à prétendre que ces mouvements ne sont que la conséquence de la notion exacte que les images perspectives avaient déjà fait naître.

A cela j'ai quelques observations à faire.

Je concède volontiers que, lorsque des objets s'offrent à la vue avec leurs parties éclairées et leurs ombres, avec leurs angles déjà connus en partie, le jugement déduit des deux images perspectives (bien plus, d'une seule, comme nous avons vu) puisse être assez exact pour diriger les mouvements des yeux: du moins nous reconnaîtrions la forme avec une précision suffisante pour savoir si, en passant d'un point à un autre, nous avons à augmenter ou à diminuer la convergence. Mais, dans la réalité, la vision ne s'opère pas ainsi. En effet, le premier coup-d'œil jeté sur les objets est le résultat d'un mouvement, et lors même que nous fixons, immédiatement après, un point déterminé, ce premier mouvement nous a déjà permis de nous orienter plus ou moins. Ainsi, dans la vision *ordinaire*, l'influence des mouvements et celle des images perspectives coïncident nécessairement. Si ensuite, dans l'examen ultérieur de l'objet, chaque mouvement est déterminé par la notion déjà acquise, l'appréciation de la distance gagne continuellement en justesse, par l'exécution consciente des mouvements nécessaires pour réunir en une seule les deux images des points regardés directement.

Et lorsqu'il s'agit d'un phénomène *non habituel*, la première notion de forme et de situation ne se développe souvent qu'à la suite du changement de convergence. La plupart des personnes, en regardant dans un miroir concave, ont de la peine à se représenter que l'image est placée en avant du miroir: les images doubles, bien que rapprochées, ne sollicitent pas ici la convergence nécessaire. L'instinct social des yeux, comme Tourtual l'appelle, ne vient pas en aide à ces personnes. Elles voient le verre, et commencent par chercher derrière ce verre l'image réfléchie; et c'est seulement en remarquant que les images doubles s'écartent alors davantage, qu'elles réussissent, par une convergence plus forte, à voir l'image simple; mais plusieurs n'y parviennent qu'à grande peine, même après qu'on leur a dit et expliqué que l'image est située en deça du miroir. En tout cas, les images doubles ne fournissent ici aucune incitation directe à l'accomplissement des mouvements nécessaires. — Quand une figure est seulement indiquée par des fils tendus dans différentes directions, ou quand on n'en voit que les images perspectives dans le stéréoscope, on remarque parfois en soi quelque hésitation lorsqu'on fixe invariablement un point unique. Il est indubitable, d'ailleurs, que la profondeur n'arrive à être pleinement perçue que grâce à l'ajustement répété de la convergence à la vision alternative des points les plus éloignés et les plus rapprochés. — Enfin, quand on place devant un œil un prisme faible, l'angle tourné en dedans ou en dehors, on peut parfois, en s'observant avec soin, remarquer qu'on est un peu indécis s'il faudra faire converger ou diverger les yeux pour arriver à la vue simple; le mouvement convenable ne s'exécute résolûment que lorsque les yeux ont reconnu qu'ils sont sur la bonne voie.

SUR LA THÉORIE DE LA DISSOCIATION

DE

M. H. SAINTE-CLAIRE DEVILLE;

PAR

H. W. SCHROEDER VAN DER KOLK.

M. H. Sainte-Claire Deville a décrit dernièrement, dans un mémoire étendu [1]), les différentes expériences sur lesquelles il fonde sa théorie de la dissociation. En même temps que le savant auteur fait connaître les recherches expérimentales auxquelles il a consacré tant de soins et de travail, il expose clairement ce qu'il faut entendre par dissociation, exposition qui offre d'autant plus d'intérêt que cette théorie paraît, de plus en plus, prendre pied dans la chimie.

Ce travail a d'ailleurs encore un autre genre d'intérêt. L'auteur élève la voix contre ce grand nombre d'explications spécieuses dont on se contente si souvent dans la chimie. Il fait remarquer, avec raison, que l'affinité est une notion très indéterminée, dont rien ne se laisse déduire nécessairement (p. 258); il en est de même de l'état naissant et de la force catalytique, que M. Deville appelle à bon droit: „explication de phénomènes fort obscurs, et qui selon moi le deviennent davantage, si on les rapporte en bloc à une cause entièrement inconnue". Et ailleurs (p. 306): „Si, au lieu d'étudier des causes occultes qui nous échappent et quelquefois nous égarent, nous nous bornons à rechercher leurs effets, . . . nous pourrons espérer de faire profiter la chimie des réformes que la mécanique de la chaleur doit aux physiciens modernes.

---

[1]) Leçons sur la dissociation. Société chimique de Paris, 1864—1865.

Sans doute, on ne peut qu'apprecier qu'un chimiste aussi disdingué que M. Deville se prononce contre ces notions vagues, et cherche à détourner la chimie théorique d'une voie où elle s'égare.

Pourtant je dois l'avouer, il me reste encore des doutes relavement à la théorie de l'auteur. Il est vrai, M. Deville déclare lui-même (p. 375): „je n'ai pas la prétention de considérer comme définitives les interprétations que j'ai données à des faits établis sans préventions théoriques, je ne dis pas sans idées préconçues". Mais déjà, dans bon nombre de mémoires et même dans des traités élémentaires [1]), la dissociation, considérée comme idée suffisamment établie, a été employée à l'explication des phénomènes. Elle semble, toutefois, y dégénérer souvent en une explication purement apparente, comme l'affinité elle-même; et je suis d'autant plus porté à la regarder comme telle, que je n'ai vu signalés nulle part certains points qui, à mon avis, sont les points faibles de la théorie.

On peut résumer la théorie de la dissociation dans les propositions suivantes:

1°. La chaleur de combustion de deux gaz et la chaleur spécifique du composé qui en résulte permettent de calculer la température de la flamme. C'est ainsi qu'on trouve 6800° pour la température calculée de la flamme du gaz tonnant. Or M. Deville pense que la vapeur d'eau ne peut pas exister à cette température; que la température de décomposition de la vapeur d'eau ne s'élève qu'à environ 2500°. La vapeur ne peut donc pas avoir une température supérieure dans la flamme. La même chose aurait lieu pour d'autres gaz: la température de décomposition serait située au-dessous de la température calculée de la flamme.

2°. Cette température de décomposition varie avec la pression, et est analogue, sous ce rapport, à la température de condensation des vapeurs, laquelle dépend également de la pression.

3°. Soit t cette température pour la vapeur d'eau à la pression d'une atmosphère, comme 100° est la température de

---

[1]) Naquet, *Principes de chimie*, 1865, p. 5. Riche, *Leçons de chimie*, T. I, p. 145.

condensation pour le même cas. Lorsqu'un récipient, dans lequel se trouve de la vapeur d'eau primitivement à 100° sous la pression d'une atmosphère, est ramené à une température plus basse, de la vapeur se condense; dans le cas contraire, une partie de l'eau se change en vapeur. On a alors *évaporation*, ou *transformation partielle d'un liquide en vapeur.* Or M. Deville admet que, d'une manière analogue, la vapeur d'eau se transforme en partie en oxygène et hydrogène à une température inférieure à t; elle se trouve alors à l'état de dissociation ou *état de décomposition partielle.*

4°. Le degré de cette dissociation est ensuite indiqué par un nombre, qui, par analogie avec la tension des vapeurs, prend le nom de *tension de dissociation.* A cet effet, lorsque la vapeur d'eau s'est décomposée partiellement et que le récipient renferme, par suite, un mélange de vapeur et de gaz tonnant, dont la pression totale soit d'une atmosphère, M. Deville calcule la pression partielle exercée par le gaz tonnant formé, et c'est cette pression qu'il appelle tension de dissociation du gaz tonnant pour cette température.

De cette manière une analogie complète est admise entre la condensation et la combinaison chimique [1]).

---

[1]) Je m'en tiens rigoureusement ici à la définition de M. Deville. Mais le terme dissociation est loin d'avoir la même signification chez tous les auteurs, bien qu'il se rapporte toujours à la théorie de M. Deville. C'est ainsi qu'on lit dans *les Mondes* 31 mai 1866, p. 197, dans une communication de M. Secchi: „la masse du soleil doit consister non seulement en matières à l'état de gaz, mais même à un état que les chimistes appellent dissociation, c'est-à-dire à l'état où les corps sont sous leur forme élémentaire et simple, mais où ils ne se combinent pas parce qu'ils en sont empêchés par leur température élevée."

Dans la même livraison, p. 212, M. Deville en rapportant quelques expériences de dissociation, s'exprime ainsi: „que tous ces corps sont soumis à la loi de décomposition successive ou dissociation". Cette expression n'est également pas identique à la définition primitive d'une *décomposition partielle.*

En général, la rigueur mathématique fait souvent défaut à cette théorie, ce qui explique le vague de la terminologie.

I.

M. Deville a cherché à prouver, par différentes expériences, que la température de décomposition est située au-dessous de la température calculée de la flamme. Or ceci n'est pas necessaire s'il s'agit simplement de démontrer que la première température peut être inférieure à la seconde, car cette possibilité se laisse déduire, à priori, des considérations suivantes.

J'admets avec M. Deville qu'à une chaleur suffisante tous les corps se décomposent en leurs éléments. Cette décomposition commence nécessairement, pour chaque corps, à une température invariable, température qui dépend peut-être de la pression, mais qui en tout cas reste la même pour une pression donnée. Appelons-la la température de décomposition.

La température de la flamme peut être calculée au moyen de la chaleur de combustion des éléments et de la chaleur spècifique de la combinaison, lorsqu'on admet que la chaleur produite est employée en entier à élever la température du gaz formé, et que la chaleur spécifique ne varie pas aux températures élevées, ce qu'on peut regarder comme à peu près exact dans beaucoup de cas. Ainsi, par exemple, 1 gramme H, en se combinant avec 8 gr. O, développe 29413 calories (la calorie rapportée à un gramme d'eau); 1 gr. de gaz tonnant développe donc $\frac{29413}{9} =$ $= 3268$ calories. En prenant 0,475 pour la chaleur spècifique de la vapeur d'eau, on trouve $\frac{3268}{0,475} = 6880°$ pour la température de la flamme. Dans la combinaison de 1 gr. H avec 35,5 gr. Cl. il se dégage 23783 calories; la chaleur spécifique de Cl H étant $= 0,185$, il en résulte que la température est exprimée dans ce cas par $\frac{23783}{36,5 \times 0,185} = 3518°$.

Pour la flamme de l'oxyde de carbone et de l'oxygène le calcul donne 7067°.

Ceci suppose, toutefois, que la température des éléments est

= 0° avant la combinaison; que, par exemple, du gaz tonnant à 0° se transforme en vapeur d'eau par l'effet d'une seule étincelle électrique, dont la chaleur est assez faible pour que nous puissions la négliger. Lorsque la température avant la combinaison diffère de 0°, la température calculée de la flamme prend aussi une autre valeur.

Soit k la quantité de chaleur développée quand 1 gr. H s'unit à 35,5 gr. Cl. pour former 36,5 gr. Cl H; a la somme absolue d'énergie du mélange des éléments, b celle de la combinaison, toutes deux à 0°; on a l'équation [1]:

$$a = k + b \quad \text{ou} \quad a - b = k.$$

Les chaleurs spécifiques par gramme, comparées à celle de l'eau, sont (Clausius, *Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie*, p. 296):

H	3,409
Cl	0,1210
Cl H	0,1852

et, en conséquence, par équivalent:

1 gr.	H	3,409	7,704
35,5 „	Cl	4,295	
36,5 „	Cl H	6,760	

D'après cela, on trouve à $t°$ pour la chaleur de combinaison:
$k' = a + 7{,}704\,t - (b + 6{,}760\,t) = a - b + 0{,}944\,t = k + 0{,}944\,t$, ainsi qu'il a déjà été établi antérieurement par M. Kirchhoff et en premier, paraît-il, par Watt [2]. La température calculée de la flamme, T, qui pour $t = 0°$ est $= \frac{k}{6{,}760} = 3518°$, devient maintenant:

$$T = t + \frac{k + 0{,}944\,t}{6{,}760}$$

On trouve, par exemple, pour $t = 100°$ $T = 3632$
$t = 1000°$ $T = 4658$

---

[1]) Pogg., *Ann.* T. CXXII, p. 441.
[2]) *Phil. Mag.* Avril 1865, p. 279.

Il est à remarquer que ces résultats ne diffèrent guère de ceux qu'on obtiendrait si la chaleur de combinaison était indépendante de la température. Dans ce cas la différence $T - t$ serait toujours égale à 3518°.

La température calculée

$$T = t + \frac{k + 0{,}944\ t}{6{,}760} = t + 3518 + 0{,}139\ t$$

est donc une fonction de t, et si nous appelons la température de décomposition τ, on peut avoir $T <, =$ ou $> \tau$. Quand $T < \tau$, la flamme a la température T; lorsque, au contraire, on a $T > \tau$, le gaz produit ne possédera pas dans la flamme la température T mais la température τ.

En supposant, par exemple, qu'on eût $\tau = 4000°$ pour l'acide chlorhydrique, la température de la flamme serait $= 3518°$ pour $t = 0$; pour $t = 1000°$, au contraire, elle ne serait pas $=$ 4658°, mais $=$ 4000°.

On voit d'après cela que dans chaque combustion, sous les conditions convenables, le cas doit se présenter que la température de la flamme reste inférieure à sa valeur calculée.

Qu'on se représente un vase rempli de chlore et d'hydrogène en proportions équivalentes et à une température qui dépasse la température de décomposition τ. Le vase venant à se refroidir, dès que la température τ aura été atteinte il se formera de l'acide chlorhydrique, et la température ne pourra s'abaisser davantage qu'après que la masse entière sera entrée en combinaison. De la chaleur se dégage pendant la combinaison; pourtant nous admettons que la température ne s'élèvera pas au-dessus de τ, ce qui s'explique par analogie avec ce qui a lieu dans la condensation. Celle-ci, en effet, sous une pression d'une atmosphère, s'opère régulièrement à 100° et avec un dégagement continu de chaleur. Dans les deux cas l'action ne s'effectue qu'au fur et à mesure que de la chaleur est perdue par le vase.

En outre, pour l'acide chlorhydrique, la pression, en vase fermé, ne variera pas pendant la durée de la combinaison, parce que le volume gazeux ne change pas lorsque les éléments de

l'acide chlorhydrique s'unissent. Mais lorsqu'il se fait une contraction, comme dans le gaz tonnant, cette circonstance peut influer sur les phénomènes calorifiques.

Si le refroidissement continue, les gaz restent combinés, et, finalement, la condensation s'opère.

Met-on en contact les gaz, par exemple le chlore et l'hydrogène, chauffés séparément à une température voisine de la température de décomposition, alors il se forme une petite quantité d'acide chlorhydrique; mais la chaleur mise en liberté ne tarde pas à échauffer le mélange jusqu'à τ, et la combinaison ne peut avancer qu'à mesure des pertes que la chaleur éprouve.

Quand on échauffe un mélange de chlore et d'hydrogène, la combinaison n'a lieu qu'à une certaine température qu'on peut appeler la température de combinaison ϑ. Sous une même pression, ϑ et τ sont deux températures absolument constantes pour chaque gaz. Dans l'intervalle entre ϑ et τ les deux gaz s'unissant directement; au-dessous de ϑ on peut se figurer la combinaison provoquée par une étincelle électrique.

Soit t la température du mélange; la proportion d'acide formé (en supposant qu'aucune portion de chaleur ne se perde) croîtra avec la différence $\tau - t$.

Il est facile de calculer quelle est cette proportion. Représentons-nous 1 gramme d'hydrogène et 35,5 gr. de chlore renfermés dans un vase imperméable à la chaleur. Comme nous venons de le dire, il y aura immédiatement combinaison si t est compris entre ϑ et τ; si t est situé au-dessous de ϑ on supposera la combinaison produite à l'aide de l'étincelle électrique.

Soit x la proportion de la masse qui entre en combinaison; il se formera 36,5 x gr. d'acide chlorhydrique, tandis que 36,5 $(1 - x)$ gr. resteront à l'état de non-combinaison. La chaleur de combinaison est, pour la température t°:

$$k + 0{,}944\ t$$

la quantité de chaleur qui se dégage est donc:

$$36{,}5\ x\ (k + 0{,}944\ t)$$

Cette chaleur échauffe de t a τ les 36,5 x gr. d'acide chlorhy-

drique et les 36,5 $(1 - x)$ gr. du mélange. Or les quantités de chaleur nécessaires pour cela étant respectivement

$$36{,}5\ x\ (\tau - t)\ 6{,}760 \text{ et } 36{,}5\ (1 - x)\ (\tau - t)\ 7{,}704$$

on a l'équation:

$$36{,}5\ x\ (k + 0{,}944\ t) = 36{,}5\ x\ (\tau - t)\ 6{,}760 + 36{,}5\ (1 - x)\ (\tau - t)\ 7{,}704$$

ou, après réduction:

$$x\ (k + 0{,}944\ t) = (\tau - t)\ \{6{,}760\ x + (1 - x)\ 7{,}704\} = (\tau - t)\ \{7{,}704 - 0{,}944\ x\}$$

d'où l'on tire:

$$x = \frac{(\tau - t)\ 7{,}704}{k + 0{,}944\ \tau} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

k est ici environ $= 23783$.

Pour $t = \tau$, on a $x = 0$; aucune combinaison ne se fait. Quand x est $= 1$, cela signifie que la masse entière se combine; on a alors:

$$(\tau - t)\ 7{,}704 = k + 0{,}944\ \tau$$

d'où l'on déduit:

$$\tau = t + \frac{k + 0{,}944\ t}{6{,}760}$$

formule qui est identique à celle trouvée plus haut pour la température calculée T. Par conséquent, aussitôt que T est $= \tau$, et à fortiori quand on a $T < \tau$, toute la masse se combine en une fois.

La formule (1) montre que la proportion x peut être calculée dès que la température de décomposition est connue, et réciproquement.

M. Deville évalue cette température, pour la vapeur d'eau, à 2500°, et trouve par suite $x = 0{,}44$.

Dans beaucoup de cas, comme on voit, il ne se fera d'abord qu'une combinaison partielle au sein de la masse, dont le reste ne se combinera qu'à mesure du refroidissement. Il faut remarquer, à ce sujet, que l'explosion ne peut être regardée comme un signe de combinaison totale; car elle dépend de la pression, laquelle, une fois la température T atteinte, ne change plus avec les progrès ultérieurs de la combinaison si aucune contraction n'a lieu, et décroît

même au cas où une pareille contraction s'opère (gaz tonnant) [1]).

Ce qui précède concerne les gaz qui absorbent de la chaleur pendant la décomposition. Lorsque c'est l'inverse qui a lieu, comme pour NO, les phénomènes sont autres. Le gaz se décompose alors subitement; une destruction partielle, par échauffement, devient impossible, la décomposition de chaque particule provoquant celle des particules voisines. Les gaz NO, Cl O, Id H etc. qui appartiennent à ce groupe, ne se forment pas par échauffement du mélange de leurs éléments.

Dans les considérations qui viennent d'être exposées, on s'est servi de la chaleur spécifique à pression constante; les résultats se rapportent, par conséquent, au cas d'une combustion sous pression constante, ou d'une combinaison s'opérant dans un récipient, tel qu'un eudiomètre par exemple, où la pression puisse être maintenue égale. Si, au contraire, le récipient offrait une capacité invariable, il faudrait appliquer la chaleur spécifique à volume constant, ce qui, du reste, n'apporterait aucune modification essentielle au résultat final. Pour ce motif, je n'ai pas cru devoir répéter les calculs relatifs à ce cas.

Je me suis occupé ici avec quelque détail des phénomènes physiques que présentent les combinaisons, parce qu'ils se laissent déduire comme conséquences nécessaires de propositions connues, et parce qu'il est indispensable d'en tenir compte pour l'appréciation de la théorie de la dissociation.

M. Deville a cherché à déterminer expérimentalement la température de décomposition. Ainsi qu'il le remarque, on n'atteint pas le but en faisant simplement passer le gaz à travers un tube chauffé: les éléments gazeux peuvent bien se séparer, mais ils se recombinent dès qu'ils se sont suffisamment refroidis. M. Deville s'y est donc pris de la manière suivante pour trouver le température cherchée. La température calculée de la flamme du gaz chlorhydrique est $= 3518°$, quand la température avant la com-

[1]) L'explosion, ne fût-ce qu'en raison de la faible conductibilité des gaz pour la chaleur, ne saurait être instantanée, comme M. Bunsen l'a fait observer (*Gasometrische Methoden*, p. 256.)

binaison est égale à 0°; le platine, dont le point de fusion se trouve vers 2000°, devrait donc s'y liquéfier, ce qui n'a pas lieu. De même la flamme du gaz tonnant, qui devrait avoir une température de 6800°, ne dépasse jamais, d'après M. Deville, celle de 2500°. Il en résulterait que la température de décomposition de l'acide chlorhydrique serait située au-dessous de 2000°, et celle de la vapeur d'eau aux environs de 2500°.

Ces conclusions ne me paraissent pas, néanmoins, à l'abri de toute objection. En ce qui concerne la flamme du mélange chlorhydrique, M. Debray [1]) a fait observer que la température de la flamme doit dépasser considérablement le point de fusion du platine, parce que le platine incandescent rayonne beaucoup de chaleur et se trouve, par conséquent, en équilibre thermique à une température inférieure. Or M. Deville n'a nullement fait voir que cette observation ne suffise pas à expliquer la différence de température dont il s'agit.

Pour ce qui regarde la flamme de l'hydrogène, M. Deville est arrivé de la manière suivante à la fixer à 2500°. Il fond du platine, dans un fourneau en chaux, au moyen de la flamme du gaz tonnant, dont la température est supposée égale à celle du platine. Le métal est versé dans l'eau, et on détermine l'élévation de température qui en résulte pour cette eau; on peut alors, d'après la méthode des mélanges, calculer la température du platine. M. Deville ne dit pas de quelle manière il s'est assuré que la température du platine et celle de la flamme du gaz tonnant sont égales entre elles. Sans doute il en sera bien à peu près ainsi, après une durée suffisante de l'expérience. En admettant toutefois, avec M. Debray, qu'il faille 180 litres de gaz tonnant pour fondre un kilogramme de platine (à 2000°), ce ne serait qu'au bout d'un temps fort long que le platine pourrait atteindre 6800°, en supposant que ce fût là la température de la flamme. Le platine fondu étant ensuite versé dans l'eau, il arrive toujours (p. 330) qu'une certaine quantité d'eau est décom-

[1]) *Société de Chimie* 1861, p. 68.

posée: il y a production de gaz tonnant, d'après l'expérience bien connue de M. Grove. Mais dans cette décomposition une quantité notable de chaleur devient latente, chaleur dont M. Deville paraît ne pas avoir tenu compte, bien qu'il en résulte nécessairement une valeur trop faible pour la température calculée du platine. Dire de combien cette valeur aura été trouvée trop faible, c'est ce qui est impossible, la quantité de gaz tonnant formé n'ayant pas été indiquée. Il se peut que M. Deville ait trouvé que cette circonstance n'exerce qu'une influence insignifiante; pour une expérience fondamentale, il serait important toutefois de préciser cette influence.

Bien que, d'après cela, ces expériences ne puissent être considérées comme tout à fait inattaquables, je suis porté à croire, néanmoins, que la proposition de M. Deville est vraie en général, et qu'il est permis de dire:

Dans toute combustion la température réelle de la flamme peut, dans les conditions convenables, rester au-dessous de la température calculée.

D'après les expériences, il est probable que ce cas se présente dans la flamme du gaz tonnant pour $t = 0°$.

II.

M. Deville regarde la température de décomposition comme dépendante de la pression. Sans doute on ne peut affirmer, à priori, qu'il ne saurait en être ainsi; mais la simple possibilité ne suffit pas pour établir une proposition qu'on choisit comme point de départ d'une théorie.

M. Deville fonde son opinion sur l'analogie qui existe entre la condensation et la combinaison chimique. Nous avons déjà reconnu plus haut qu'en effet une certaine analogie rapproche ces deux phénomènes: dans les deux cas de la chaleur se dégage, et la condensation, comme la combinaison chimique, ne peut faire de progrès en vase fermé, que pour autant que de la chaleur soit enlevée. Jusque-là l'analogie est complète. Mais M. Deville va

plus loin: de même que, en vase clos, la température du point de condensation de la vapeur d'eau varie avec la pression, de même M. Deville regarde la température à laquelle le gaz tonnant se transforme en vapeur d'eau comme étant aussi une fonction de la pression. Dans le premier cas, à chaque abaissement de température une certaine quantité d'eau se formera; en pareil vase, à toute température inférieure au point de condensation, il n'y aura donc qu'une partie de l'eau à l'état de vapeur; il y aura *évaporation partielle.* Par analogie M. Deville admet que le gaz tonnant donne lieu aussi, au-dessous de la température de décomposition qui correspond à la pression, à une formation partielle de vapeur d'eau. Une portion de la matière est alors à l'état de vapeur d'eau, le reste est demeuré à l'état de gaz tonnant. Réciproquement, si l'on n'a d'abord que de la vapeur d'eau et qu'on l'échauffe, par exemple à 1500^c, une partie se transformera en gaz tonnant. La vapeur d'eau est alors à l'état de dissociation ou *état de décomposition partielle.*

Poursuivant le même ordre d'idées, M. Deville, par analogie avec la tension de la vapeur d'eau, parle aussi de la *tension de dissociation* du gaz tonnant formé.

C'est donc principalement sur cette analogie que M. Deville appuie les propositions II, III et IV, que nous avons formulées plus haut. On doit se demander toutefois si l'on est bien en droit de pousser l'analogie si loin. Je ne le pense pas. Les phénomènes offerts par la vapeur d'eau et par le gaz tonnant ne sont analogues que parce qu'on trouve, et pour autant que l'on considère, dans les deux cas, des actions calorifiques accompagnant des changements d'état qui se produisent à des températures déterminées. Ces actions sont toujours les mêmes, qu'il s'agisse de la condensation ou de la combinaison chimique, de la fusion ou du passage d'un corps à un état allotropique ou isomérique. Elles ne me paraissent donc pouvoir fournir aucune preuve d'une correspondance ultérieure entre les phénomènes assimilés par M. Deville.

La proposition en question n'a d'ailleurs jamais été démontrée expérimentalement; et quand on réfléchit que la température de

décomposition n'est connue, même approximativement, que pour un bien petit nombre de substances, on ne s'étonne pas que l'on ne sache absolument rien au sujet des variations que la pression peut apporter à cette température.

Si la proposition était vraie il en résulterait que le gaz tonnant, par une compression suffisante, se changerait en vapeur d'eau, laquelle repasserait à l'état de gaz tonnant à mesure que la pression diminuerait. Or, je ne sache pas qu'un seul exemple d'un tel phénomène soit connu. On n'a jamais pu transformer le gaz tonnant en vapeur d'eau en le comprimant; l'ammoniaque, qui pourtant se décompose assez facilement par la chaleur, n'a également rien offert de pareil.

Quand on poursuit la comparaison entre la condensation et la combinaison, au lieu d'analogies nouvelles ce sont plutôt des différences notables qu'on découvre.

Dans la condensation, comme dans la solidification ou congélation, il se dégage constamment de la chaleur. Mais l'influence de la pression n'est pas la même dans les deux cas; de la vapeur se condense par la pression, ou, en d'autres termes, la température de condensation s'élève; quant au point de congélation, généralement il s'élève aussi sous l'influence de la pression, mais pour l'eau il s'abaisse. D'après la théorie mécanique de la chaleur cette différence se rattache aux changements que le volume éprouve pendant la fusion. La vapeur d'eau occupant un volume plus grand que l'eau à laquelle elle donne naissance, on conçoit que le rapprochement des molécules par la pression doive déterminer la condensation à une température supérieure. La même considération s'applique à la congélation dans les cas où elle s'accompagne d'une diminution de volume; la distance des molécules est alors moindre à l'état solide qu'à l'état liquide; leur rapprochement au moyen de la pression favorise par suite la solidification, élève la température à laquelle elle a lieu. Mais lorsque la solidification amène une augmentation de volume, comme on l'observe pour l'eau, la pression exerce une action contraire; le point de congélation s'abaisse à mesure que la pression croît.

L'influence de la pression est donc en relation directe avec les variations du volume.

D'après cette analogie les gaz qui se forment sans contraction, comme l'acide chlorhydrique, auraient une température de combinaison indépendante de la pression; ce ne serait que dans les cas, tels que celui de la vapeur d'eau, où une contraction s'opère, que la pression pourrait provoquer la combinaison. C'est là une distinction à laquelle la comparaison, poursuivie jusqu'au bout, conduit naturellement, et dont M. Deville a négligé de tenir compte. Il se peut, bien que cela ne me semble pas probable, que l'expérience vienne confirmer, à posteriori, l'analogie qu'il suppose; mais, en tout cas, je ne crois pas qu'il soit permis de l'admettre à priori.

Ainsi donc, sans vouloir affirmer la fausseté de la proposition que nous venons d'examiner, je dois dire qu'elle ne me paraît nullement démontrée, et même, en ce qui concerne les gaz non contractés, fort peu vraisemblable.

III.

Si la seconde proposition manque de preuve, il en est de même, et à plus forte raison, de la troisième. Et lors même que la seconde serait solidement établie, c'est-à-dire que la température de décomposition des gaz composés serait dépendante de la pression, la troisième proposition resterait tout aussi problématique.

C'est encore par l'analogie avec ce qui se passe dans la condensation de la vapeur d'eau, que M. Deville la justifie: „Si (p. 295) dans tous les faits qui viennent d'être exposés nous remplaçons le mot condensation par le mot combinaison, le mot ébullition par le mot décomposition; si au lieu de parler d'un liquide qui donne des vapeurs, on parle d'un corps composé qui se résout en ses éléments, si on fait intervenir la chaleur latente de décomposition au lieu de la chaleur latente des vapeurs, on voit que tout est absolument parallèle dans les phénomènes qu'on attribue aujourd'hui à l'affinité et à la cohésion. La nomenclature reste la même, seulement il faut trouver un mot qui dans les

phénomènes de la transformation partielle d'un corps composé en ses éléments, corresponde à l'évaporation ou transformation partielle d'un liquide en vapeur. C'est le mot *dissociation* que j'ai proposé depuis longtemps et que je vous propose encore aujourd'hui d'adopter pour exprimer le fait correspondant à ce que nous appelons *évaporation*."

J'ai déjà déclaré plus haut que l'analogie me semble ici poussée beaucoup trop loin. La vapeur d'eau, dit-on, se réduirait déjà en gaz tonnant au-dessous de la température de décomposition, quoique seulement partiellement. Mais l'eau se transforme en vapeur à toute température, tandis que la vapeur d'eau ne se résout en gaz tonnant qu'à une température très élevée. L'eau bout à 100°, c'est-à-dire que la vapeur a, dans ce cas, la force nécessaire pour vaincre la pression de l'atmosphère qui pèse sur elle, et pour se faire place; cela est en connexion, par conséquent, avec la circonstance que la vapeur occupe un volume plus grand que l'eau. Or, une condition équivalente fait complétement défaut aux gaz qui s'unissent sans contraction, et qui sont pourtant, d'après M. Deville, soumis à la dissociation. En opposition avec *l'état de décomposition* chez les gaz et *l'état d'ébullition* chez les vapeurs, M. Deville parle de gaz qui se trouvent à l'état de dissociation comme de vapeurs à l'état d'évaporation. Mais cet état d'évaporation, dans le sens qu'on y attache ici, ne trouve nullement sa raison d'être dans la nature même des vapeurs; il ne s'établit qu'eu égard à un volume déterminé; la transformation en vapeur est complète dès qu'un espace suffisant est offert. Je ne vois donc pas comment il pourrait y avoir de l'analogie entre l'évaporation, qui peut être totale, et une décomposition ou dissociation qui, pour une température et une pression déterminées, restera toujours partielle. Il est, en outre, assez difficile de saisir quelle valeur peut avoir l'énoncé que le gaz tonnant est à l'état de dissociation, puisqu'il est analogue à l'expression: que la vapeur d'eau se trouve à l'état d'évaporation. Et pourtant cet état de dissociation est considéré comme la cause de certains phénomènes.

Que d'ailleurs M. Deville ne compare pas l'état de dissociation à l'état de non-saturation des vapeurs, c'est ce qui résulte clairement du passage cité.

IV.

Voici comment M. Deville détermine, pour la vapeur d'eau, la tension de dissociation qu'il admet par analogie avec la tension des vapeurs. Si l'on provoque, au moyen d'une étincelle électrique, l'explosion d'une certaine quantité de gaz tonnant dans un récipient athermane, une partie seulement de la masse se combinera, en supposant que la température de décomposition soit de 2500°. Cette partie s'élève à 0,44 quand la température initiale est de 0°, comme nous l'avons vu plus haut, paragraphe I. On a donc dans le récipient un mélange de 0,44 de vapeur d'eau et 0,56 de gaz tonnant, le tout à la température de 2500°. Si la pression totale de ce mélange est $= 760^{mm}$, celle qui est exercée par la vapeur d'eau est, d'après M. Deville, $= 0,44 \times 760 = 334^{mm}$, et celle qui revient au gaz tonnant $= 426^{mm}$. C'est cette dernière qui est appelée par l'auteur *la tension de dissociation du gaz tonnant*, et au sujet de laquelle il dit p. 292: „Si je continue ma comparaison entre les phénomènes de combinaison et de condensation, je dirai que la température fixe de combinaison de l'hydrogène et de l'oxygène, à la pression de 426 millimètres de mercure, est de 2500°, de même que le point fixe de condensation ou point de rosée de la vapeur d'eau, est de 84°,6 à la même pression de 426^{mm}..... Dans la flamme à 2500°, le gaz tonnant est mélangé avec de la vapeur d'eau, sa pression est de 426^{mm}, la tension totale étant 760^{mm}."

Ceci me paraît toutefois, pour plus d'un motif, inadmissible. La tension maximum de la vapeur dépend uniquement de sa température; au contraire la valeur 0,44, d'où M. Deville déduit la tension de dissociation, est dépendante, en outre, de la température initiale des gaz (égale à 0° dans le cas actuel), et sup-

pose que les parois du récipient soient absolument imperméables à la chaleur. Si cette condition n'est pas réalisée il se forme une plus grande proportion de vapeur d'eau, bien que la température reste à 2500°, et le nombre 0,44 change, de même que la tension qui s'en déduit.

Mais quand même la valeur 0,44 ne varierait, comme la tension de la vapeur, qu'avec la température, on ne pourrait pas encore accepter le calcul par lequel M. Deville établit la tension de dissociation. Comme la combinaison de l'oxygène et de l'hydrogène s'accompagne de contraction, la pression exercée par le produit de la combinaison ne sera pas proportionnelle à la masse des gaz combinés. Le volume de la masse 0,44 de gaz tonnant s'est réduit aux ⅔ pendant la combinaison; par conséquent, les volumes de la vapeur d'eau et du gaz tonnant sont entre eux comme $\frac{2}{3}\ 0{,}44 = 0{,}29 : 0{,}56$, et la tension de dissociation devrait être, en tout cas, de $\frac{0{,}56}{0{,}85}\ 760^{mm} = 501^{mm}$ au lieu de 426^{mm}.

En outre, tout ce calcul repose sur la loi daltonnienne d'une pression partielle, loi dont l'exactitude ne saurait plus guère être admise aujourd'hui.

La théorie de M. Deville découle principalement de l'idée que les deux phénomènes de la condensation et de la combinaison chimique sont dus, au fond, à la même action moléculaire. Mais on ignore complétement comment les molécules se comportent pendant la combinaison chimique, et quant à la condensation, si la théorie de M. Clausius rend compte jusqu'à un certain point des phénomènes, ce n'est jusqu'à présent que d'une manière très générale. L'analogie ne saurait donc être déduite de la nature des causes; et comme d'un autre côté les effets n'offrent pas non plus une correspondance à l'abri de tout doute, il me semble fort hasardé, et nullement dans l'intérêt de la science, d'admettre à priori, dans les deux cas, un mode d'action analogue.

RECHERCHES DE M. DEVILLE SUR LA FLAMME.

M. Deville a cherché à montrer expérimentalement que la température de la flamme est inférieure de beaucoup à la température calculée. Dans une flamme d'oxyde de carbone et d'oxygène, longue de 7 à 10 centimètres, il détermine, en différents points, les quantités relatives des gaz. Au voisinage de l'orifice d'écoulement se trouve un cône non éclairant d'environ 1 centimètre de hauteur; dans cet espace la combinaison des gaz ne s'effectue pas encore. La composition de la flamme est déterminée par M. Deville à l'aide d'un procédé très ingénieux; il trouve que la proportion d'oxyde de carbone décroît depuis l'orifice jusqu'à l'extrémité du dard où elle est $= 0$. La température s'élève à mesure qu'on descend de l'extrémité vers l'orifice et atteint son maximum dans le cône obscur; cette température est appréciée au moyen des apparences que présente un fil de platine plongé dans la flamme. La température la plus haute se montrant dans la partie de la flamme où il n'y a pas de combustion, M. Deville en conclut que l'acide carbonique ne peut exister à la température théorique; une partie de la chaleur dégagée se porte sur l'oxyde de carbone sortant de l'orifice, qui atteint tout juste une température trop élevée pour que l'acide carbonique puisse se former. D'après les considérations développées plus haut, dans le paragraphe I, cette explication peut être adoptée. Le décroissement concomitant de la proportion d'oxyde de carbone et de la température, est expliqué par M. Deville au moyen de l'application à l'acide carbonique des propositions troisième et quatrième. En effet, l'acide carbonique chauffé dans un tube de porcelaine se décompose partiellement en oxyde de carbone et oxygène vers 1000°, et en proportion d'autant plus forte que la température est plus élevée. La quantité d'oxyde de carbone et la température décroissent donc simultanément, tout comme on l'observe dans la flamme depuis l'orifice jusqu'à la pointe.

Il me semble toutefois que cette circonstance trouve son explication dans des lois connues. La détermination expérimentale de l'oxyde de carbone dans la flamme est superflue si l'on veut simplement faire voir que sa proportion diminue. La flamme est l'effet de la combinaison chimique, et il va sans dire que là où il n'y a plus de combinaison il ne saurait plus y avoir de flamme. La flamme persiste aussi longtemps qu'il y a encore de l'oxyde de carbone dans le mélange gazeux.

M. Deville ajoute 1 à 2 pour cent d'azote au mélange d'oxyde de carbone et d'oxygène. Il détermine alors à différentes hauteurs les proportions d'oxyde de carbone et d'azote contenues dans les gaz de la flamme; le rapport de ces proportions indique la quantité d'oxyde de carbone non combiné. On peut ainsi déduire des nombres de M. Deville le tableau suivant: dans la première colonne se trouvent les distances mesurées à partir de l'origine de la flamme et exprimées en millimètres, dans la seconde les quantités d'oxyde de carbone pour 1 vol. d'azote.

mm.			
0	29	28	0,4
10	6,7 5,9	35	0,3
12	2,8	44	0,14
15	1,5	54	0,09
18	0,6	67	0,003

Il ressort de ce tableau que dès les premiers 10 millim. les $\frac{4}{5}$ environ de l'oxyde de carbone se sont déjà convertis en acide carbonique. C'est donc dans cet espace que doit se produire, nécessairement, le plus grand dégagement de chaleur. Mais on doit aussi y trouver la température la plus élevée. Le gaz échauffé perd très rapidement sa chaleur par le rayonnement et par le contact de l'air, comme on peut le déduire de la circonstance que la chaleur baisse considérablement à l'instant même où l'on ferme le robinet. L'acide carbonique a donc déjà perdu la plus grande partie de sa chaleur dans les parties supérieures de la

flamme, de sorte qu'en chaque point la température dépend principalement de l'action chimique qui se passe en ce point.

M. Deville trouva la température la plus élevée au sommet obscur du cône intérieur, point où, d'après lui, aucune action chimique n'a lieu. Cette dernière assertion ne s'accorde pourtant pas tout à fait avec les résultats communiqués p. 302. M. Deville y dit que la plus forte chaleur s'observe à „10 millimètres (au-dessus de l'ouverture), au sommet du cône intérieur, un peu en dedans"; mais si l'on prend la proportion d'oxyde de carbone comparativement à celle d'azote, on trouve, comme nous l'avons rapporté plus haut, 29 à l'ouverture et seulement 6,7 au point dont il s'agit.

En tout cas la température doit être très élevée dans la partie de la flamme où la combinaison ne s'effectue pas encore, car:

1°. Cette partie est enveloppée de tous côtés par l'acide carbonique formé;

2°. Peut-être y trouve-t-on réalisée la condition dont nous avons traité dans le paragraphe I. Si la température réelle de l'acide carbonique est inférieure à la température calculée, il est impossible que la totalité du mélange gazeux se transforme à la fois en acide carbonique; une portion reste à l'état de mélange, mais partage la température de l'acide carbonique qui a pris naissance.

3°. Il faut tenir compte aussi du pouvoir émissif inégal des gaz pour la chaleur. D'aprés M. Tyndall, ce pouvoir est plus grand pour l'acide carbonique que pour l'oxyde de carbone, et pour l'oxygène il est presque = 0. L'acide carbonique produit rayonnera donc plus de chaleur que les gaz non combinés, et ceux-ci pourront, par suite, avoir une température plus élevée.

Il ne serait donc pas impossible que, dans certains cas, la température la plus haute régnât dans la partie inférieure de la flamme, là où aucune action chimique ne se manifeste.

Le décroissement simultané de la quantité d'oxyde de carbone et de la température se laisse donc expliquer au moyen de faits connus, et ne semble nullement réclamer l'intervention d'une théorie nouvelle, telle que celle de la dissociation.

Un seul point reste encore à éclaircir. Lorsque de l'oxyde de carbone, ou de l'hydrogène, brûle dans l'atmosphère, la flamme doit nécessairement avoir une certaine longueur, puisque les parties intérieures du gaz qui afflue à l'ouverture n'arrivent pas immédiatement au contact de l'oxygène exigé pour leur combustion. Mais quand c'est du gaz tonnant, ou de l'oxyde de carbone mélangé d'oxygène, qui brûle à l'air libre, on peut se demander pourquoi toute la masse n'entre pas en combinaison à l'orifice même, de manière à ne produire qu'une flamme très courte. Mais si, en pareil cas, la température de décomposition du produit de la combustion est au-dessous de la température calculée, il est évident, d'après la proposition I, que la combinaison ne pourra s'opérer d'abord que dans une partie de la masse, dont le reste sera entraîné et ne brûlera qu'à une certaine distance de l'ouverture.

On voit que la première des propositions de M. Deville suffit à rendre compte du résultat de ses expériences, et qu'on n'a nullement besoin d'appeler les deuxième et troisième propositions à son aide; les expériences ne sauraient donc, contrairement à l'opinion de M. Deville, apporter aucune confirmation à ces propositions.

M. Deville compare la flamme du gaz tonnant à un jet de vapeur. Dans la flamme, on trouve au voisinage de l'orifice un cône à l'intérieur duquel il ne se forme pas de vapeur d'eau; de là jusqu'à l'extrémité de la flamme, une proportion croissante de vapeur d'eau et, en même temps, une diminution continue de la température.

A l'égard du jet de vapeur, M. Deville s'exprime ainsi (p. 304): „Quand un jet de vapeur se projette dans l'atmosphère sous une faible pression, il se produit un cône intérieur où la condensation est nulle. A partir de l'orifice (ou plus exactement du sommet de ce cône) et en montant, la température va en diminuant, et la quantité d'eau condensée va en augmentant à cause du rayonnement et à cause du contact de l'air. Par suite, la tension décroît elle-même jusqu'à devenir nulle au sommet du jet de

vapeur, si la température ambiante est suffisamment basse..... On voit jusqu'à quel point se confondent dans ces phénomènes les effets de deux forces, deux agents hypothétiques que l'on appelle l'affinité et la cohésion."

Il est vrai que dans un jet de vapeur, comme dans la flamme du gaz tonnant, la température est le plus élevée près de l'orifice; mais, à part cela, et d'après les résultats de la théorie mécanique de la chaleur, les phénomènes sont tout autres.

Suivant cette théorie (Zeuner, *Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie*, 2e éd. p. 412), quand de la vapeur saturée parfaitement sèche se trouve contenue dans un générateur, une partie de cette vapeur se condense en eau pendant qu'elle afflue vers l'orifice. A l'intérieur du jet il se forme un cône court, de couleur grise, qui se compose de vapeur mélangée d'eau et non, comme le dit M. Deville, de vapeur pure. En dehors de ce cône, la vapeur se trouve au contraire à l'état surchauffé; c'est donc précisément l'inverse de la condensation qui se produit. La vapeur se dilate sous pression constante et, en même temps, son mouvement se transforme en chaleur. C'est seulement plus loin que le jet, refroidi par le contact de l'air, laisse condenser de nouveau de la vapeur. Les choses se passent donc dans un jet de vapeur d'une manière presque diamétralement opposée à celle que M. Deville admet, ce qui fait disparaître immédiatement l'analogie présumée entre la vapeur et le gaz tonnant. D'après l'analogie, si elle existait véritablement, le cône intérieur devrait être constitué par un mélange de gaz tonnant et de vapeur d'eau, et le reste de la flamme par du gaz tonnant pur.

De toutes les considérations qui précèdent je crois pouvoir déduire la conclusion suivante: Il n'y a pas analogie entre l'évaporation et la décomposition chimique; le mot *dissociation*, ou décomposition partielle, ne peut donc être conservé comme expression parallèle à celle *d'évaporation;* il en est de même de l'expression *tension de dissociation*, qui est fondée uniquement sur l'analogie présumée.

LES EXPÉRIÈNCES DE DISSOCIATION DE M. DEVILLE.

Les expériences communiquées sont, en substance, les suivantes: L'hydrogène conduit à travers un tube de terre poreuse diffuse avec l'air ambiant; à l'extrémité du tube on ne trouve plus que de l'air au lieu d'hydrogène.

Si l'on introduit le tube poreux dans un tube de porcelaine vernissée, et si l'on fait passer de l'hydrogène par le tube intérieur et de l'acide carbonique par l'espace annulaire compris entre les deux tubes, les deux gaz se substituent l'un à l'autre: il ne sort que de l'acide carbonique du tube intérieur, tandis que tout l'hydrogène arrive dans l'espace annulaire.

Comme la remarque en a été faite plus haut, on ne réussit pas à constater la décomposition de la vapeur d'eau par le simple passage à travers un tube incandescent: la vapeur qui a pu se décomposer se reforme pendant la refroidissement ultérieur. Il faut donc, après la décomposition, séparer les gaz qui en résultent. M. Regnault conduisait, à cet effet, la vapeur sur de l'argent fondu qui dissout l'oxygène. M. Deville emploie l'appareil à deux tubes cité en dernier lieu, et amène la vapeur dans le tube intérieur. Il évalue la température de ce tube à 1100—1300°. Une partie de la vapeur est décomposée, et l'hydrogène passe dans l'espace annulaire; cet hydrogène réduit de nouveau partiellement l'acide carbonique en oxyde de carbone.

Si l'on fait traverser un tube incandescent (la température n'est pas indiquée) par un courant d'acide carbonique humide, la vapeur d'eau est décomposée. On recueille toutefois une quantité moindre du gaz tonnant que dans l'expérience précédente, évidemment parce que les éléments, n'étant séparés que par l'acide carbonique, se recombinent avec plus de facilité. Si une partie échappe à la recomposition, c'est que, grâce à la vitesse du courant, les molécules gazeuses sont rapidement refroidies jusqu'au-dessous de la température de combinaison.

L'acide carbonique est réduit partiellement en oxyde de carbone et oxygène dans un tube chauffé à 1300°.

Une seconde série d'expériences se rapporte à l'emploi d'un tube chauffé au rouge, dans l'intérieur duquel est disposé un second tube que traverse un courant continu d'eau. On a ainsi dans un espace très restreint des températures extrêmement différentes.

L'oxyde de carbone est décomposé dans cet appareil en oxygène, qui forme de l'acide carbonique avec l'oxyde de carbone non décomposé, et en carbone qui se dépose sur le tube froid.

L'acide sulfureux se décompose en soufre et acide sulfurique anhydre. L'acide chlorhydrique est également décomposé, bien qu'à un degré beaucoup moindre. L'auteur présume que la décomposition de l'acide carbonique a lieu vers 1200°. Il ne cite, toutefois, que des expériences effectuées au moyen de l'étincelle électrique, et il peut sembler difficile de déterminer, dans des conditions pareilles, la température de l'acide carbonique qui se décompose.

Dans le même tube, un mélange d'azote, d'hydrogène et d'acide chlorhydrique donne lieu à la formation de chlorhydrate d'ammoniaque.

Toutes ces observations sont expliquées par M. Deville à l'aide de sa théorie de la dissociation et assimilées à ce qui se passe pendant l'évaporation. Tandis qu'à t° l'acide carbonique ou la vapeur d'eau se décompose complétement, à $1000° < t°$ il ne se décompose qu'une portion déterminée de la masse. Ainsi on lit (p. 315): „que cette expérience ne permet pas, en supposant même que la température soit connue, de calculer la tension de dissociation de l'acide carbonique à cette température, car une portion des gaz dissociés a pu se recombiner pendant le refroidissement." Et plus loin (p. 326), au sujet de la décomposition partielle de l'oxyde de carbone en acide carbonique et carbone: „Mais cette tension (de l'oxyde de carbone) est suffisante pour qu'on puisse, en la détruisant à chaque instant, obtenir la décomposition totale de l'oxyde de carbone en charbon et acide

carbonique." Ainsi, de même que l'eau n'éprouve qu'une évaporation partielle dans un espace circonscrit, bien que la masse entière puisse s'évaporer quand la vapeur formée est continuellement enlevée, de même l'oxyde de carbone ne se transformerait que partiellement en acide carbonique et carbone dans le cas où les produits de la décomposition ne sont pas éliminés à mesure qu'ils prennent naissance. J'avoue que je comprends difficilement comment la pression de l'acide carbonique formé pourrait empêcher la décomposition ultérieure de l'oxyde de carbone. Ce n'est pas par un accroissement de pression qu'on pourrait expliquer le phénomène; car l'oxyde de carbone et l'acide carbonique ayant même volume, et la réaction se faisant d'après l'équation $2\ CO = C + CO_2$, on obtient 1 volume d'acide carbonique à la place de 2 volumes d'oxyde de carbone, et la pression subit par conséquent une diminution. Mais l'explication proposée tombe d'elle-même si nous sommes en droit de regarder comme purement apparente l'analogie entre la condensation et la combinaison chimique. On peut continuer, si l'on veut, d'appeler les phénomènes en question phénomènes de dissociation, mais ils restent inexpliqués si la théorie d'une décomposition partielle est reconnue comme non fondée.

Il faut donc chercher une autre interprétation des expériences. M. Deville y regarde la décomposition partielle comme le point capital. Mais on peut déduire de lois déjà connues que, dans toutes les expériences citées, la décomposition doit nécessairement être partielle.

Quand un gaz se décompose à une certaine température, par exemple à 1000°, il ne s'ensuit pas que toute la masse gazeuse doive se décomposer dans le passage à travers un tube, car il n'est nullement démontré que toutes les portions du gaz puissent atteindre cette température pendant la courte durée du trajet. Pour l'eau, l'acide carbonique et, en général, tous les gaz expérimentés par M. Deville, il y a encore une autre circonstance dont l'influence est peut-être beaucoup plus considérable. Il est remarquable, en effet, que les expériences se rapportent précisé-

ment à des corps qui absorbent de la chaleur en se décomposant. Il n'est pas question d'un état de dissociation chez des substances, telles que NO, ClO, JdH, C_2N, CS_2, etc. qui dégagent de la chaleur pendant leur décomposition [1]). Il n'est pas probable, en effet, qu'une décomposition partielle ait lieu dans ces gaz. Mais lorsqu'une molécule de vapeur d'eau, par exemple, arrive à la température qui détermine la décomposition, elle absorbe en même temps une quantité notable de chaleur, et est ainsi une cause de refroidissement pour les molécules voisines. Même si la masse entière avait la température nécessaire, il n'y en aurait encore, en général, qu'une partie qui se décomposerait durant le passage à travers un tube chauffé au rouge. Lorsque au contraire la vapeur d'eau occupe un espace clos, il me semble que toute la masse doit finir par être décomposée si l'application de la chaleur est suffisamment prolongée. Il me semble difficile de comprendre pourquoi, à 1200° par exemple, quelques molécules se décomposeraient tandis que d'autres échapperaient à la décomposition, à moins que, ce qui n'est pas le cas ici, la décomposition des premières ne fît obstacle à celle des secondes en les refroidissant.

Il est clair que dans les tubes chaud et froid de M. Deville, la seule circonstance qu'à proximité du tube froid les particules gazeuses n'atteignent pas la température nécessaire, suffit à expliquer pourquoi la décomposition ne saurait être que partielle.

M. Deville, néanmoins, pense que si la décomposition est partielle, cela dépend de la basse température à laquelle elle s'effectue. Il explique de cette manière l'expérience bien connue de M. Grove, dans laquelle du platine fondu où même incandescent, jeté dans l'eau, dégage un peu de gaz tonnant, bien que la flamme du gaz tonnant puisse faire fondre le platine. Mais si, par l'effet seul de la chaleur, la vapeur d'eau se décompose à la température $t°$, la flamme ne peut avoir une température plus élevée, et, par conséquent, le platine ne peut être échauffé au-dessus de $t°$. L'auteur essaie de lever la contradiction au moyen de sa

[1]) Comparez à ce sujet: Fortschritte der Physik, Berlin, 1860, p. 379.

théorie, d'après laquelle la vapeur d'eau pourrait se décomposer, partiellement il est vrai, au-dessous de $t°$. Et cette décomposition à basse température, il la regarde comme démontrée par les expériences rappelées plus haut.

Je crains qu'une contradiction ne se trouve au fond de cette théorie. La vapeur d'eau, soumise à la seule action de la chaleur, se décompose à $t°$; cette décomposition fait des progrès successifs, et doit toujours devenir complète si la température reste constamment à $t°$, pourvu qu'on fournisse la quantité de chaleur nécessaire. Il se peut que la température $t°$ varie avec la pression, mais en tout cas, à pression constante, elle doit être toujours la même. A une température inférieure, aucune décomposition ne peut évidemment avoir lieu: autrement ce ne serait plus $t°$ mais une température plus basse qui serait la température de décomposition. L'auteur pense, il est vrai, que dans ce cas la la décomposition n'est que partielle; mais si elle peut se faire partiellement, elle doit aussi pouvoir devenir totale, bien entendu si l'on considère, avec M. Deville, la décomposition comme fonction de la température seule. Si l'on envisage, toutefois, les expériences de MM. Erdmann et Marchand, qui ont fait voir que le carbonate de chaux, même chauffé à blanc, retient encore un peu de son acide carbonique, on doit admettre qu'une nouvelle action entre ici en jeu. Que cette action soit exercée par la masse caustique ambiante ou qu'elle réside dans quelque circonstance tout à fait inconnue jusqu'à présent, il est certain que la négliger, comme le fait au fond la théorie de la dissociation, n'est pas le moyen d'avancer nos connaissances sur ce sujet.

Je ne prétends pas que la température soit sans influence sur la force qui, dans un corps composé, réunit les molécules; il se peut que cette force diminue à mesure que la température s'élève, jusqu'à un certain point où le corps se décompose. Mais au-dessous de ce point, suivant cette manière de voir, aucune décomposition ne s'effectue.

Si donc M. Deville trouve une décomposition à une température inférieure, il faut que quelque autre cause intervienne.

Lorsque la vapeur d'eau se trouve en contact avec un autre corps, qui agit d'une manière différente sur ses deux éléments, cette nouvelle action doit seconder celle de la chaleur, et déterminer par suite la décomposition au-dessous de t°, en supposant que t° soit la température à laquelle la chaleur seule produit la décomposition. Ainsi, dans l'expérience de M. Grove on n'a qu'à admettre une action inégale du platine sur les éléments de la vapeur d'eau. Une inégalité analogue doit, à l'égard de la vapeur d'eau, pouvoir être assignée en chaque cas. Car on sait que le gaz tonnant formé repasse à l'état de vapeur d'eau pendant le refroidissement; les éléments doivent donc être séparés, ce qui n'est possible que par l'action inégale d'un troisième corps. C'est ainsi que M. Deville emploie un tube de terre poreuse qui laisse passer, par diffusion, l'hydrogène mais non l'oxygène; sans doute, ce n'est pas là une action chimique; mais le tube n'en agit pas moins d'une manière différente sur les deux éléments. Il est vrai que M. Deville constate aussi la décomposition de la vapeur d'eau quand elle traverse, mêlée d'acide carbonique, un tube non poreux; mais la température de cette expérience (p. 311) n'est pas indiquée, et peut-être a-t-elle atteint la température de décomposition de l'eau. En outre de l'acide carbonique se trouve ici décomposé, et l'action n'est donc pas aussi simple qu'on la représente, ce qu'une autre considération tend d'ailleurs à confirmer. En effet, pendant le refroidissement ultérieur une petite quantité de gaz tonnant échappe à la recombinaison, parce qu'un gaz inerte, l'acide carbonique, s'y oppose mécaniquement; on devrait donc, quand c'est de la vapeur seule qui traverse le tube, recueillir également un peu de gaz tonnant, puisque la vapeur d'eau doit, tout aussi bien que l'acide carbonique, empêcher comme gaz inerte la recombinaison des éléments. Et pourtant, dans ce cas, on ne recueille rien.

On fait arriver (p. 306) un courant d'hydrogène dans un tube poreux, et de l'acide carbonique dans l'espace annulaire compris entre ce premier tube et un second qui l'entoure. „Ainsi", dit M. Deville, „en vertu de l'endosmose les deux gaz ont changé

de lieu". Mais comme le tube poreux est homogène, on ne voit pas bien pourquoi il se fait entre les gaz un échange complet, pourquoi l'action ne s'arrête pas du moment que la composition du mélange gazeux est la même de part et d'autre.

En résumé, les expériences rapportées n'autorisent pas la conclusion que la décomposition partielle dépend de la température moins élevée; le phénomène se laisse au contraire déduire, comme nous l'avons dit plus haut, de causes connues, et M. Deville ne fait pas voir que ces causes ne suffisent pas à son explication. La circonstance que dans ces expériences la décomposition demeure partielle ne me paraît offrir rien d'essentiel; la décomposition pourrait tout aussi bien être totale. Mais si je regarde, dans les expériences de dissociation, l'intervention d'un troisième corps comme nécessaire, je ne veux pourtant pas attacher trop d'importance à cette explication. L'absence d'une théorie moléculaire de la combinaison chimique (analogue à celle de M. Clausius pour l'évaporation) est ici extrêmement sensible. Il ne me semble même pas impossible, à priori, que la décomposition partielle, qui devrait dépendre dans ce cas d'une action de masse, se laissât déduire d'une pareille théorie. Aussi longtemps toutefois qu'elle nous manque, nous devons nous en tenir aux lois physiques connues, et éviter surtout d'accorder notre confiance à une théorie qui s'appuie d'un côté sur des expériences pas tout-à-fait décisives, de l'autre sur des analogies dénuées de toutes preuves.

Les développements dans lesquels je suis entré auraient pu être considérablement abrégés si je m'étais borné à examiner les propositions fondamentales. Mais la grande autorité scientifique de M. Sainte-Claire Deville a prêté à sa théorie une sanction qu'elle ne mérite pas à mon avis, et qui rend d'autant plus nécessaire une réfutation en règle. Et lors même que mes observations seraient reconnues mal fondées, il n'aura peut-être pas été tout à fait inutile de soumettre à une critique un peu minutieuse une théorie d'une si grande portée.

Zutphen, Septembre 1866.

SUR LA DENSITÉ

DE L'ACIDE ACÉTIQUE HYDRATÉ ET DES MÉLANGES D'ACIDE ACÉTIQUE HYDRATÉ ET D'EAU;

PAR

A. C. OUDEMANS.

I.

Résultats des recherches antérieures.

On doit à Mollerat les premières données un peu détaillées concernant la densité d'un certain nombre de mélanges d'acide acétique et d'eau. Il est vrai que l'acide acétique avait déjà, longtemps auparavant, été préparé à un assez grand degré de pureté par Stahl et Westendorff, et même été obtenu à l'état cristallisé par Löwitz, en 1793; mais aucun de ces expérimentateurs ne paraît s'être occupé de la détermination de la densité.

Dans ses Observations sur l'acide acétique (*Annales de Chimie*, 1e série, T. LXVIII, p. 88; ou Büchner's *Repertorium*, 1e Année, T. VI, p. 93) Mollerat donne la table suivante des densités de quelques mélanges d'acide acétique et d'eau, à la température de 12½° R.

110	parties	d'acide	acétique	et	0	p.	d'eau	avaient	une	dens.	de 1,0630
110	"	"	"	"	10	"	"	"	"	"	" 1,0742
110	"	"	"	"	22,5	"	"	"	"	"	" 1,0770
110	"	"	"	"	32,5	"	"	"	"	"	" 1,0791
110	"	"	"	"	43	"	"	"	"	"	" 1,0763
110	"	"	"	"	55	"	"	"	"	"	" 1,0742
110	"	"	"	"	66,5	"	"	"	"	"	" 1,0728
110	"	"	"	"	97,5	"	"	"	"	"	" 1,0658
110	"	"	"	"	108,5	"	"	"	"	"	" 1,0637
110	"	"	"	"	118,2	"	"	"	"	"	" 1,0630

Si l'on réduit les nombres qui expriment dans cette table les quantités relatives d'acide et d'eau, en d'autres qui représentent la proportion centésimale d'acide acétique monohydraté, la table prend la forme suivante:

		densité.
100	pour cent d'acide acétique	1,0630
91,67	„ „ „ „	1,0742
83,02	„ „ „ „	1,0770
77,19	„ „ „ „	1,0791
71,90	„ „ „ „	1,0763
66,67	„ „ „ „	1,0742
62,32	„ „ „ „	1,0728
53,01	„ „ „ „	1,0658
50,34	„ „ „ „	1,0637
48,20	„ „ „ „	1,0630

On voit que les recherches de Mollerat ne se sont étendues qu'aux mélanges renfermant de 50 à 100 pCt. d'acide monohydraté.

Mollerat fut le premier qui attira l'attention sur ce fait, que dans les différents mélanges d'acide acétique et d'eau la densité ne croît pas régulièrement avec la proportion d'acide, mais atteint un maximum pour une certaine proportion, puis diminue de nouveau quand on continue à ajouter de l'acide. Mollerat trouva dans cette particularité l'explication du phénomène observé par Gehlen, d'après lequel on a souvent besoin de plus d'alcali pour saturer un acide acétique de densité moindre que pour neutraliser un acide d'un poids spécifique plus considérable.

Le premier travail étendu sur la densité des mélanges d'acide acétique et d'eau a été exécuté par M. A. van der Toorn. Le mémoire qu'il a publié, sous le titre de *Handleiding tot het vinden van de ware sterkte van het acidum aceticum door middel van de digtheid* (La Haye 1824), contient une série de tableaux donnant, pour les températures entre 10 et 20° C., les densités des mélanges d'acide acétique et d'eau compris entre les limites de 0—70 pCt. $C_4\ H_3\ O_3$; on y trouve en outre, pour la tempéra-

ture de 15° C., une table faisant connaître également les densités des mélanges plus riches en acide acétique.

Le travail de M. van der Toorn ne renferme pas la description détaillée de la méthode suivant laquelle il a opéré; il se borne à énoncer que les résultats ont été obtenus par la pesée des mélanges dans un flacon de capacité connue.

Nous reproduisons ci-dessous en entier, quoique sous une autre forme, la table de M. van der Toorn pour 15° C. M. Van der Toorn ramène toutes les densités à celle de l'eau à 15° C. prise pour unité; et il exprime constamment le degré de concentration des mélanges par la proportion de $C_4\ H_3\ O_3$ en 100 parties. Nous avons adopté comme unité la densité de l'eau à 4° C., et en même temps nous avons déduit des chiffres originaux, à l'aide du calcul, les densités correspondant aux diverses proportions centésimales de $C_4\ H_4\ O_4$.

pCt. $C_4\ H_4\ O_4$	Densité. à 15° C.	pCt. $C_4\ H_4\ O_4$	Densité. à 15° C.	pCt. $C_4\ H_4\ O_4$	Densité. à 15° C.	pCt. $C_4\ H_4\ O_4$	Densité. à 15° C.
100	1.0563	74	1.0752	48	1.0602	22	1.0315
99	1.0586	73	1.0750	47	1.0594	21	1.0301
98	1.0612	72	1.0747	46	1.0585	20	1.0287
97	1.0929	71	1.0744	45	1.0575	19	1.0273
96	1.0645	70	1.0740	44	1.0566	18	1.0259
95	1.0660	69	1.0736	43	1.0557	17	1.0244
94	1.0674	68	1.0732	42	1 0547	16	1.0230
93	1.0687	67	1.0728	41	1.0538	15	1.0216
92	1.0700	66	1.0723	40	1.0528	14	1.0202
91	1.0711	65	1.0718	39	1.0518	13	1.0188
90	1.0720	64	1.0712	38	1.0508	12	1.0174
89	1.0728	63	1.0707	37	1.0497	11	1.0159
88	1.0735	62	1.0702	36	1.0486	10	1.0144
87	1.0741	61	1.0697	35	1.0475	9	1.0129
86	1.0746	60	1.0691	34	1.0464	8	1.0114
85	1.0750	59	1.0685	33	1.0453	7	1.0099
84	1.0754	58	1.0678	32	1.0442	6	1.0084
83	1.0757	57	1.0671	31	1.0431	5	1.0069
82	1.0758	56	1.0665	30	1.0418	4	1.0054
81	1.0759	55	1.0658	29	1.0406	3	1.0039
80	1.0759	54	1.0651	28	1.0393	2	1.0024
79	1.0759	53	1.0643	27	1.0381	1	1.0009
78	1.0758	52	1.0635	26	1.0368	0	0.9993
77	1.0757	51	1.0627	25	1.0356		
76	1.0756	50	1.0619	24	1.0343		
75	1.0754	49	1.0611	23	1.0329		

Le seul qui, après M. van der Toorn, se soit occupé de la détermination des densités de mélanges d'acide acétique et d'eau, est M. F. Mohr. On peut trouver les résultats de ses recherches dans les *Ann. der Chem. und Pharm.* T. XXXI, p. 279 et suiv.

M. Mohr prépara du vinaigre glacial en distillant l'acétate de plomb avec l'acide sulfurique, purifia le produit brut par rectification sur du peroxyde de plomb, et le concentra par la distillation fractionnée. Lorsque la portion restée dans la cornue se solidifiait vers 3—4° C., on l'abandonnait pendant quelques heures à une cristallisation lente, après quoi la masse cristalline obtenue était débarrassée, autant que possible, par décantation de la partie demeurée liquide.

D'après M. Mohr le produit ainsi préparé, qu'il regarde comme l'acide hydraté pur, fond à 12° R. On n'employa, en tout, que 100 grammes de ce produit pour composer les divers mélanges destinés à être examinés. Une quantité de 50 grammes servit à préparer les liquides contenant de 50 à 100 pour cent d'acide acétique hydraté; elle fut étendue successivement de proportions d'eau calculées d'avance, de manière que le nouveau mélange devînt chaque fois d'un pour cent plus pauvre en acide acétique hydraté. Après chaque dilution on déterminait la densité. Quant à l'autre moitié de l'acide hydraté qu'on avait à sa disposition, on en prit successivement des portions déterminées qui furent ajoutées à un poids connu d'eau; c'est ainsi que furent préparés les liquides faibles renfermant de 0 à 50 pour cent de $C_4\ H_4\ O_4$.

M. Mohr ne nous apprend pas de quelle manière les densités ont été déterminées; il dit seulement qu'il a toujours eu soin de ramener les liquides à la température normale avant d'en prendre la densité.

Mais ce qu'on doit entendre par cette *température normale*, c'est ce que le mémoire de M. Mohr nous laisse complétement ignorer. Il me paraît vraisemblable que c'est la température de 14° R. = $17\frac{1}{2}$° C. que M. Mohr avait en vue, et cela parce que ses recherches ont été exécutées en rapport avec la Pharmacopée prussienne, et que dans cet ouvrage la température de $17\frac{1}{2}$ C. a

été choisie comme température normale pour les données relatives aux densités.

M. Kopp paraît avoir compris la chose d'une manière différente: il rapporte le nombre 1,0635 trouvé par M. Mohr pour la densité de l'acide acétique absolu, à 15° C. (*Ann. der Chem. und Pharm.*, T. XCVI, p. 166).

Les résultats de M. Mohr sont résumés dans le tableau suivant, que nous empruntons au mémoire cité:

100	1.0635	79	1.0735	58	1.066	37	1.048	16	1.023
99	1.0655	78	1.0732	57	1.065	36	1.047	15	1.022
98	1.067	77	1.0732	56	1.064	35	1.046	14	1.020
97	1.0680	76	1.073	55	1.064	34	1.045	13	1.018
96	1.069	75	1.072	54	1.063	33	1.044	12	1.017
95	1.070	74	1.072	53	1.063	32	1.0424	11	1.016
94	1.0706	73	1.072	52	1.062	31	1.041	10	1.015
93	1.0708	72	1.071	51	1.061	30	1.040	9	1.013
92	1.0716	71	1.071	50	1.060	29	1.039	8	1.012
91	1.0721	70	1.070	49	1.059	28	1.038	7	1.010
90	1.0730	69	1.070	48	1.058	27	1.036	6	1.008
89	1.0730	68	1.070	47	1.056	26	1.035	5	1.0067
88	1.0730	67	1.069	46	1.055	25	1.034	4	1.0055
87	1.0730	66	1.069	45	1.055	24	1.033	3	1.004
86	1.0730	65	1.068	44	1.054	23	1.032	2	1.002
85	1.0730	64	1.068	43	1.053	22	1.031	1	1.001
84	1.0730	63	1.068	42	1.052	21	1.029	0	1.000
83	1.0730	62	1.067	41	1.0515	20	1.027		
82	1.0730	61	1.067	40	1.0513	19	1.026		
81	1.0732	60	1.067	39	1.050	18	1.025		
80	1.0735	59	1.066	38	1.049	17	1.024		

Dans la seconde édition de son *Commentar zur Preussischen Pharmacopoe* (Brunswick, Fr. Vieweg et fils, 1854), M. Mohr revient sur ce sujet et communique les résultats de quelques nouvelles expériences sur la densité de l'acide acétique et de mélanges de cet acide et d'eau. Pour la densité d'un acide contenant 99,53 pCt. de C_4 H_4 O_4, M. Mohr trouve maintenant, à la température de 14° R., 1,0575, nombre qui diffère notablement de celui rapporté plus haut.

Je n'ai pu avoir connaissance d'aucun autre travail considérable sur le sujet qui nous occupe; je dois donc me borner à citer encore quelques chiffres donnés par différents chimistes pour la

densité de l'acide acétique hydraté, et que j'ai tous réduits à la température de 16° C afin d'en faciliter la comparaison.

Mollerat.	1.063	à	16° C.[1]),	réduit	à	16° C.	1.0630
Kopp	1.062	„	17° C.[1]),	„	„	„	1.0631
Mohr.	1.0635	„	15° C.?[1]),	„	„	„	1.0624?
Persoz.	1.065	„	13° C.[1]),	„	„	„	1.0616
Sébille-Auger . .	1.0622	„	16° C.[1]),	„	„	„	1.0622
Delffs	1.0635	„	10° C.[1]),	„	„	„	1.0568
Roscoë.	1.0563 / 1.0565	„	15°.5 C.[2]),	„	„	„	1.0559
Van der Toorn.	1.0559	„	16° C.[3]),	„	„	„	1.0559
Oudemans. . . .	1.0543	„	16° C.[4]),	„	„	„	1.0543

II.

Préparation de l'acide acétique hydraté pur.

Les écarts notables qui existent entre les nombres trouvés par différents chimistes pour la densité de l'acide acétique, montrent clairement que la matière employée n'était pas pure. Si l'on se demande quelles sont les substances étrangères qui peuvent altérer la pureté de l'acide acétique, et si l'on considère que ce sont, en général, les chiffres les plus faibles qui méritent ici le plus de confiance, on sera amené à conclure que la discordance entre les divers résultats doit être attribuée essentiellement à ce que l'acide hydraté employé contenait en mélange une proportion d'eau plus ou moins forte.

Partant de cette hypothèse, je me suis efforcé surtout d'obtenir un acide acétique monohydraté privé d'eau aussi complétement

---

[1]) *Ann. der Chemie und Pharmacie*, T. XCVI, p. 166.

[2]) *Ann. der Chemie und Pharmacie*, T. CXXV, p. 327.

[3]) *Handleiding tot het vinden van de ware sterkte van het acidum aceticum.*

[4]) *Recherches sur la quantité d'éther contenue dans les liquides*, par M. Hoek et A. C. Oudemans; La Haye, M. Nijhoff, p. 72.

que possible, et je crois avoir atteint le but par la cristallisation répétée de l'acide d'ailleurs bien pur.

Une quantité considérable de vinaigre glacial du commerce fut rectifiée sur l'acétate de soude et le peroxyde de manganèse, afin de la débarrasser d'acide sulfurique et d'acide sulfureux; l'acide rectifié fut ensuite soumis à une distillation fractionnée avec soin. Le produit distillé vers 119—120° fut recueilli séparément et exposé à une température de 5° C.; lorsque les $\frac{7}{8}$ environ de la masse totale se furent déposés à l'état cristallin, la partie restée liquide fut décantée et le ballon renversé au-dessus d'un entonnoir dont le col plongeait dans un flacon. Dans cet état, le ballon fut abandonné à lui-même pendant 24 heures, à une température de 13—15° C. Les cristaux entièrement secs furent fondus, et le liquide fut remis à cristalliser, cette fois jusqu'à ce que les $\frac{9}{10}$ environ se fussent solidifiés; la portion demeurée liquide fut de nouveau décantée de la manière que nous venons d'indiquer. La même opération fut réitérée jusqu'à ce que la densité de l'acide fondu resta constante.

L'acide ainsi préparé ne put être séparé en deux portions non identiques, ni par la cristallisation ni par la distillation fractionnée.

En déterminant exactement, par titrage avec la potasse, la richesse en acide, je trouvai habituellement 99,8 pCt. au lieu de 100 pCt. J'attribue cette faible différence à ce que l'acétate de potasse présente déjà une réaction légèrement alcaline, et je crois réellement pouvoir regarder le produit préparé par moi comme de l'acide acétique monohydraté parfaitement pur. Son point de fusion se trouvait à 16°,45 C. Sa densité à 15° C. s'élevait à 1,05533. Le point d'ébullition (corrigé), sous la pression de 763^{mm}, était situé vers 117°,6 C.

Dans le cours de mes expériences j'ai pu me convaincre plus d'une fois qu'il n'est pas permis de s'en rapporter uniquement à la distillation fractionnée pour obtenir de l'acide acétique pur. En soumettant un échantillon d'acide acétique du commerce à une distilation fractionnée, pendant laquelle la température s'éleva successivement de 117° à 121° C., on trouva que le liquide

distillé en premier lieu ne renfermait que 93,6 pCt. d'acide hydraté, tandis que les dernières portions, qui passèrent au-dessus de 120°, n'accusaient encore que 99,3 pCt.

III.

Description de la méthode employée pour la détermination de la densité.

Parmi les différentes méthodes qui servent à déterminer les densités, j'ai donné la préférence à celle qui repose sur l'emploi du pycnomètre.

L'appareil dont j'ai fait usage était un pycnomètre de M. H. Geissler de Bonn, très habilement construit, d'environ 24 CC. de capacité, pourvu d'un petit tube latéral pour l'écoulement du liquide en excès, et d'un thermomètre qui faisait en même temps fonction de bouchon.

Primitivement, le tube latéral d'écoulement se trouvait recouvert d'un petit capuchon en verre, fermé en dessus; mais je remplaçai ce capuchon par un autre, d'une capacité plus grande et étiré en tube capillaire à son sommet. Cette modification fut reconnue nécessaire pour les déterminations de densités à de basses températures: car le pycnomètre rempli, devant, dans ce cas, être ramené à la température de la pièce où se faisaient les pesées (afin de prévenir la condensation de vapeur d'eau à la surface du verre), la dilatation faisait sortir tant de liquide par le tube d'écoulement, que le petit capuchon fermé, qui eut d'ailleurs été insuffisant à loger ce liquide, s'en trouvait soulevé. Au contraire, dans le grand capuchon ouvert par le haut, le liquide qu'une élévation de température faisait déborder, pouvait toujours être conservé en entier.

La capacité du pycnomètre fut déterminée en pesant l'appareil rempli d'eau pure à des températures entre 0 et 40° C.

La plus grande difficulté qu'on rencontre dans les déterminations

de densités au moyen du pycnomètre, consiste à obtenir des températures constantes situées au-dessus ou au-dessous de celle de la pièce où l'on opère.

Voici le moyen par lequel j'ai le mieux réussi à surmonter cette difficulté.

Lorsqu'il s'agissait de chauffer le pycnomètre au-dessus de la température ambiante, on le plaçait, rempli du liquide à examiner, dans une cuvette en *bois* d'environ 2 litres de capacité. On versait assez d'eau froide dans la cuvette pour que tout le corps du flacon fut immergé et que l'extrémité seule du tube d'écoulement s'élevât au-dessus du liquide. On ouvrait alors le robinet d'un grand réservoir en fer-blanc rempli d'eau chaude, et, tout en agitant continuellement, on laissait couler lentement l'eau chaude dans la cuvette jusqu'à ce que la température désirée fût à peu près atteinte. Après quelque exercice, il devenait très facile de régler l'afflux d'eau chaude de telle manière que le liquide de la cuvette conservât pendant $\frac{1}{2}$ heure une température constante. On laissait alors le pycnomètre dans la cuvette jusqu'à ce que le thermomètre placé à l'intérieur marquât exactement le même degré qu'un autre thermomètre plongé dans l'eau de la cuvette et qui, de même que le premier, avait été comparé soigneusement à un thermomètre étalon.

Arrivé à ce point, on débarrassait, à l'aide d'un morceau de papier à filtrer, l'extrémité du tube d'écoulement du liquide surabondant, puis on la recouvrait avec le capuchon en verre. On refroidissait alors le pycnomètre, au moyen d'eau froide, jusqu'à ce qu'il eût pris la température de la pièce où se trouvait la balance. Enfin on le pesait.

Pour les déterminations à basses températures, on remplissait entièrement, avec le liquide à examiner, tant le pycnomètre que son capuchon de verre, et on plaçait celui-ci sur l'extrémité du tube d'écoulement en ayant soin qu'aucune bulle d'air ne restât adhérente à ce dernier. Il fallait opérer ainsi pour que le pycnomètre demeurât constamment rempli. Le capuchon de verre avait été choisi, à dessein, de telle dimension qu'il pût contenir une

quantité de liquide suffisante pour subvenir à la contraction du liquide renfermé dans le flacon, même lorsque la détermination de la densité se faisait à 0° C.

Pour obtenir une température de 0° C., on maintint le plus souvent le pycnomètre dans la glace fondante jusqu'à ce que le thermomètre intérieur marquât 0° C. Mais, fréquemment aussi je me suis servi de la méthode suivante qui me paraît mériter la préférence.

Le pycnomètre est placé, sur quelques morceaux de liége, au fond d'un verre à précipité contenant de l'eau et entouré lui-même d'un mélange réfrigérant. Quand on laisse le tout en repos, l'eau du verre arrive en peu de minutes à une température inférieure à 0° sans qu'il se soit formé de glace. Si alors on agite l'eau à l'aide d'un thermomètre, elle se fige instantanément en une bouillie de petits cristaux de glace; le thermomètre remonte exactement à 0° C. et reste longtemps stationnaire; le thermomètre renfermé dans le pycnomètre ne tarde pas à suivre et atteint également à 0° C. Il me sembla qu'en opérant de cette manière la température de 0° C. était obtenue beaucoup plus rapidement qu'en se servant de glace fondante.

Les températures que j'éprouvai le plus d'embarras à réaliser d'une manière constante, furent celles situées entre les limites 0° C. et la température de l'appartement où s'exécutaient les pesées. Ce qui me réussit le mieux fut de placer le pycnomètre dans une écuelle en bois d'environ ½ litre de capacité, et de jeter de temps en temps quelques petits fragments de glace dans l'eau pendant qu'on agitait celle-ci avec soin.

Le procédé que je viens de décrire pour la détermination du poids du pycnomètre rempli de liquide à une certaine température, a été appliqué de la même manière à l'eau et aux divers mélanges d'eau et d'acide acétique.

Je ferai observer encore que tous les poids ont été réduits au vide.

En ce qui concerne la préparation des mélanges à examiner, la volatilité de l'acide acétique concentré rendait certaines précautions nécessaires. Un ballon, fermé par un bouchon, était

pesé après avoir séjourné pendant quelque temps dans la cage de la balance. On y introduisait alors, au moyen d'une pipette, une certaine quantité d'acide acétique hydraté, en ayant soin de ne pas mouiller le col du ballon. Le ballon était bouché, puis pesé de nouveau; on y versait ensuite aussi rapidement que possible, à l'aide d'une burette, la quantité d'eau approximativement égale à celle qui était déterminée par le calcul. Enfin, après avoir fermé le ballon et l'avoir secoué pour opérer le mélange bien uniforme des liquides, on procédait à une dernière pesée.

IV.

Aperçu des résultats obtenus.

Mes déterminations des densités se sont étendues sur 25 liquides différents, qui formaient une série assez régulière sous le rapport de leur richesse en acide acétique hyraté, comme il ressort clairement du tableau suivant:

N°.	1	contenait	100	pCt.	d'acide	acétique	monohydraté.
„	2	„	100	„	„	„	„
„	3	„	97,03	„	„	„	„
„	4	„	95	„	„	„	„
„	5	„	89,93	„	„	„	„
„	6	„	85,07	„	„	„	„
„	7	„	80,04	„	„	„	„
„	8	„	74,83	„	„	„	„
„	9	„	69,44	„	„	„	„
„	10	„	64,57	„	„	„	„
„	11	„	59,56	„	„	„	„
„	12	„	54,47	„	„	„	„

Nº.	13	contenait	50,05	pCt.	d'acide	acétique	monohydraté.
„	14	„	44,65	„	„	„	„
„	15	„	39,95	„	„	„	„
„	16	„	35,09	„	„	„	„
„	17	„	29,64	„	„	„	„
„	18	„	26,04	„	„	„	„
„	19	„	24,56	„	„	„	„
„	20	„	19,81	„	„	„	„
„	21	„	15,19	„	„	„	„
„	22	„	9,65	„	„	„	„
„	23	„	7,02	„	„	„	„
„	24	„	4,50	„	„	„	„
„	25	„	3,00	„	„	„	„
„	26	„	0,99	„	„	„	„

Les liquides Nº. 1 et Nº. 2 étaient l'un et l'autre de l'acide acétique hydraté, mais provenant d'opérations distinctes.

Comme je m'étais proposé de déduire des résultats obtenus une formule pour la densité de chacun des mélanges entre les limites de température 0° et 40° C, je me suis attaché surtout à déterminer exactement trois points normaux pour le calcul de chaque formule, points choisis à des distances à peu près égales l'un de l'autre, par exemple les densités à 0°, 20° et 40° C. Trois points pareils permettent de calculer avec beaucoup d'exactitude les formules des courbes qui représentent la marche des densités, ces courbes pouvant être considérées, sans erreur sensible, comme des paraboles du second ordre.

J'ai donné dans mon mémoire original [1]), pour chacun des 26 liquides soumis à l'examen, un tableau spécial où l'on embrasse d'un coup-d'oeil les résultats directement trouvés par l'expérience et ceux qui en ont été déduits par le calcul. Je me contenterai ici de reproduire, comme exemple, un seul de ces tableaux.

---

[1]) Das spezifische Gewicht der Essigsäure und ihre Gemische mit Wasser, M. Cohen & Sohn. Bonn 1866.

V. Acide contenant 85,07 pCt. $C_4\ H_4\ O_4$

$$\text{Densité} = 1.06881 + 0.001029\,(20-t) - 0.00000050\,(20-t)^2.$$

T	D	Δ	T	D	Δ	T	D	Δ	T	D	Δ
0°	1.08919	101	11°	1.07803	102	22°	1.06675	103	33°	1.05535	104
1	1.08818	101	12	1.07701	102	23	1.06572	103	34	1.05431	105
2	1.08717	101	13	1.07599	102	24	1.06469	104	35	1.05326	104
3	1.08616	101	14	1.07497	103	25	1.06365	103	36	1.05222	105
4	1.08515	102	15	1.07394	102	26	1.06262	104	37	1.05117	104
5	1.08413	101	16	1.07292	103	27	1.06158	103	38	1.05013	105
6	1.08312	102	17	1.07189	102	28	1.06055	104	39	1.04908	105
7	1.08210	101	18	1.07087	103	29	1.05951	104	40	1.04803	
8	1.08109	102	19	1.06984	103	30	1.05847	104			
9	1.08007	102	20	1.06881	103	31	1.05743	104			
10	1.07905	102	21	1.06778	103	32	1.05639	104			

T	Obs.	Calc.	Δ	T	Obs.	Calc.	Δ
1°.2	1.08796	1.08798	— 2	20°.05	1.06877	1.06876	+ 1
1.2	1.08805	1.08798	+ 7	20.6	1.06822	1.06819	+ 3
3.0	1.08613	1.08616	— 3	27.35	1.06120	1.06122	— 2
3.8	1.08530	1.08535	— 5	33.6	1.05473	1.05473	0
13.2	1.07571	1.07579	— 8	39.6	1.04842	1.04845	— 3
19.6	1.06920	1.06922	— 2	39.7	1.04836	1.04834	+ 2

Dans la partie supérieure du tableau on trouve, pour le mélange en question, d'abord la formule empirique, puis au-dessous les densités qu'on en tire pour chaque degré centigrade entre 0 et 40°. La partie inférieure du même tableau contient sous le titre Obs. (Observation) les densités trouvées directement, et sous le titre Calc. (Calcul) les densités correspondantes déduites de la formule, les unes et les autres se rapportant aux températures que fait connaître la première colonne, marquée T. Une quatrième colonne renferme les différences entre les densités observées et calculées, différences exprimées en unités décimales du 5e ordre.

L'ensemble des tableaux analogues dressés pour tous les liquides examinés a fourni les bases pour la construction des tables détaillées, à 4 décimales, qui terminent mon mémoire original, et dont la fin de cet extrait ne reproduira que celles qui se rapportent aux températures de 0°, 10°, 15°, 20°, 30° et 40° C.

Dans la construction de ces tables je me suis servi principalement de la méthode graphique. Pour obtenir une plus grande exactitude, j'ai commencé par tracer deux fois, sur deux feuilles dis-

tinctes, les courbes qui figurent la marche des densités à 0°, 5°, 10°,... 40°; j'ai alors mesuré la densité sur chacun de ces tracés, et, en cas de différence entre les deux mesures, j'ai pris la valeur moyenne. Les tables relatives à chacun des degrés compris entre 0—5, 5—10, etc., telles qu'on les trouve dans mon mémoire, ont été déduites des autres au moyen de l'interpolation.

Le degré d'exactitude que j'ai pu atteindre dans mon travail se laisse apprécier le plus facilement d'après les différences entre les densités observées et les densités prises dans les tables pour un certain mélange et pour des températures déterminées. Ces différences sont, en général, extrêmement petites, et ne s'élèvent jamais à plus de 2 unités de la 4e décimale. Le tableau suivant peut servir d'exemple à l'appui de mon assertion:

Densités de l'acide à 69,44 pCt. $C_4\ H_4\ O_4$.

Température.	Densité observée.	Densité calculée.	Différence en unités de la 4e décimale.
0.0	1.0868	1.0868	0
0.25	1.0866	1.0866	0
0.6	1.0862	1.0863	— 1
10.6	1.0772	1.0772	0
17.0	1.0712	1.0712	0
20.0	1.0685	1.0684	+ 1
20.4	1.0680	1.0680	0
21.3	1.0672	1.0672	0
30.0	1.0590	1.0589	— 1
39.4	1.0500	1.0500	0
39.6	1.0498	1.0498	0
30.95	1.0494	1.0494	0

V.

Quelques remarques au sujet des résultats trouvés.

1°. La comparaison de mes résultats avec ceux de M. Mohr et de M. van der Toorn montre que les chiffres de M. Mohr s'écartent notablement des miens, avec lesquels ceux de M. van der Toorn au contraire s'accordent beaucoup mieux.

S'il m'est permis de regarder mes propres chiffres comme approchant le plus près de la vérité, alors M. Mohr doit avoir opéré sur un acide non entièrement privé d'eau; en admettant que la

table construite par lui se rapporte à la température de 14° R. = $17\frac{1}{2}$ C., l'acide de 1,0635 de densité, qu'il considère comme exempt d'eau, aurait été, d'après mes expériences, un mélange de 95 pCt. $C_4\ H_4\ O_4$ et 5 pCt. d'eau

Les résultats communiqués postérieurement par M. Mohr, dans son Commentar zur Pharmacopaea Borussica, s'appliquent à un acide beaucoup plus pur, à un acide renfermant $\frac{1}{2}$ pour cent d'eau d'après M. Mohr et environ 2 pour cent d'après mes tables.

En ce qui concerne la méthode d'opérer suivie par M. Mohr, on doit désapprouver hautement l'emploi d'une seule et même quantité d'acide pour préparer, par dilution successive, un grand nombre de mélanges différents; car une erreur commise dans une des pesées doit alors naturellement vicier aussi tous les résultats obtenus avec les mélanges suivants.

En outre, M. Mohr ne paraît pas avoir procédé dans ses déterminations de densités avec tous les soins qu'on est en droit d'exiger dans les recherches de cette nature; je fonde principalement cette conjecture sur les anomalies qui se manifestent dans les différences entre les nombres de sa table. C'est ainsi que M. Mohr donne pour tous les acides entre 90 pCt. et 82 pCt. $C_4\ H_4\ O_4$ la même densité 1.0730, pour l'acide à 91 pCt. 1,0721, et pour celui à 81 pCt. 1,0732. Un coup d'œil jeté sur mes tables et sur les courbes des densités reproduites dans mon mémoire original suffit à montrer combien ce résultat est peu d'accord avec la réalité. Nous voyons encore, chez M. Mohr, les acides de 81, 78 et 77 pCt. $C_4\ H_4\ O_4$ présenter la même densité 1,0732; tandis que les acides à 80 et 79 pCt. $C_4\ H_4\ O_4$ sont, au contraire, affectés de la densité 1,0735, etc.

La table de M. van der Toorn mérite incontestablement plus de confiance, et son travail témoigne de beaucoup de soins et d'exactitude apportés à l'exécution des expériences. La différence entre ses chiffres et les miens, différence qui s'élève au maximum à 13 unités de la 4e décimale, ne peut s'expliquer, comme pour les résultats de M. Mohr, par l'emploi d'un acide acétique contenant de l'eau en mélange; car l'acide qui, à 15° C, possède la densité la plus considérable, marque 1,0759 de densité d'après M. van der Toorn et seulement 1,0748 d'après mes propres expériences.

Il faut donc que son acide acétique ait été souillé de quelque matière étrangère capable d'élever la densité, peut-être un peu d'acide sulfurique entraîné mécaniquement.

2°. La densité de l'acide acétique faible présente, aux températures voisines de 4° C., une particularité remarquable, dans laquelle apparaît clairement l'influence de la propriété connue de l'eau à l'égard du maximum de densité. Une image graphique exécutée à grande échelle dévoile, en effet:

1°. Que les courbes de 0° et 5° C. possèdent chacune un point d'inflexion correspondant respectivement à environ 4 et $3\frac{1}{2}$ pCt. $C_4\ H_4\ O_4$.

2°. Que ces deux courbes se coupent vers 2,1 pCt. $C_4\ H_4\ O_4$, de sorte qu'un acide avec 2,1 pCt. $C_4\ H_4\ O_4$ ne montre pas de dilatation sensible entre 0 et 5° C.

C'est en vertu de cette propriété que celles de mes tables qui se rapportent aux températures de 0°—6° C. indiquent une densité constante de 1,0033 pour les acides à 2 pCt. $C_4\ H_4\ O_4$.

3°. Un résultat très intéressant de mes recherches est qu'elles fournissent la preuve palpable que le maximum de densité des mélanges d'acide acétique et d'eau n'est *pas* lié à un rapport équivalent fixe entre $C_4\ H_4\ O_4$ et l'eau.

La simple inspection des tables ou de la représentation graphique fait reconnaître, avec évidence, que le maximum de densité correspond, pour chaque température différente, à un mélange différent d'acide acétique et d'eau. En effet, la courbe de 0° C. indique le maximum pour 81 pCt., celle de 5° C. pour 80 pCt., celle de 20° C. pour 78 pCt., enfin celle de 40° C. pour 76 pCt. $C_4\ H_4\ O_4$.

Dans un travail que j'ai exécuté, il y a une couple d'années, avec mon ami M. Hoek, [1]) nous étions déjà parvenus, d'après des vues purement théoriques, à la même conclusion, et nous avions fait voir que c'est en partant d'une base tout à fait fausse qu'on a admis le rapport dont il vient d'être question.

---

[1]) Sur les contractions dans les mélanges de liquides par M. Hoek en A. C. Oudemans. La Haye, M. Nyhoff, 1864.

PROCENT.	0° C. Densité	Diff.	10° C. Densité	Diff.	15° C. Densité	Diff.	20° C. Densité	Diff.	30° C. Densité	Diff.	40° C. Densité	Diff.
0	0.9999	17	0.9997	16	0.9992	15	0.9983	14	0.9958	14	0.9924	12
1	1.0016	17	1.0013	16	1.0007	15	0.9997	15	0.9972	13	0.9936	12
2	1.0033	18	1.0029	15	1.0022	15	1.0012	14	0.9985	13	0.9948	12
3	1.0051	18	1.0044	16	1.0037	15	1.0026	15	0.9998	14	0.9960	12
4	1.0069	19	1.0060	16	1.0052	15	1.0041	14	1.0012	13	0.9972	12
5	1.0088	18	1.0076	16	1.0067	16	1.0055	14	1.0025	13	0.9984	12
6	1.0106	18	1.0092	16	1.0083	15	1.0069	15	1.0038	13	0.9996	12
7	1.0124	18	1.0108	16	1.0098	15	1.0084	14	1.0051	13	1.0008	12
8	1.0142	17	1.0124	16	1.0113	14	1.0098	14	1.0064	13	1.0020	12
9	1.0159	17	1.0140	16	1.0127	15	1.0112	14	1.0077	13	1.0032	12
10	1.0176	18	1.0156	15	1.0142	15	1.0126	14	1.0090	13	1.0044	12
11	1.0194	17	1.0171	16	1.0157	14	1.0140	14	1.0103	12	1.0056	11
12	1.0211	17	1.0187	15	1.0171	14	1.0154	14	1.0115	12	1.0067	12
13	1.0228	17	1.0202	15	1.0185	15	1.0168	13	1.0128	12	1.0079	11
14	1.0245	17	1.0217	15	1.0200	14	1.0181	14	1.0140	12	1.0090	11
15	1.0262	17	1.0232	15	1.0214	14	1.0195	13	1.0152	12	1.0101	11
16	1.0279	16	1.0247	15	1.0228	14	1.0208	14	1.0164	12	1.0112	11
17	1.0295	16	1.0262	14	1.0242	14	1.0222	13	1.0176	12	1.0123	11
18	1.0311	16	1.0276	15	1.0256	14	1.0235	13	1.0188	11	1.0134	10
19	1.0327	16	1.0291	14	1.0270	14	1.0248	13	1.0199	12	1.0144	11
20	1.0343	16	1.0305	14	1.0284	14	1.0261	13	1.0211	12	1.0155	11
21	1.0359	15	1.0319	14	1.0298	13	1.0274	13	1.0223	11	1.0166	10
22	1.0374	16	1.0333	14	1.0311	13	1.0287	12	1.0234	12	1.0176	11
23	1.0390	15	1.0347	14	1.0324	13	1.0299	13	1.0246	11	1.0187	10
24	1.0405	15	1.0361	14	1.0337	13	1.0312	12	1.0257	11	1.0197	10
25	1.0420	15	1.0375	13	1.0350	13	1.0324	12	1.0268	11	1.0207	10
26	1.0435	15	1.0388	13	1.0363	12	1.0336	12	1.0279	11	1.0217	10
27	1.0450	15	1.0401	13	1.0375	13	1.0348	12	1.0290	10	1.0227	9
28	1.0465	14	1.0414	13	1.0388	12	1.0360	12	1.0300	11	1.0236	10
29	1.0479	14	1.0427	13	1.0400	12	1.0372	11	1.0311	10	1.0246	9
30	1.0493	14	1.0440	13	1.0412	12	1.0383	11	1.0321	10	1.0255	9
31	1.0507	13	1.0453	12	1.0424	12	1.0394	11	1.0331	10	1.0264	10
32	1.0520	14	1.0465	12	1.0436	11	1.0405	11	1.0341	10	1.0274	9
33	1.0534	13	1.0477	12	1.0447	12	1.0416	10	1.0351	9	1.0283	8
34	1.0547	13	1.0489	12	1.0459	11	1.0426	11	1.0360	10	1.0291	9
35	1.0560	13	1.0501	12	1.0470	11	1.0437	11	1.0370	10	1.0300	8
36	1.0573	12	1.0513	11	1.0481	11	1.0448	10	1.0380	9	1.0308	8
37	1.0585	13	1.0524	11	1.0492	10	1.0458	10	1.0389	9	1.0316	8
38	1.0598	12	1.0535	11	1.0502	11	1.0468	10	1.0398	9	1.0324	8
39	1.0610	12	1.0546	11	1.0513	10	1.0478	10	1.0407	9	1.0332	8
40	1.0622	12	1.0557	11	1.0523	10	1.0488	10	1.0416	9	1.0340	8
41	1.0634	12	1.0568	10	1.0533	10	1.0498	9	1.0425	8	1.0348	7
42	1.0646	11	1.0578	10	1.0543	9	1.0507	9	1.0433	8	1.0355	8
43	1.0657	11	1.0588	10	1.0552	10	1.0516	9	1.0441	8	1.0363	7
44	1.0668	11	1.0598	10	1.0562	9	1.0525	9	1.0449	8	1.0370	7
45	1.0679	11	1.0608	10	1.0571	9	1.0534	9	1.0457	8	1.0377	7
46	1.0690	10	1.0618	9	1.0580	9	1.0543	8	1.0465	7	1.0384	7
47	1.0700	10	1.0627	9	1.0589	9	1.0551	8	1.0472	8	1.0391	6
48	1.0710	10	1.0636	9	1.0598	9	1.0559	8	1.0480	7	1.0397	7
49	1.0720	10	1.0645	9	1.0607	8	1.0567	8	1.0487	7	1.0404	6
50	1.0730	10	1.0654	9	1.0615	8	1.0575	8	1.0494	7	1.0410	6

PROCENT.	0° C.		10° C.		15° C.		20° C.		30° C.		40° C.	
	Densité	Diff.	Densité	Diff.	Densité	Diff.	Densité	Diff.	Densité	Diff.	Densité	Diff.
51	1.0740		1.0663		1.0623		1 0583		1.0501		1.0416	
52	1.0749	9	1.0671	8	1.0631	8	1.0590	7	1.0508	7	1.0423	7
53	1.0758	9	1.0679	8	1.0638	7	1.0597	7	1.0515	7	1 0429	6
54	1.0767	9	1.0687	8	1.0646	8	1.0604	7	1.0521	6	1.0434	5
55	1.0775	8	1.0694	7	1.0653	7	1.0611	7	1.0527	6	1.0440	6
56	1.0783	8	1.0701	7	1.0660	7	1.0618	7	1.0533	6	1.0445	5
57	1.0791	8	1.0708	7	1.0666	6	1.0624	6	1.0538	5	1.0450	5
58	1.0798	7	1.0715	7	1.0673	7	1.0630	6	1.0544	6	1.0455	5
59	1.0806	8	1.0722	7	1.0679	6	1.0636	6	1.0549	5	1.0460	5
60	1.0813	7	1.0728	6	1.0685	6	1.0642	6	1.0554	5	1.0464	4
61	1.0820	7	1.0734	6	1.0691	6	1.0648	6	1.0559	5	1.0468	4
62	1.0826	6	1.0740	6	1.0697	6	1.0653	5	1.0564	5	1.0472	4
63	1.0832	6	1.0746	6	1.0702	5	1.0658	5	1.0568	4	1.0475	3
64	1.0838	6	1.0752	6	1.0707	5	1.0663	5	1.0572	4	1.0479	4
65	1.0845	7	1.0757	5	1.0712	5	1.0667	4	1.0576	4	1.0482	3
66	1.0851	6	1.0762	5	1.0717	5	1.0671	4	1.0579	3	1.0485	3
67	1.0856	5	1.0767	5	1.0721	4	1.0675	4	1.0583	4	1.0488	3
68	1.0861	5	1.0771	4	1.0725	4	1.0679	4	1.0586	3	1.0491	3
69	1.0866	5	1.0775	4	1.0729	4	1.0683	4	1.0588	2	1.0493	2
70	1.0871	5	1.0779	4	1.0733	4	1.0686	3	1.0591	3	1.0495	2
71	1.0875	4	1.0783	4	1.0737	4	1.0689	3	1.0593	2	1.0497	2
72	1.0879	4	1.0786	3	1.0740	3	1.0691	2	1.0595	2	1.0498	1
73	1.0883	4	1.0789	3	1.0742	2	1.0693	2	1.0597	2	1.0499	1
74	1.0886	3	1.0792	3	1.0744	2	1.0695	2	1.0599	2	1.0500	1
75	1.0888	2	1.0794	2	1.0746	2	1.0697	2	1.0600	1	1.0501	1
76	1.0891	3	1.0796	2	1.0747	1	1.0699	2	1.0601	—1	1.0501	0
77	1.0893	2	1.0797	1	1.0748	1	1.0700	1	1.0601	0	1.0501	0
78	1.0894	1	1.0798	1	1.0748	0	1.0700	0	1.0601	0	1.0500	—1
79	1.0896	2	1.0798	0	1.0748	0	1.0700	0	1.0600	—1	1.0499	—1
80	1.0897	1	1.0798	0	1.0748	0	1.0699	—0	1.0599	—1	1.0497	—2
81	1.0897	0	1.0797	—1	1.0747	—1	1.0698	—1	1.0598	—1	1.0495	—2
82	1.0897	0	1.0796	—1	1.0746	—1	1.0696	—2	1.0596	—2	1.0492	—3
83	1.0896	—1	1.0795	—1	1.0744	—2	1.0694	—2	1.0593	—3	1.0489	—3
84	1.0894	—2	1.0793	—2	1.0742	—2	1.0691	—3	1.0589	—4	1.0485	—4
85	1.0892	—2	1.0790	—3	1.0739	—3	1.0688	—3	1.0585	—4	1.0481	—4
86	1.0889	—3	1.0787	—3	1.0736	—3	1.0684	—4	1.0580	—5	1.0475	—6
87	1.0885	—4	1.0783	—4	1.0731	—5	1.0679	—5	1.0575	—5	1.0469	—6
88	1.0881	—4	1.0778	—5	1.0726	—5	1.0674	—5	1.0569	—6	1.0462	—7
89	1.0876	—5	1.0773	—5	1.0720	—6	1.0668	—6	1.0562	—7	1.0455	—7
90	1.0871	—5	1.0766	—7	1.0713	—7	1.0660	—8	1.0554	—8	1.0447	—8
91	......	....	1.0778	—8	1.0705	—8	1.0652	—8	1.0545	—9	1.0438	—9
92	......	....	1.0749	—9	1.0696	—9	1.0643	—9	1.0535	—10	1.0428	—10
93	......	....	1.0739	—10	1.0686	—10	1.0632	—10	1.0524	—11	1.0416	—12
94	......	....	1.0727	—12	1.0674	—12	1.0620	—13	1.0512	—12	1.0403	—13
95	......	....	1.0714	—13	1.0660	—14	1.0606	—14	1.0497	—15	1.0388	—15
96	......	....	......	....	1.0644	—16	1.0589	—17	1.0480	—17	1.0370	—18
97	......	....	......	....	1.0625	—19	1.0570	—19	1.0460	—20	1.0350	—20
98	......	....	......	....	1.0604	—21	1.0549	—21	1.0438	—22	1.0327	—23
99	......	....	......	....	1.0580	—24	1.0525	—24	1.0413	—25	1.0301	—26
100	......	....	......	....	1.0553	—27	1.0497	—28	1.0384	—29	1.0273	—28

SUR LE FER MÉTÉORIQUE,

DE PRAMBANAN DANS LE DISTRICT DE SOERAKARTA (ÎLE DE JAVA);

PAR

E. H. VON BAUMHAUER.

Au commencement de cette année la première classe de l'Académie royale des sciences d'Amsterdam reçut, de la part du Gouverneur général de l' Inde Néerlandaise, un morceau de fer détaché d'une masse mesurant environ un mètre cube, laquelle se trouve conservée dans le Kraton du Soesoehoenan de Soerakarta. Primitivement cette masse était plus considérable; mais des portions en furent successivement enlevées, tant par le Soesoehoenan actuel que par ses prédécesseurs, et employées à la fabrication d'armes auxquelles cette origine fit attacher une valeur toute spéciale. Lorsqu'il s'agit de séparer ces fragments on a l'habitude fâcheuse, pour faciliter l'opération, de commencer par faire, pendant plusieurs jours, du feu tout autour de la masse jusqu'à ce qu'elle soit devenue entièrement rouge.

L'envoi du Gouverneur général était accompagné de la traduction suivante d'une note adressée par les ordres du Soesoehoenan de Soerakarta:

„Il y avait autrefois dans le Kraton de Soerakarta deux pierres météoriques provenant de Prambanan.

„D'après le désir de feu S. A. le Soesoehoenan PAKOE-BOEWANA III, une de ces pierres fut transportée, le samedi Pon 22 Moeloed de l'an Djé 1710 (13 février 1784), de Prambanan jusque devant la porte de l'édifice princier panĕpèn, situé au côté de l'occident. Il ne reste plus rien de cette pierre.

„L'autre pierre, la plus grande des deux, fut amenée de Prambanan sur les ordres de feu S. A. le Soesoehoenan PAKOE-BOEWÅNÅ IV, et placée, le lundi Lĕgi 15 Roewah de l'an Alip 1723 (12 février 1797), sous un arbre Waringin, près de l'édifice du gladak situé au côté de l'orient. Le mardi Wagé 4 Djoemadilakir de l'an Djimawal 1725 (13 novembre 1798), cette pierre fut transportée sous un arbre Lo sur la propriété située devant l'édifice princier pasowan-pamagangan, et le jeudi Kliwon 12 Rédjĕp de l'an 1733 (25 septembre 1806) jusque devant la porte de l'édifice princier panĕpèn.

„Plus tard, et sur le désir de feu S. A. le Soesoehoenan PAKOE-BOEWÅNÅ VIII, cette pierre fut transportée dans la forge du Kraton, mais d'après le Radèn toemĕnggoeng WIRJÅDININGRAT, S. A. le Soesoehoenan PAKOE-BOEWÅNÅ IX a l'intention de la faire replacer devant la porte de son panĕpèn.

„Le Radèn toemĕnggoeng WIRJÅDININGRAT déclare, en outre, avoir appris de feu le Radèn ATMÅ WIGNJÅ DIPOERÅ que, selon des traditions orales, les habitants de Prambanan et des désas voisins virent un jour un rayon de lumière descendre du ciel, suivi d'un bruit de tonnerre, et qu'en ayant recherché la cause ils trouvèrent la pierre météorique citée en premier lieu; — que le fait fut rapporté par eux à leurs bĕkĕls, communiqué par ceux-ci à d'autres, et transmis ainsi de bouche en bouche jusqu'à ce qu'il arriva enfin à la connaissance de feu S. A. le Soesoehoenan PAKOE-BOEWÅNÅ III.

„On ignore si cette tradition s'applique aussi à la pierre météorique qui existe encore."

L'interprète assermenté,

Soerakarta, 14 Septembre 1865.

(signé) WILKENS.

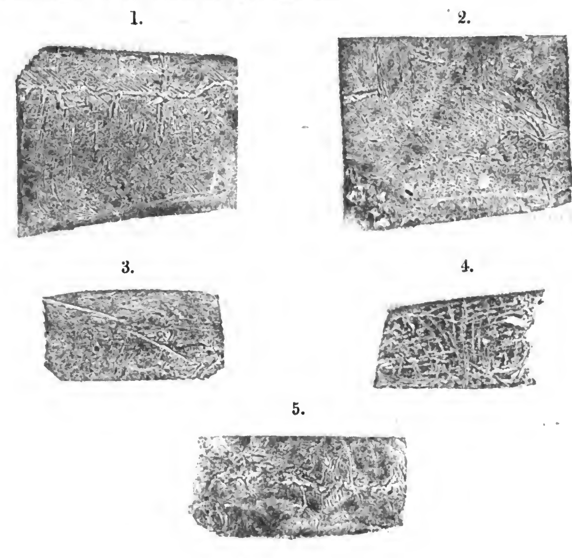
Le fragment envoyé à l'Academie pesait environ ¼ de kilogramme, était de forme irrégulière, recouvert d'un enduit noirâtre mince, et légèrement oxydé superficiellement, sauf sur une des faces qui avait été limée et présentait l'éclat métallique. D'après

toutes les apparences, le fragment avait été détaché au moyen d'un ciseau: il en était résulté une fissure qui pénétrait à une assez grande profondeur dans la masse, sur un de ses côtés.

L'académie chargea M. A. H. van der Boon Mesch et moi de lui faire un rapport sur cet échantillon de fer.

Jugeant qu'il importait de s'assurer si le fer soumis à notre examen montrerait par corrosion les figures connues de Widmanstädt, j'y fis pratiquer, à l'aide d'une scie fine, cinq faces perpendiculaires l'une sur l'autre (la sixième face était trop fissurée); ces faces ayant ensuite été aplanies à la lime, puis polies, l'action de l'acide nitrique modérément dilué y fit apparaître les figures en question. On en fit une empreinte sur gutta-percha, après quoi les procédés galvanoplastiques fournirent les clichés nécessaires pour l'impression.

Des 5 figures jointes à cette note, les deux premières sont des sections parallèles entre elles et perpendiculaires aux figures 3 et 4, qui sont également parallèles entre elles; la figure 5 est perpendiculaire aux unes et aux autres.



On voit que nous trouvons ici, comme dans la plupart des masses de fer météorique, une cristallisation, due probablement à un alliage de fer et de nickel qui s'est séparé du reste de la masse composée de fer pur. Les stries courbes qu'on remarque surtout au bas de la figure 1, vers la gauche, doivent être attribuées, à mon avis, à une torsion mécanique que la masse chauffée au rouge a subie sous le choc du ciseau.

L'analyse n'a fait découvrir dans ce fer ni soufre, ni phosphore, ni arsenic, ni cuivre, bien qu'elle ait été dirigée spécialement vers la recherche de ces éléments. La masse ne renfermait que du fer et du nickel, des quantités tres faibles de silicium et de cobalt, et des traces insignifiantes de chrome.

La densité, à 14° C. et comparée à celle de l'eau au maximum, fut trouvée par moi = 7,831, tandis qu'un autre fragment offrit à M. van der Boon Mesch, à 15° C., une densité = 7,4816.

L'analyse de M. van der Boon Mesch conduisit à la composition:

Fer	96,71
Nickel	2,86
Traces de Cobalt et de Silicium et perte .	0,43
	100,00.

Deux analyses exécutées par moi sur deux fragments différents donnèrent les résultats suivants:

	I.	II.
Fer.	93,77	94,95
Nickel.	5,91	4,83
Traces de Cobalt et de Silicium . . .	0,32	0,22
	100,00	100,00.

Il est clair qu'on ne peut pas s'attendre à des résultats concordants quand on opère sur un mélange de deux alliages différents.

L'ASCLEPIAS CORNUTI D^NE

NATURALISÉE DANS LES DUNES MARITIMES DE LA HOLLANDE;

PAR

F. W. VAN EEDEN.

Une plante américaine, l' *Asclepias Cornuti*, vient encore de prendre place dans la flore des dunes hollandaises, à côté de *l'Oenothera biennis*, *l'Oenothera muricata*, *l'Erigeron canadensis* et la *Nicandra Physaloïdes.*

Je l'ai trouvée, cette année, dans les dunes maritimes de la province de Hollande septentrionale, région très-intéressante à cause de son sol et de ses productions végétales. La plante y croît, en grande quantité, à quatre endroits des dunes de Bloemendaal, compris dans les propriétés de M. David Borski d'Amsterdam. Selon les informations que m'a données M. van der Werff, l'habile jardinier de M. Borski, elle n'a pas été cultivée dans ces terrains, du moins depuis les 25 années qu'il se trouve en fonction. Elle paraît donc s'être introduite tout naturellement, quoique sans doute par l'influence de plantes cultivées, ici ou dans les environs, à une époque plus ou moins reculée.

Les endroits où je l'ai trouvée, sont sauvages et arides; un groupe de plusieurs centaines d'individus croît sur une petite pente s'élevant environ à 15 pieds, exposée au sud, au milieu d'un taillis de chênes et de pins; un autre groupe se trouve aux bords d'un petit sentier ombragé de pins, le troisième dans un

champ cultivé, en partie de pommes de terre, et enfin le quatrième groupe, qui n'est pas le moins nombreux, couvre les petites hauteurs constituant les limites des terrains boisés et des dunes arides qui s'étendent au loin vers la mer. Une partie de ce groupe a déjà franchi ces limites.

Les plantes sont vigoureuses; elles semblent avoir trouvé ici un terrain parfaitement convenable, et je présume que dans la suite elles se multiplieront de plus en plus, et deviendront peut-être non moins fréquentes que *l'Oenothera biennis*, dont les belles fleurs sont un des principaux ornements de notre flore dunale.

Les essais de culture, faits de temps en temps en notre contrée, ont été abandonnés depuis longtemps, parce qu'on ne croyait pas la plante capable de résister à notre climat. (Voyez: *Prijsvragen der Nederlandsche Maatschappij ter bevordering van Nyverheid*, 1806, No. 91, 1830, No. 73, 1836, No. 21, 1838, No. 82; *Handelingen*, 1843, p. 802; *Uittreksels uit de berigten* etc., 1830, p. 116, 1836, p. 155 et 1839, p. 191). Le fait, que depuis 25 années *l'Asclepias* a végété ici sans cúlture et s'est dispersée en plusieurs endroits, parle assez en faveur d'une acclimatation complète, et fait preuve aussi que l'état sauvage est une condition essentielle à sa réussite.

La naturalisation de *l'Asclepias Cornuti* vient d'augmenter la flore néerlandaise d'une plante très-intéressante, non seulement à cause de sa beauté et de ses qualités probablement utiles à l'industrie, mais encore parce qu'elle est un magnifique représentant de la famille des Asclépiadées, famille qui jusqu'ici n'a compté aux Pays-Bas qu'une seule espèce, le *Cynanchum Vincetoxicum*. Son apparition comme plante subspontanée en Hollande est aussi de quelque intérêt pour la flore européenne. Jusqu' à présent on ne l'a trouvée en Europe à l'état sauvage, ou plutôt subspontané, que çà et là en quelques endroits de la France, en Corse et en Dalmatie. (Voyez: De Candolle, *Prodromus* VIII, 564; Grenier et Godron, *Flore de France* II, 481; Boreau, *Flore du Centre de la France* II, 447; De Candolle, *Géographie Botanique* II, 730).

Depuis presque trois siècles la plante a été bien connue des amateurs de l'horticulture. Déjà *l'Herbier* de Dodonaeus en donne une description très-exacte, sous les noms *d'Apocynum Canadense, Nerium Canadense* et *Plante à Coton du Canada.* (Dodonaeus *Cruydtboeck*, Leide 1618, p. 1412). Cet auteur a donc connu la véritable patrie de la plante (Amérique septentrionale), et il nous informe que le chevelu des graines était employé par les gentilshommes du Canada pour bourrer leurs coussins. Cette description, de beaucoup antérieure à celle de Cornuti, et communiquée à l'auteur par un botaniste hollandais, nommé Petrus Hondius, n'est pas citée par De Candolle dans sa *Géographie Botanique*, et me paraît avoir été ignorée des auteurs, quoiqu'elle mérite à un haut degré leur attention, comme un modèle d'exactitude.

Du temps de Linné, la vraie notion à l'égard de la patrie s'était perdue. La plante, décrite par Cornuti en 1665, fut confondue par cet auteur, et plus tard par Linné lui-même, avec la *Calotropis procera* R. B. de la Syrie, décrite par Clusius sous le nom *d'Apocynum syriacum.* (Voyez: *Hort. Cliff.* p. 78; De Candolle, *Géogr. Bot.* II, 730). Linné lui donne le nom *d'Asclepias syriaca*, et ainsi l'erreur s'est propagée durant plus d'un siècle, jusqu'à ce que M. Decaisne, le premier, l'ait relevée dans le *Prodromus* de De Candolle, VIII, 564.

Déjà depuis longtemps, l'attention des agronomes et des industriels a été particulièrement dirigée sur *l'Asclepias Cornuti*, à cause des soies longues et fines qui adhèrent à ses graines, et dont on espérait obtenir une matière textile. Encore dans les dernières années, la *Société Impériale Zoologique d'Acclimatation*, à Paris, s'est appliquée à renouveler les essais de culture et de préparation technique. Tout dernièrement enfin, les Américains ont réussi à trouver le moyen d'utiliser les fibres soyeuses au tissage d'étoffes mixtes. (Voyez: les *Bulletins* de cette Société, 1866, p. 448). Le plus faible avantage qu'on pourrait tirer de cette plante, servirait éminemment à la recommander à l'attention de ceux qui s'occupent, aujourd'hui, de la culture et de la plantation des dunes.

La naturalisation de plantes américaines sur l'ancien continent présente un haut degré d'importance pour la géographie botanique. On sait que l' *Oenothera biennis* s'est naturalisée en Europe il y a deux cents ans, et que dans sa migration continuelle elle a déjà atteint les monts Altaï. Il n'y a pas longtemps, M. Bondam, à Harderwijk (prov. de Gueldre), a découvert dans les environs de cette ville la *Galinsoga parviflora, Cav.* du Pérou; une autre plante du Pérou, la *Nicandra Physaloïdes Gärtn.*, a été trouvée en Zuid-Beveland et près de Flessingue (prov. de Zélande), et par moi-même dans les dunes de la Hollande, près de la mer; et enfin un hôte américain moins inoffensif, l' *Udora occidentalis Pursh*, infeste déjà plusieurs de nos canaux.

HARLEM, Juin 1866.

REMARQUE SUR LA SIGNIFICATION DU JAUNE DE L'OEUF DES OISEAUX, COMPARÉ AVEC L'OVULE DES MAMMIFÈRES.

PAR

W. KOSTER.

On n'est pas encore entièrement fixé, comme on sait, sur la signification des parties constituantes de l'œuf des Oiseaux, comparé à celui des Mammifères. Deux opinions sont en présence. Selon la première, la cicatricule blanche, bien connue, du jaune de l'œuf des Oiseaux est seule l'analogue de l'ovule des Mammifères. Cette opinion a été soutenue par H. Meckel, qui la basait surtout sur la *membrane propre* qu'il croyait avoir observée autour de la cicatricule. Bien que Thomson et A. Ecker se soient prononcés en faveur de la théorie de Meckel, elle devient de jour en jour moins vraisemblable, le fait essentiel, l'existence d'une membrane propre autour de la cicatricule, n'ayant plus été constaté par personne.

Les probabilités appuient, au contraire, la seconde des deux opinions en question, savoir que *le jaune de l'œuf des Oiseaux doit être comparé dans son entier à l'ovule des Mammifères.* Cette opinion reçoit, à mon avis, une confirmation décisive des phénomènes d'évolution que l'œuf des Oiseaux offre pendant l'incubation. On y trouve, en effet, la preuve que le jaune de l'œuf des Oiseaux fonctionne en partie comme *vitellus nutritif*, en partie comme *vitellus plastique.* Cette preuve consiste dans *le développement des vaisseaux omphalo-mésaraïques, par conséquent du feuillet trophique, autour du jaune.*

Cette expansion vasculaire établit, comme on sait, l'identité de signification entre la vésicule ombilicale des Mammifères et le sac vitellin des Oiseaux. Mais s'il en est ainsi, on ne peut faire autrement que de considérer le jaune comme une partie de l'œuf véritable, et la membrane qui l'enveloppe en même temps que la cicatricule, comme l'analogue de la zone pellucide. Simultanément, l'existence d'une membrane cellulaire propre (zone pellucide) autour de la cicatricule, — membrane que d'ailleurs les meilleurs observateurs n'ont pu découvrir, — devient une impossibilité. En effet, la membrane proligère et, plus tard, l'embryon et la vésicule ombilicale se forment *à l'intérieur* de la zone pellucide. Si la cicatricule était l'analogue complet de l'ovule des Mammifères, et si elle était pourvue d'une membrane propre, le blastoderme, chez les Oiseaux, ne devrait apparaître que dans la cicatricule, et il ne saurait être question du développement d'une partie de ce blastoderme (feuillet trophique de la vésicule ombilicale) autour du jaune de l'œuf. L'analogue de la vésicule ombilicale des Mammifères devrait être situé *dans* le jaune, tandis qu'en réalité ce jaune est entouré par la membrane qui forme le prolongement du corps embryonnaire et qui contient, par conséquent, les vaisseaux omphalo-mésaraïques. C'est uniquement là-dessus que repose l'analogie entre la vésicule ombilicale et le sac vitellin.

Il est facile de s'assurer que dans le développement de l'œuf des Oiseaux il se produit, en effet, à partir de la cicatricule,

une membrane *en dessous* de celle qui enveloppe le jaune. On n'a qu'à prendre des œufs de poule qui aient été couvés pendant un jour ou deux. On parvient alors sans peine à détacher la membrane vitelline, légèrement épaissie, de la cicatricule et des parties immédiatement voisines, sans que le jaune de l'œuf s'échappe. C'est là l'analogue de la zone qui, d'après la théorie de Meckel, ne devrait se trouver qu'autour de la cicatricule; mais dans ce cas il serait impossible que le jaune fût situé *dans* la cavité de la vésicule ombilicale.

Les figures ci-jointes serviront à éclaircir les indications précédentes. La ligne pointillée représente la membrane qui entoure le jaune de l'œuf (zone pellucide).

La fig. 1 montre l'état de la membrane proligère à l'origine du développement, la formation du feuillet blastodermique sensoriel *a* et du feuillet trophique *b*.

La fig. 2 donne une repésentation idéale de la marche ultérieure de l'évolution, étranglement du sac vitellin *a*, formation de 'amnios *b*.

La fig. 3 indique les rapports tels qu'ils devraient être dans la théorie de Meckel; le jaune *c* devrait envelopper les parties représentées dans la fig. 2.

Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

